

АСАДУЛЛО ШАРИФЗОДА

МАТЕМАТИКА



6

Асадулло Шарифзода

МАТЕМАТИКА

Китоби дарсӣ барои синфи 6

**Коллегияи Вазорати маорифи Ҷумҳурии Тоҷикистон
ба ҷоп тавсия намудааст**

**ДУШАНБЕ
«МАОРИФ ВА ФАРҲАНГ»
2004**

А. Шарифзода. Математика. Китоби дарсӣ барои синфи 6-уми мактаби миёна. — Душанбе: "Маориф ва фарҳанг", 2004. 344 саҳ.

Дар зери таҳрири умумии *Б. Алиев*
Мухаррирон: *С. Орифова, М. Бозорова*

Дар китоб барои навишти мухтасар ишораҳои зерин қабул шудаанд:

- ① — Саволҳо барои пурсиш. Дараҷаи дониши ҳешро аз рӯи саволҳо санҷида, баъд ба иҷрои супоришҳо шурӯъ кунед.
- Ⓐ — Супоришҳое, ки барои дар синф иҷро намудан тавсия дода мешаванд.
- Ⓑ — Супоришҳое, ки барои дар хона иҷро намудан тавсия дода мешаванд.
- Ⓒ — Супоришҳо барои машғулиятҳои иловагӣ, озмунҳо ва викторинаҳои математикӣ.
- Ⓓ — Супоришҳо барои такрори мавзӯҳои гузашта.
- Ⓔ — Илова ба маводи асосии таълимӣ. Онро мустақилона омӯхтан мумкин.
- Ⓜ — Маълумоти мухтасари таърихӣ доир ба мавзӯҳои параграф.
- ⓘ — Факту далелҳои муҳим, масъалаҳои ҳалталаб.
- ▶ — Ибтидои ҳалли мисолу масъалаҳои назария.
- ◀ — Интиҳои ҳалли мисолу масъалаҳои назария.
- * — Масъалаҳои душворҳалли пунктҳо.

А $\frac{30602050-13}{504(12)-2004}$ - 2004

ISBN 5-670-00266-0

© "Маориф ва фарҳанг", 2004

СУПОРИШҶО БАРОИ ТАКРОРИ МАВЗЌЪҶОИ СИНФИ 5

I. Муқоисаи ададҳои натуралӣ

1. Ҷуфти ададҳоро муқоиса намуда, ҳар як натиҷаро аввал бо ишораи $>$ (калон), баъд бо ишораи $<$ (хурд) ифода намоед:

- а) 47 ва 49 б) 136 ва 169 в) 994 ва 849 г) 764 ва 770
1049 ва 1099 1306 ва 972 873 ва 964 2919 ва 2920
8196 ва 8200 9000 ва 8999 7341 ва 7340 39200 ва 3900

2. Бузургихоро муқоиса намоед:

- а) 972 см ва 10 м. б) 8323 м ва 8 км. в) 50 м ва 4955 см.
г) 1000 мм ва 100 см. д) 15 305 кг ва 15 т. е) 497 кг ва 5 сент.
ё) 899 г ва 1 кг. ж) 29 900 кг ва 30 сент. з) 999 г ва 1 кг.
и) 1 соату 30 дақ. ва 63 дақ. й) 2 соату 15 дақ. ва 215 дақ.

II. Амалҳо бо ададҳои натуралӣ

3. Амалҳоро иҷро намоед:

- а) $4356+2963$ б) $205+366+484+216$ в) $1419-895-246+170$
 $2887+8346+126$ $490+590+276+963$ $6134+2873-7412-46$
 $7365+1653+207$ $167+284+777+1210$ $895+296+123-764$
 $9616+2416+9327$ $907+183+427+2145$ $1000-861-78-20$

4. Муодилаҳоро ҳал намоед:

- а) $800-x=356$ б) $146=272-x$ в) $251-x=108$ г) $x-315=450$
 $1000-x=725$ $x-404=80$ $360+x=361$ $4x-400=600$
 $2125-x=1925$ $x-268=432$ $3127-x=0$ $747+x=747$

5. Массайи себу анор якҷоя ба 320 г баробар аст. Себ бо ду анори якхела 450 г масса дорад. Себ ва анор дар алоҳидагӣ чӣ қадар масса доранд?

6. Дар синф 22 нафар мехонанд. Духтарон аз писарон 6 нафар зиёдтаранд. Дар синф чанд писар мехонаду чанд духтар?

7. Амалҳоро иҷро намоед:

- а) $165 \cdot 305$ б) $45 \cdot 13 \cdot 65$ в) $2550 : 50$ г) $6250 : 25 + 12 \cdot 25$
 $307 \cdot 147$ $72 \cdot 24 \cdot 148$ $39611 : 11$ $7556 + 148 \cdot 221 - 48$
 $702 \cdot 411$ $6030 \cdot 1800 \cdot 12$ $5656 : 14 : 28$ $8860 - 264 : 22 + 576$

8. Амали тақсимиро иҷро намоед:

$$\begin{array}{llll} 833325 : 15 & 399996 : 18 & 271062 : 22 & 108025 : 25 \\ 140126 : 14 & 320128 : 16 & 686\ 868 : 42 & 421848 : 42 \end{array}$$

9. Муодиларо ҳал кунед:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } 81 \cdot a = 891 & \text{б) } x : 16 = 31 & \text{в) } 4 \cdot a = 416 & \text{г) } 16 \cdot x = 64 \\ x \cdot 18 = 270 & 144 : a = 6 & x : 51 = 15 & 84 : a = 84 \\ 2640 = 12 \cdot p & p : 20 = 9 & c \cdot 9 = 810 & 25p = 625 \end{array}$$

10. Ададери аввал 15 маротиба, баъд боз 12 маротиба калон намуданд. Дар натиҷа 5400 ҳосил шуд. Он ададро ёбед.

11. Ададери 8 баробар зиёд намуда пас аз он 48 маротиба хурд намуданд. Дар натиҷа 7200 ҳосил шуд. Он ададро ёбед.

12. Ададери ёбед, ки: а) аз адади 18 6 баробар калон; б) аз адади 64 16 маротиба хурд; в) аз адади 24 16 маротиба хурд; г) аз адади 24 8 маротиба калон бошад; д) аз 6 як ҳиссаи адади 60-ро ташкил диҳад.

13. Бузургиеро ёбед, ки: а) аз 1 м 50 см 3 маротиба дароз бошад; б) аз 2 м 25 см 5 маротиба кӯтоҳ бошад; в) аз 3 кг 150 г 2 маротиба сабук бошад; г) аз 1 кг 250 г 6 маротиба вазнин бошад.

14. Бақияи ҳосили тақсими адади якумро ба адади дуюм ёбед:

$$\begin{array}{lllll} 14 : 6 & 143 : 12 & 965 : 48 & 763 : 23 & 1445 : 169 \\ 22 : 15 & 960 : 125 & 878 : 64 & 927 : 927 & 6484 : 1648 \end{array}$$

15. Ҳисоб кунед:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 3 & \text{б) } 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 & \text{в) } 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 6 \\ 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 & 4 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 & 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 \\ 6 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 2 & 8 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 2 & 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 2 \end{array}$$

16. Қимати ифодаи ададиро ҳисоб намоед:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 13 \cdot 25 + 76 : 4 & \text{б) } 15 \cdot 18 - 18 - 14 & \text{в) } 67 + 8 \cdot 60 - 52 : 13 \\ 15 : 5 + 36 : 12 & 150 - 30 \cdot 4 + 18 & 96 - 9 \cdot 16 + 9 \cdot 16 - 90 \\ 125 : 25 + 45 \cdot 24 & 15 \cdot 13 - 3 \cdot 12 - 16 & 973 - 287 - 512 : 8 - 28 \end{array}$$

17. Ададҳоро ба зарбшавандаҳои хаттӣ ҷудо кунед:

$$\text{а) } 30; \quad \text{б) } 42; \quad \text{в) } 112; \quad \text{г) } 480; \quad \text{д) } 1100; \quad \text{е) } 2364; \quad \text{ё) } 4968$$

18. Иҷбот кунед, ки адади 46 500 ба 30 бебақия тақсим мешавад. Аз нишонаҳои тақсимшавӣ истифода бурдан мумкин нест.

III. Шаклҳои геометрӣ

19. Кунҷҳоро то кунҷи рост пур кунед:

$$\text{а) } 15^\circ; \quad \text{б) } 18^\circ; \quad \text{в) } 25^\circ; \quad \text{г) } 30^\circ; \quad \text{д) } 36^\circ; \quad \text{е) } 45^\circ; \quad \text{ё) } 60^\circ; \quad \text{ж) } 75^\circ$$

20. Тарафи секунҷаи баробартараф 32 см аст. Периметри онро ҳисоб кунед.

21. Тарафи квадрат 32 см аст. Периметрашро ҳисоб кунед.

22. Масоҳати квадрат ба 81 см^2 баробар аст. Дарозии тарафашро ёбед.

23. Масоҳати росткунҷа ба 46 см^2 баробар буда, дарозии яке аз тарафҳояш 2 см мебошад. Дарозии тарафи дигари росткунҷаро ёбед.

24. Воҳидҳои овардашударо бо сантиметри квадратӣ (см^2) ифода намоед:

а) 1 дм^2 , 10 дм^2 , 15 дм^2 , 45 дм^2 , 50 дм^2 , 75 дм^2 , 100 дм^2 , 225 дм^2 ;

б) 1 м^2 , 8 м^2 , 24 м^2 , 54 м^2 , 80 м^2 , 160 м^2 , 200 м^2 , 500 м^2 .

25. Ҳаҷми кубро ҳисоб кунед, агар дарозии тегааш 8 см бошад.

26. Ҳаҷми куб ба 27 см^3 баробар аст. Дарозии тегааш чанд аст?

27. Ҳаҷми параллелепипедро ҳисоб намоед, агар дарозии тегаҳояш ба:

а) 3 см, 2 см ва 5 см; б) 4 см, 8 дм ва 10 дм; в) 4 дм, 16 дм ва 1 м;

г) 80 см, 12 дм ва 1,4 м баробар бошанд.

28. Ёбед, ки 1 м^3 аз чанд дм^3 , см^3 , мм^3 иборат аст.

29. Қимати ифодаро ёбед:

а) $19 \cdot 875 - (29716 : 68 + 192 \cdot 64)$

б) $17\,775 + (601 \cdot 508 - 11\,094 : 86)$

в) $(678 + 1125 : 75) \cdot 64 - 32\,702$

г) $17\,814 + (2209 : 47 + 862) \cdot 14$

д) $(107 \cdot 209 - 21\,696) \cdot (78 + 8664 : 76)$

е) $(8034 : 78 + 256) \cdot (207\,603 - 124\,002)$

ё) $(900 - 654 : 6) \cdot 7 + 6 \cdot (571 - 24 \cdot 23)$

ж) $(873 - 6036 : 12) \cdot 12 - 2 \cdot (48 \cdot 7 + 344)$

30. Ҳисоб кунед:

а) $3 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 - 5$

б) $5 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^1 - 7$;

в) $2 \cdot 10^3 - 5 \cdot 8^2 - 3 \cdot 6^2 - 8$

г) $4 \cdot 10^4 - 6 \cdot 6^3 + 2 \cdot 4^2 - 6 \cdot 5^1 + 2$.

IV. Касрҳои дахӣ

31. Амалҳоро бо касрҳо иҷро намоед:

а) $17,2+34,68-3,12$

$14,04-6,78-5,24$

$143,72-42,03-2,12$

$3,144+223,2-0,47$

б) $1,63 \cdot 1,411 - 2,31 + 2,14 \cdot 3,1$

$0,046 \cdot 2,1 - 14 : 7 : 0,046 - 0,1$

$10,273 - 5,49 - 2,16 \cdot 12,2 + 10,064$

$424,2 - 98,4 : 3,6 \cdot 0,9 + 9,1$

32. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $1,53 \cdot 54 - 0,42 \cdot 512 - 496,2 + 1,116 - 2,096;$

б) $27,12 + 43,08 \cdot 0,007 - 0,0314 \cdot 100 - 84 + 2,24.$

33. Муодиларо ҳал кунед:

а) $27,64 + x = 42,64$

в) $11,62 - x = 11,61$

б) $112,54 + x = 46,46 \cdot 2$

г) $1,004 + 2x = 4,016$

V. Касрҳои оддӣ

34. Касрҳоро ба махраҷи умумӣ оред:

1) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6};$ 2) $\frac{3}{2} - 2\frac{2}{5} + 3\frac{3}{4};$ 3) $1 - \frac{4}{5} - 1\frac{2}{3};$ 4) $0,15 - \frac{2}{3} + 4\frac{1}{4}.$

35. Амалҳоро бо касрҳо иҷро намоед:

1) $\left(2\frac{2}{3} + 3\frac{2}{3} - 4\frac{3}{4}\right) \cdot 12;$

2) $\left(5\frac{6}{11} - 3\frac{2}{7}\right) \cdot \frac{33}{58};$

3) $\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}\right) : \frac{2}{3};$

4) $18 : \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}.$

БОБИ I

КАСРҲОИ ОДДИ

§ I. ТАҚСИМШАВИИ АДАДҲОИ НАТУРАЛӢ

I.1. ТАҚСИМКУНАНДАҲО ВА КАРАТИҲО. КАЛОНТАРИН ТАҚСИМКУНАНДАИ УМУМӢ ВА ХУРДТАРИН КАРАТИИ УМУМӢ.

Ададҳои натуралӣро шумо аз синфи 5 мешиносед. Онҳоро бо тартиби зиёдшавӣ, пай дар пай менависем:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...

Дар ин навишт адади калонтарин вучуд надорад. Яъне, кадом адади натуралӣро интихоб намоем, ҳамеша адади натуралӣ аз он калонтар ёфт мешавад. Се нуқтаи пас аз вергул дар охири пайдарпай омада низ, маънои беохир идома ёфтани узвҳои онро дорад.

Дар боби мазкур мо бо ададҳои натуралӣ дучор меем. Бо ададҳои ҷинос мешавем, ки адади дигари натуралӣро тақсим мекунанд.

► Мисоли 1. Ҳамаи ҳамон ададҳоеро менависем, ки адади 18-ро тақсим мекунанд. Бо ибораи дигар тақсимкунандаҳои 18-ро меорем. Инҳо: 1, 2, 3, 6, 9 ва худ 18 мебошанд. Дар ҳақиқат, $18 : 1 = 18$, $18 : 2 = 9$, $18 : 3 = 6$, $18 : 6 = 3$, $18 : 9 = 2$, $18 : 18 = 1$. Ҳеҷ ягон адади дигаре адади 18-ро тақсим намекунад. Масалан, адади 7 адади 18-ро тақсим намекунад, зеро ҳангоми ба 7 тақсим намудани 18, натиҷаи тақсим ба 2 баробар шавад ҳам, адади 4 бақия мемонад: $18 = 2 \cdot 7 + 4$ (бақия). Дар ин баробарӣ адади 18 тақсимшаванда, адади 7 тақсимкунанда, адади 2 натиҷаи тақсим ва адади 4 бақияи ҳосили тақсим мебошанд. Метавонед, дар мисолҳои мушаххас санҷед, ки бақияи ҳосили тақсим ҳеҷ гоҳ аз тақсимкунанда калон намешавад.

Ҳамин тавр, ҳамаи ададҳои ҷинос, ки 18-ро тақсим мекунанд, тақсимкунандаҳои адади 18 ном доранд. Баръакс, ададҳои 4, 5, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 ва 17 тақсимкунандаҳои адади 18 намебошанд. Ҳангоми 18-ро ба ҳар яки онҳо тақсим намудан, бақия ҳосил мешавад: Масалан, $18 = 4 \cdot 4 + 2$; $18 = 3 \cdot 5 + 3$; $18 = 2 \cdot 8 + 2$ ва ғайра. ◀

ТАЪРИФИ I. Адади натуралне, ки адади додашудан натуралиро тақсим мекунад, тақсимкунандаи ҳамин адад номида мешавад.

Масалан, ададҳои 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ва 24 тақсимкунандаҳои адади 24, ададҳои 1, 5, 7 ва 35 тақсимкунандаҳои адади 35 мебошанд. Адади 13 бошад, фақат ба худаш тақсим мешаваду боз ба 1.

Умуман, агар адади v тақсимкунандаи адади a бошад, $a = k \cdot v$. Дар ин ҷо адади k (натиҷаи тақсим) низ ягон адади натуралист.

Агар ҳангоми адади a -ро ба адади v тақсим намудан натиҷаи тақсим ба адади k баробар шуда, адади c бақия монад, чунин менависанд: $a = k \cdot v + c$. Дар ин маврид бақия аз тақсимкунанда зиёд намешавад: $0 < c < v$

Масалан, ҳангоми адади дилхохи натуралиро ба 5 тақсим намудан, ҳамагӣ чор намуд бақия ҳосил мешавад: $20 = 5 \cdot 4$, $21 = 5 \cdot 4 + 1$, $22 = 5 \cdot 4 + 2$, $23 = 5 \cdot 4 + 3$, $24 = 5 \cdot 4 + 4$, $25 = 5 \cdot 5$.

Аз мисолҳои боло хулоса мебарояд, ки тақсимкунандаи калонтарини адад ба худаш ва тақсимкунандаи хурдтарини он ба 1 (воҳид) баробар аст.

Ҳамаи тақсимкунандаҳои ададҳои 12 ва 18-ро менависем:

Тақсимкунандаҳои 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Тақсимкунандаҳои 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Ададҳои 1, 2, 3 ва 6 барои ададҳои 12 ва 18 тақсимкунандаи умумӣ мебошанд. Калонтарини онҳо—адади 6, калонтарин тақсимкунандаи умумии ададҳои 12 ва 18 мебошад.

ТАЪРИФ. Адади калонтарини натуралне, ки ададҳои a ва v -ро тақсим мекунад, калонтарин тақсимкунандаи умумии ададҳои a ва v ном дорад.

Калонтарин тақсимкунандаи умумии ададҳои a ва v бо КТУ ($a; v$) ишора карда мешавад. Дар мисоли овардашуда КТУ ($12; 18$)=6. Айнан ҳамин тавр боварӣ ҳосил намудан мумкин, ки КТУ ($48; 36$)=12, КТУ ($35; 63$)=7 аст.

Мисоли 2. Калонтарин тақсимкунандаи умумии се адад 26; 42 ва 120-ро ҳисоб мекунем.

► Ҳамаи тақсимкунандаҳои ададҳои 26; 42 ва 120-ро таг ба таг менависем:

26	1, 2, 13, 26.
42	1, 2, 6, 7, 14, 21, 42
120	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120.

Аз байни тақсимкунандаҳои умумии ҳар се адад калонтаринашон 2 аст.

Аз ин ҷо КТУ $(26; 42; 120) = 2$ мебошад. ◀

Акнун, яке аз ададҳо, масалан 3-ро интихоб намуда, онро бо пайдарпайии ададҳои натуралӣ зарб мезанем. Дар натиҷа каратиҳои адади 3 ҳосил мешаванд: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ... Ҳар як узви ин пайдарпайӣ ба 3 тақсим мешавад. Масалан, $3 : 3 = 1$, $30 : 3 = 10$ ва ғайра. Ададҳои ғайри ин пайдарпайӣ ба 3 тақсим намешаванд. Масалан, $7 = 2 \cdot 3 + 1$, $13 = 3 \cdot 4 + 1$ ва ғайра. Ҳамин тавр пайдарпайии каратиҳои адади 5 намуди 5, 10, 15, 20, ...; пайдарпайии каратиҳои 12 намуди 12, 24, 36, ...-ро доранд. Пайдарпайии каратиҳои адади 100 бо ду рақами нул тамома мешаванд: 100, 200, 300, Аз ин ҷост, ки ҳар гуна адади натуралӣ, ки ба адади натуралӣ додашуда тақсим мешавад, каратии ҳамин адад номида мешавад.

Аз мисолҳои овардашуда маълум мегардад, ки пайдарпайии каратиҳои адади натуралӣ охир надорад. Агар n адади дилхоҳи натуралӣ бошад, пайдарпайии каратиҳои он чунин мешавад: $n, 2n, 3n, \dots$

► **Мисоли 3.** Каратиҳои ададҳои 12 ва 18-ро таг ба таг менависем:

12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, ...

18: 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, ...

Тавре аён аст, ададҳои 36, 72, 108, ... барои ҳар ду пайдарпайӣ умумианд. Хурдтарини онҳо 36 аст. Адади 36 хурдтарин каратии умумии ададҳои 12 ва 18 номида мешавад. ◀

ТАЪРИФИ 2. Адади хурдтарини натуралӣ, ки ба ҳар яке аз ададҳои додашуда тақсим мешавад, хурдтарин каратии умумии онҳо номида мешавад.

Хурдтарин каратии умумии ададҳои a ва b бо ХКУ $(a; b)$ ишора карда мешавад. Дар мисоли овардашуда ХКУ $(12; 18) = 36$. Ҳамин тавр нишон додан мумкин аст, ки ХКУ $(32; 48) = 96$ ва ХКУ $(35; 70) = 70$.

Хурдтарин каратии умумии се адад низ ҳамин тавр ёфта мешавад.

Мисоли 4. Хурдтарин каратии умумии ададҳои 3; 5 ва 6-ро меёбем.

► Каратихои ададҳои 3, 5 ва 6-ро таг ба таг менависем:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33,...

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50,...

6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60,...

Адади хурдтарине, ки дар ҳар се пайдарпайи иштирок дорад, 30 аст.

Аз ин рӯ, $\text{ХКУ}(3; 5; 6) = 30$ аст. ◀ Ҳамин тавр, нишон додан мумкин, ки $\text{ХКУ}(3; 5; 15) = 15$, $\text{ХКУ}(2; 7; 10) = 70$ мебошад.

Бо баробари калон шудани ададҳои ёфтани КТУ ва ХКУ барои онҳо низ мураккаб мегардад. Бо тарзҳои дигари ёфтани КТУ ва ХКУ-и ададҳо мо дар п. 1.6 шинос мешавем.

② 1. Ададҳои натуралӣ кадомҳоянд? Оё шумораи онҳо охир дорад? Инро чӣ тавр фаҳмидан мумкин? 2. Тақсимкунандаи адади натуралӣ чист? 3. Мисолҳои биёред, ки дар онҳо адади натуралӣ а) ду, б) се, в) чор тақсимкунанда дошта бошад. 4. Чаро шумораи тақсимкунандаҳои адади натуралӣ охирик аст? 5. Қумлаи "Адади натуралӣ адади дигари натуралӣро тақсим намекунад" чӣ маъно дорад? 6. Каратии адади натуралӣ чист? Оё каратихои адад ба ҳуди он тақсим мешаванд? 7. Чаро шумораи каратихои адад охир надорад? 8. Калонтарин тақсимкунандаи умумии ду адад чист? Бо мисол фаҳмонед. 9. Хурдтарин каратии умумии ду адад гуфта, чиро меноманд? Бо мисолҳо фаҳмонед. 10. Оё хурдтарин каратии умумии ададҳо ба калонтарин тақсимкунандаи умумии онҳо тақсим мешавад? Ба тақсимкунандаҳои дигари онҳо чӣ?

Ⓐ 1. Ҳамаи тақсимкунандаҳои адади 16-ро номбар намоед.

2. Тақсимкунандаҳои ададҳои а) 46; б) 49; в) 33; г) 17 кадомҳоянд?

3. Оё адади 13 адади 65-ро тақсим мекунад? Фаҳмонед, ки чаро адади $65:13$ тақсимкунандаи 65 мебошад.

4. Кадоме аз ададҳои 4, 6, 11, 12, 14, 21, 24, 30, 45, 49, 63, 70, 82, 84 ва 95: а) ба 3, б) ба 4, в) ба 5, г) ба 6, д) ба 7 тақсим мешавад?

5. Ду ададҳо мисол биёред, ки сегона тақсимкунанда дошта бошанд.

6. Панҷтоғи каратихои ададҳои а) 2, б) 8, в) 120, г) 333-ро ёбед.

7. Кадоме аз ададҳои 5, 12, 28, 35, 38, 42, 147, 350 ба 7 каратианд?

8. Бақияи ҳосили тақсимро ёбед: а) $157 : 15$; б) $269 : 12$; в) $3243 : 17$; г) $3983 : 25$; д) $2146 : 52$; е) $10001 : 101$; ё) $66666 : 22222$.

9. Кадоме аз ҷумлаҳои овардашуда дуруст аст:

- а) адади 5 тақсимкунандаи 35 аст;
- б) адади 16 адади 8-ро тақсим мекунад;
- в) 13 тақсимкунандаи 117 мебошад;
- г) Адади 39 ба 3 каратист;
- д) Адади 6 ба 24 каратист;
- е) Адади 152 ба 17 каратист?

10. Калонтарин тақсимкунандаи умумии ададҳо ёфта шавад.

- а) 6 ва 8; б) 18 ва 24; в) 15 ва 30; г) 25 ва 26.

11*. Се нафар хоҳар оилаҳои алоҳида доранд. Хоҳари якум пас аз ҳар ду рӯз, хоҳари дуюм пас аз ҳар се рӯз, хоҳари сеюм пас аз ҳар панҷ рӯз ба хонаи падарашон меоянд. Имрӯз ҳар сеи онҳо ба зиёрати падар омадаанд. Пас аз чанд рӯз ҳар сеи онҳо боз дар хонаи падари хеш ҷамъ меоянд?

12. Дар дӯкони мактаб як дона конфет 4 дирам, як куттӣ гӯгирд 11 дирам, ва як дона кулчақанд 17 дирам менстад. Бо 68 дирам Зебо аз ин молҳо чандтогӣ харида метавонад? Масъала чанд ҳал дорад? Онҳоро нависед.

13. Адади P ба 36 каратӣ мебошад. Оё он ба 18 тақсим мешавад? Чӣ тавр?

14. Калонтарин тақсимкунандаи умумии ададҳо ва хурдтарин каратии умумии онҳоро ёфта, натиҷаҳоро муқоиса намоед.

- а) 3 ва 6; б) 4 ва 25; в) 3, 5 ва 7; г) 4, 12 ва 24.

15. Бо мисолҳои мушаххас нишон диҳед, ки

- а) $KTY(a, b) \cdot XKY(a, b) = a \cdot b$; б) $KTY(a, b) = KTY(a, a-b)$ аст.

В 1. Санҷед, ки оё адади авваломада барои адади баъдомада тақсимкунанда мебошад:

- а) 12 ва 84 в) 13 ва 168 д) 19 ва 361 ё) 22 ва 484
- б) 17 ва 178 г) 26 ва 267 е) 11 ва 555 ж) 10 ва 1106070

2. Ҳамаи тақсимкунандаҳои ададҳо ёфта шаванд.

- а) 2, 8, 16, 30 в) 5, 15, 30, 60 д) 13, 36, 45, 100
- б) 3, 12, 20, 70 г) 7, 14, 21, 28 е) 4, 8, 16, 32, 64

3. Пайдарпайии каратихои ададро нависед:

- а) 6, б) 13, в) 19, г) 22, д) 41, е) 55.

4. Ҳамаи ададҳои дурақамаи: а) ба 12, б) ба 21, в) ба 31 каратиро ба дафтар кӯчонед.

5. Аз байни ададҳои 1, 4, 18, 26, 33, 44, 56, 60, 72, 82, 88, 95, 98, 100 ва 120 а) тақсимкунандаҳои 12, б) каратиҳои 2, в) каратиҳои 11-ро ҷудо кунед. Кадоме аз онҳо ба 8 тақсим намешавад?

6. Кадоме аз ададҳои 21, 36, 42, 51, 55, 64, 70, 85, 93 ба 3 каратӣ нест?

7. Масофа аз Душанбе то Москва назар ба масофаи байни Душанбеу Норак 60 бор калон аст. Масофа аз Душанбе то Норак ба нисфи масофа аз Душанбе то Нуробод баробар аст. Агар аз Душанбе то Нуробод 136 км бошад, масофаи байни Душанбе ва Москва чанд километр аст?

8. Масоҳати майдони якум 15,5 га буда, масоҳати майдони сеюм назар ба масоҳати майдони якум 5 маротиба хурдтар аст. Агар масоҳати умумии ҳар се майдон ба 31 га баробар бошад, масоҳати майдони дуюм ба чанд га баробар аст?

9. Ҳамаи ададҳои дурақамаеро нависед, ки онҳо ба 8 каратӣ буда, адади 96-ро тақсим менамоянд. Кадоме аз онҳо ба 24 каратӣ мебошад?

10*. Мисолҳои биёред, ки дар онҳо $КТУ (a, в) = КТУ (в, a)$ ё $ХКУ (a, в) = ХКУ (в, a)$ бошад.

© 1*. Дар рӯи фарш якчанд китоб гузошта шудааст. Агар онҳоро дутогӣ, сетогӣ, чортогӣ даста бандем, ҳамеша 1 китоб изофа мемонад. Агар китобҳоро ҳафттогӣ даста бандем, ягон китоб изофа намемонад. Дар рӯи фарш чанд адад китоб мавҷуд буд?

2. Ҳамаи ададҳои ба 4 каратии дар байни 29 ва 81 ҷойгирифтaro нависед. Кадоме аз онҳо ба 12 каратист?

3. Исбот намоед, ки ҳосили зарби ду адади дилхоҳ ба ҳар яке аз ин ададҳо каратӣ мебошад.

4. Исбот кунед, ки хурдтарин каратии умумии ду адад ба тақсимкунандаҳои ҳар кадоме аз онҳо низ тақсим мешавад.

5. Исбот намоед, ки ҳосили зарби ду адади дилхоҳи пай дар пайи натуралӣ ба адади 2 тақсим мешавад.

6. Ҳангоми тақсим намудани адади натуралии a ба адади натуралии b натиҷаи тақсим ба адади натуралии k баробар шуду

адади c бақия монд: $a = v \cdot k + c$. Дар ин навишт бақия c аз тақсимкунанда v зиёд намешавад. Аз ин ҷост, ки чунин менависанд: $0 < c < v$. Аз ҳамин баробарӣ истифода бурда катакҷаҳои холии дар расми 1 тасвирёфтaro пур намоед.

a	v	k	c
552	16		8
	17	10	4
108		18	0

Расми 1.

7*. Муайян намоед, ки барои кадом қиматҳои n адади $n^2 - 1$ ба 3 қаратӣ мешавад.

8. Бобо панҷ набера дорад. Қалониашон ҳамроҳи бобо зиндагӣ дорад. Набераҳои дигар сари ҳар чанд рӯз ба зиёрати бобо меоянд; набераи дуюм баъд аз ҳар ду рӯз, набераи сеюм баъд аз ҳар се рӯз набераи чорум баъд аз ҳар чор рӯз ва набераи панҷум баъд аз ҳар панҷ рӯз. Бори охир ҳамаи набераҳо рӯзи 1 сентябр ба зиёрати бобо омада буданд. Баъд аз чанд рӯз ҳамаи панҷ набера боз дар хонаи бобо ҳамъ меоянд?

1.2. НИШОНАҲОИ ТАҚСИМШАВӢ БА 10; 5 ВА 2

Қас мехоҳад донд, ки адади додашуда ба ягон адади дигар бебақия тақсим мешавад? Ба чунин хоҳиш албатта бо роҳи бевосита иҷро намудани амали тақсим ноил гаштан мумкин. Вале амали тақсими иҷро накарда, оё пешакӣ гуфтан мумкин аст, ки як адад ба адади дигар тақсим мешавад? Ба чунин қабил саволҳо нишонаҳои тақсимшавӣ ҷавобгӯӣ мебошанд. Аввал бо нишонаҳои тақсимшавии ададҳо аз рӯи рақами охирини онҳо ошно мешавем.

Нишонан тақсимшавӣ ба 10; 100 ва 1000.

Қаратихои адади 10-ро бо тартиби зиёдшавиашон менависем.

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, ...

Тавре пай бурдед, рақами охирини қаратихои 10 ба нул баробар аст. Аз ин ҷост, ки ба 10 ҳамон ададҳои тақсим мешаванд, ки бо рақами нул тамом мешаванд. Агар адад бо рақами нул тамом нашавад, ба 10 тақсим намешавад. Масалан, ададҳои 80, 260, 1600, 35570, 245330 ва ғ. ба 10 тақсим мешаванд, зеро рақами охирини онҳо ба 0 баробар аст. Барои дониستاني натиҷаи тақсими адад ба 10 хат задани рақами охирини он кофист. Ададҳои 67, 873, 1998, 837256 ба 10 тақсим намешаванд, чунки рақами охирини ҳар яки

онҳо ба 0 баробар нест. Агар чунин ададҳоро ба 10 тақсим кунем, бақияи ҳосили тақсим ба рақами охирини ҳамин адад баробар мешавад. Масалан, $67=10\cdot 6+7$, $873=10\cdot 87+3$, $1998=10\cdot 199+8$ ва ғайра. Аз гуфтаҳои боло ба чунин хулоса омадан мумкин: адади дилхоҳи натуралии N -ро дар намуди суммаи дақиқо ва яқиҳои он навиштан мумкин:

$$N=10p+q.$$

Дар ин навишт p шумораи дақиқо ва q яқиҳои ададро ифода менамоянд. Масалан, $23=10\cdot 2+3$, ($p=2$, $q=3$), $80=8\cdot 10+0$ ($p=8$, $q=0$), $168=16\cdot 10+8$ ($p=16$, $q=8$).

Аз рӯи нишонаи тақсимшавӣ ба 10 нишонаҳои тақсимшавӣ ба қаратҳои он масалан, 100; 1000 ва ғайраро ҳосил намудан мумкин. Масалан, қатори қаратҳои 10-ро бо 10 зарб зада, пай дар пайи қаратҳои 100-ро ҳосил менамоем: 100, 200, 300, 400, ... Тавре мебинед, ҳар кадоми онҳо бо ду рақами нул тамома мешаванд. Аз ин рӯ, агар адад якбора бо ду рақами 0 тамома шавад, ба 100 тақсим мешавад. Агар рақами охирини адад 0 набошад ё он бо як рақами 0 тамома шуда бошад, ба 100 тақсим намешавад. Масалан, ададҳои 600, 1700, 21000, 100000 ва амсоли онҳо ба 100 тақсим мешаванд, зеро бо ду рақами 0 тамома шудаанд. Ададҳои 374, 2140, 30005 ба 100 тақсим намешаванд, чунки бо ду рақами 0 тамома нашудаанд. Айнан ҳамин тавр нишонаи тақсимшавии ададро ба 1000 баён намудан мумкин: агар адад якбора бо се рақами 0 тамома шуда бошад, ба 1000 тақсим мешавад. Агар он бо як, ду рақами 0 тамома шуда бошад ва ё рақами охиринаш аз 0 фарқ кунад, ба 1000 тақсим намешавад. Масалан, ададҳои 7000, 125000, 30000 ба 1000 тақсим мешаванд, вале ададҳои 600003, 125500, 365070 ба 1000 тақсим намешаванд. Чаро?

Нишонаи тақсимшавӣ ба 5

Қаратҳои адади 5-ро бо тартиби зиёдшавиашон менависем:
5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, ...

Рақами охирини ин ададҳо ё ба 5 баробар аст ё ба 0. Аз ин ҳолат, ки нишонаи тақсимшавӣ ба адади 5 чунин баён карда мешавад: ба 5 ҳамон ададҳо тақсим мешаванд, ки ё бо рақами 5 тамома мешаванд ё бо рақами 0. Агар адад ё бо рақами 0 ва ё бо рақами 5 тамома нашавад, ба 5 тақсим намешавад. Масалан, ададҳои 25, 140, 2335, 10000 ба 5 тақсим мешаванд, зеро ҳар яке онҳо ё бо 5 тамома

мешавад ё бо 0. Ададҳои 17, 326, 3904, 44003, 10001, ба 5 тақсим намешаванд, чунки рақами охири онҳо аз 0 ва аз 5 фарқ мекунад.

Нишонаи тақсимшавӣ ба 2.

Ададҳои бо 2 каратиро бо тартиби зиёдшавиашон менависем:
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20,...

Ин ададҳоро ададҳои чуфт низ меноманд. Ададҳои натуралии боқимонда, яъне 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ... ададҳои тоқ ном доранд. Ба ҳамин монанд рақамҳои 1, 3, 5, 7, ва 9-ро рақамҳои тоқ ва рақамҳои 2, 4, 6, 8-ро рақамҳои чуфт меноманд. Агар рақами 0 низ ба қатори рақамҳои чуфт илова карда шавад, мебинем, ки қаратҳои адади 2 танҳо бо рақамҳои чуфт тамома мешаванд. Ҳамин тавр, ба 2 ададҳои тақсим мешаванд, ки бо рақами чуфт тамома мешаванд. Агар рақами охири адад чуфт набошад, вай ба 2 тақсим намешавад. Масалан, ададҳои 16, 226, 3970, 10008 ба 2 тақсим мешаванд, зеро рақами охири ҳар яки онҳо чуфт аст. Ададҳои 13, 67, 129, 2005, 11111 бо рақамҳои тоқ тамома мешаванд. Аз ин рӯ, ҳеҷ кадоме аз онҳо ба адади 2 тақсим намешавад.

? 1. Моҳияти нишонаи тақсимшавӣ аз чӣ иборат аст? 2. Нишонаи тақсимшавиро ба 10 баён намоед. Кадом ададҳо ба 10 тақсим намешаванд? 3. Кадом ададҳо ба 100, 1000 тақсим мешаванд? Кадом ададҳо ба 100, 1000 тақсим намешаванд? 4. Нишонаи тақсимшавиро ба 5 баён намоед. Кадом ададҳо ба 5 тақсим намешаванд? 5. Кадом рақамҳоро чуфт ва кадом рақамҳоро тоқ меноманд? 6. Пайдарпайии ададҳои чуфт ва пайдарпайии ададҳои тоқро нависед. 7. Нишонаи тақсимшавиро ба 2 баён намоед. Кадом ададҳо ба 2 тақсим намешаванд?

А 1. Ду ададҳо нависед, ки онҳо:

- | | | |
|------------|------------------|--------------------------------|
| а) ба 10 | г) ба 5 | ё) ба 5 ва ба 2 |
| б) ба 100 | д) ба 2 | ж) ба 10 ва ба 2 |
| в) ба 1000 | е) ба 10 ва ба 5 | з) ба 10;5 ва 2 тақсим шаванд. |

2. Ду ададҳо нависед, ки онҳо:

- ба 5 тақсим шаванду ба 10 не
- ба 2 тақсим шаванду ба 10 не
- ба 5 тақсим шаванду ба 2 не
- на ба 2 тақсим шаванду на ба 5
- на ба 5 тақсим шаванду на ба 10
- на ба 2 тақсим шаванду на ба 10.

3. Оё ададҳои 150, 2550, 9300, 45400, 1620050, 32658000 ба 10, ба 100 ё ба 1000 тақсим мешаванд? Аз байни онҳо ҳамаи қаратҳои адади 10-ро ҷудо кунед, ки ба 100 тақсим намешаванд.

4. Ҳамагӣ чандто адади сарақамае мавҷуд аст, ки онҳо танҳо аз рақамҳои 0, 2 ва 5 тартиб ёфта: а) ба 2, б) ба 5, в) ба 10 қаратианд?

5. Дар байни ададҳои 18 ва 38 кадоме аз қаратҳои: а) 2; б) 5; в) 10 ҷойгиранд?

6. Дар ҳар як катак 5-тогӣ харгӯш ҷойгир аст. Оё дар ҳамаи катакҳо якҷоя: а) 75, б) 136, в) 225, г) 640 харгӯш ҷойгир шуда метавонад?

7. Дар навиштаҳои поён ба ҷои ситораҷаҳо кадом рақамҳоро гузоштан лозим, то ададҳои ба 5 қаратӣ ҳосил гардад: (ҳамаи ҳалҳоро биёред)

а) 374* б) 1202* в) 10000* г) *00510

8. Панҷ адади сарақамаи ҷуфт ва панҷ адади сарақамаи тоқро нависед.

9. Адади дурақамаеро ҳам ба 2 ва ҳам ба 5 алоҳида тақсим намуда, бақияҳои баробарро ҳосил намуданд. Хурдтарин адади ҷунин хосиятро соҳиббуда кадом аст?

10*. 19 кг меваро ба якчанд ҳалтаҷаи дукилогӣ ва панҷкилогӣ то пур шуданашон ҷойгир намудан лозим. Чанд дона ҳалтаҷаи дукилогӣ ва чанд ҳалтаҷаи панҷкилогӣ ҳосил мешавад?

В 1. Аз байни ададҳои дар поён омада, ададҳои ҷуфт ва тоқро алоҳида-алоҳида ба дафтарадон кӯчонед.

7, 11, 20, 84, 126, 133, 269, 1335, 3333, 4001, 6870, 63298, 199861, 1000000.

2. Ду адади ҷуфт ва ду адади тоқи ба 5 қаратино нависед.

Қалонтарин тақсимкунандаи умумии ин чор ададро ёбед.

3. Дутогӣ ададҳои ҷуфту тоқи ба 2 қаратино нависед. Хурдтарин қаратии умумии ин чор ададро ҳисоб намоед.

4. Ҳамаи ҳамаи ададҳои сарақамаеро нависед, ки танҳо аз рақамҳои 0, 1 ва 2 тартиб ёфта: а) ба 2, б) ба 5, в) ба 10 тақсим шаванд.

5. Дар якчанд куттии сарпӯшида 30 тоғӣ тухм чойгир карда шудааст. Оё онҳоро накушода: а) 60, б) 75, в) 124, г) 180 дона тухм ҳосил намудан мумкин? Чӣ тавр?

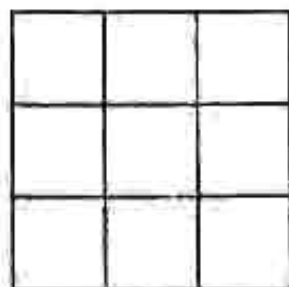
6. Барои исботи тасдиқоти зерин мисолҳо биёред:

а) агар ҳар як чамъшаванда ба адади v каратӣ бошад, суммаи онҳо низ ба адади v каратӣ мешавад; б) агар фақат яке аз чамъшавандаҳо ба v каратӣ набошад, суммаи онҳо низ ба ҳамин v каратӣ намешавад.

7. Исбот кунед, ки агар адади натуралии n ба ҳар кадоме аз ададҳои $a \cdot v$ каратӣ бошад, вай ба ҳосили зарби a ва v низ каратӣ мешавад. Барои тасдиқи ин гуфтаҳо мисол биёред.

8*. Нишонаи тақсимшавиро ба 4 ҳосил намуда, бо мисолҳо санҷед.

© 1. Дар каттакҳои холии квадрати дар расми 2 омада ададҳои 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 ва 18-ро якборӣ тарзе нависед, ки суммаи онҳо аз рӯи ҳар як сатр, ҳар як сутун ва ҳар ду диагонали асосӣ ба адади 30 баробар шавад.



Расми 2.

Яке аз ҳалҳои масъаларо нишон диҳед.

2. Дар бозии “Кӣ пештар 25 ҳосил мекунад?” ду нафар иштирок менамоянд. Бозингари якум (шахсе, ки бозиро оғоз менамояд) яке аз рақамҳои 1, 2, 3 ё 4-ро номбар мекунад. Ҳарифи \bar{y} (бозингари дуюм) ба болои он боз яке аз ҳамин рақамҳоро (бо хоҳиши худаш) илова намуда, суммаро ба бозингари якум маълум менамояд. Бозингари якум боз ба болои суммаи мазкур яке аз ҳамин чор рақамро илова намуда, натиҷаашро ба бозингари дуюм маълум месозад ва ҳоказо. Дар бозӣ ҳамоне аз бозингарон голиб меояд, ки агар \bar{y} аввалин шуда бо чунин тарз адади 25-ро ҳосил кунад. Оё бозингари дуюм метавонад новобаста аз бозии ҳарифаш голиб ояд? Чӣ тавр?

3. Фирӯз аз майдони назди ҳавлиаш кадуи бисёре гирифт. Шумораи умумии онҳо ба адади 5 каратӣ буд. Агар \bar{y} кадуҳоро дутоғӣ ба гурӯҳҳо чудо кунад, 1 каду зиёд менамояд. Агар онҳоро се тоғӣ ба гурӯҳҳо чудо кунад, ду каду ва агар чортоғӣ ба гурӯҳҳо чудо кунад, се каду изофа менамояд. Фирӯз хамагӣ чанд дона каду дошт?

4*. Падар аз бог себ овард. Шумораи онҳо бо адади дурақама нфода мешавад. Агар \bar{u} себҳоро дар байни 2, 3 ё 5 нафар баробар тақсим кунад, ягон себ боқӣ наместонад. Агар шумораи себҳо боз ба 4 ҳам каратӣ бошад, падар ҳамагӣ чанд дона себ овард?

5*. Дев ба писари подабон амр кард: "Аз умрат як рӯзи дигар монд. Пагоҳӣ ба пеши ман меой! Ман фикр карда, ба ту се рақам (a, b, c) мегӯям. Ту ҳамоно се адади дилат мехостагиро ба ман маълум мекуни (x, y, z). Ман туро шунида, суммаи $a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z$ -ро ба ту хабар медиҳам. Ту андешида, рақамҳои фикркардаи маро меёбӣ. Агар онҳоро хато гӯйӣ, сарат аз танат чудо мешавад. Фаҳмидӣ!? Писари подабон ба дев бояд кадом ададҳоро маълум намояд?

1.3. НИШОНАҲОИ ТАҚСИМШАВӢ БА 3; 9 ВА 11

Нишонаи тақсимшавӣ ба 3

Ададҳои ба 3 каратӣ инҳоянд:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...

Тавре пай бурдед, каратиҳои 3 метавонанд бо рақами дилхоҳ тамошаванд. Аз ин рӯ, аз рӯи рақами охирини адад нишонаи тақсимшавии онро ба адади 3 ҳосил намудан маънӣ надорад. Дар чунин маврид ҳисоб намудани суммаи рақамҳои адад лозим меояд. Масалан, суммаи рақамҳои адади чоррақамаи 1234 ба $1+2+3+4=10$, суммаи рақамҳои адади панҷрақамаи 19876 ба $1+9+8+7+6=31$ ва суммаи рақамҳои адади ҳафтрақамаи 1 000 000 ба 1 баробар аст. Агар ба каратиҳои адади 3 диққат диҳем пай мебарем, ки рақамҳо ё суммаи рақамҳои онҳо ба 3 каратӣ мебошад. Масалан, ададҳои 3, 6, 9 ба 3 каратианд. Суммаи рақамҳои ададҳои дигар 12, 15, 18 ва ғайра низ ба 3 каратӣ мебошанд: $1+2=3$, $1+5=6$, $1+8=9$ ва ғайра. Аз ин ҷо, нишонаи тақсимшавиро ба 3 ин тавр баён намудан мумкин: ба 3 ададҳои тақсим мешаванд, ки суммаи рақамҳои он ба 3 тақсим мешавад. Агар ҳуди адад ба 3 тақсим мешавад, суммаи рақамҳои он низ ба 3 тақсим мешавад.

Масалан, адади 267009 ба 3 тақсим мешавад, зеро суммаи рақамҳои он ба $2+6+7+0+0+9=24$ баробар мебошад. Азбаски $24 : 3=8$, пас адади 267009 ба 3 тақсим мешавад. Дар асл, агар бевосита амали тақсимиро иҷро намоем, ҳамин натиҷаро соҳиб мешавем: $267009 : 3=89003$.

Адади 178015 ба 3 тақсим намешавад, зеро суммаи рақамҳояш $1+7+8+0+1+5=22$ ба адади 3 тақсим намешавад. Дар ҳақиқат, бо ёрии амали тақсим боварӣ ҳосил менамоем, ки $178015=3\cdot 59338+1$.

Нишонаи тақсимшавӣ ба 9

Нишонаи тақсимшавӣ ба 9, ба нишонаи тақсимшавӣ ба 3 монанд аст. Дар байни қаратихон адади 9, ададҳо бо рақамҳои гуногун тамоми шаванд ҳам, суммаи рақамҳои онҳо ҳамеша ба 9 тақсим мешавад:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, ...

$1+8=9$; $2+7=9$; $3+6=9$; $4+5=9$ ва ғайра. Аз ин ҷо: агар суммаи рақамҳои адад ба 9 тақсим шавад, худ адад низ ба 9 тақсим мешавад. Агар адад ба 9 тақсим шавад, суммаи рақамҳояш низ ба 9 тақсим мешавад.

Масалан, суммаи рақамҳои адади 2136726 ба $2+1+3+6+7+2+6=27$ баробар аст. Азбаски адади 27 ба 9 тақсим мешавад, пас адади 2136726 низ ба 9 тақсим мешавад. $2136726:9=237414$. Адади 21106901 ба адади 9 тақсим намешавад, зеро суммаи рақамҳои он ба $2+1+1+0+6+9+0+1=20$ баробар аст. Азбаски адади 20 ба 9 тақсим намешавад, пас адади 21106901 низ ба адади 9 тақсим намешавад. $21106901=9\cdot 2345211+2$.

Маълум, ки агар адад ба 9 тақсим шавад, вай ба 3 ҳам тақсим мешавад, $9=3\cdot 3$. Ҳамин тавр, агар суммаи рақамҳои адад ба 9 тақсим шавад, он гоҳ вай ба 3 ҳам тақсим мешавад. Аксаш на ҳамеша дуруст аст. Адади 6 ба 3 тақсим мешавад, вале ба 9 тақсим намешавад. Агар суммаи рақамҳои адад ба 6 баробар бошад, вай ба 3 тақсим мешаваду ба 9 не.

Масалан, адади 20130 ба 3 тақсим мешавад ($2+0+1+3+0=6$) вале, ба 9 тақсим намешавад, чунки суммаи рақамҳояш ба 9 тақсим намешавад.

Нишонаи тақсимшавӣ ба 11

Ⓜ Каратихон адади 11-ро бо тартиби зиёдшавиашон меорем:

11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, ...

Дар ҳар кадоме аз ин ададҳо, суммаи рақамҳои дар ҷойҳои дуҷум, чорум, шашум ва ғайра ҷойгирбуда ба суммаи рақамҳои дар ҷойҳои якум, сеюм, панҷум ва ғайра ҷойгирбуда баробар аст. Масалан, дар ҷои дуҷуми адади 132 рақами 3 омада, дар ҷойҳои якуму сеюмаш рақамҳои 1 ва 2 ҷойгиранд. $3=1+2$. Фарқи ин ду адад

$3-3=0$. Азбаски адади 0 ба 11 тақсим мешавад ($0=0\cdot 11$), пас адади 132 низ ба 11 каратист. Дар адади 290246 суммаи рақамҳои дар ҷойҳои якум, сеюм ва панҷум омада ба $2+0+4=6$ ва суммаи рақамҳои дар ҷойҳои дуум, чорум ва шашум омада ба $9+2+6=17$ баробар аст. Фарқи $17-6=11$ ба адади 11 тақсим мешавад. Аз ин рӯ, адади 290246 низ ба 11 тақсим мешавад. Бо ёрии амали тақсим месанҷем, ки $290246 : 11=26386$ аст.

Баръакс, агар адад ба 11 тақсим шавад, фарқи суммаҳои рақамҳои дар ҷойҳои ҷуфт ва дар ҷойҳои тоқ омадаи он низ ба 11 тақсим мешавад. Масалан, адади 1358016 ба 11 тақсим мешавад ($1358016 : 11=123456$). Суммаи рақамҳои дар ҷойҳои ҷуфт омадаи он ба $3+8+1=12$ ва суммаи рақамҳои дар ҷойҳои тоқ омадаи он низ, ба $1+5+0+6=12$ баробар аст. Ҳамин тавр, фарқи $12-12=0$ ба 11 тақсим мешавад. Аз мисолҳои овардашуда чунин хулоса мебарояд: агар дар навишти адад суммаи рақамҳои дар ҷойҳои ҷуфт омада, аз суммаи рақамҳои дар ҷойҳои тоқ омада, бо адади ба 11 каратӣ фарқ кунад, адад ба 11 тақсим мешавад. Баръакс, агар адад ба 11 тақсим шавад, фарқи суммаҳои рақамҳои дар ҷойҳои ҷуфт ва тоқи навишти адад омада, ба 11 тақсим мешавад. Дар сурати иҷро нашудани ҳамин шарт, адади додашуда ба 11 тақсим намешавад. Масалан, адади 26915741 ба 11 тақсим намешавад, чунки дар он суммаи рақамҳои дар ҷойҳои ҷуфт омада ба $6+1+7+1=15$ ва суммаи рақамҳои дар ҷойҳои тоқ омада, ба $2+9+5+4=20$ баробар аст. Аз адади калон 20 адади хурд 15-ро тарҳ карда меёбем, ки фарқи $20-15=5$ ба 11 тақсим намешавад.

Нишонаи тақсимшавиро ба 11 бо тарзи дигар низ ҳосил намудан мумкин. Барои ин аз формулаи ҳангоми баёни нишонаи тақсимшавӣ ба 10 ҳосилкардаамон истифода мебарем (ниг. ба п. 1.2). Қайд кардем, ки адади дилхоҳ N -ро ба намуди суммаи шумораи даҳӣҳо a ва b якиҳои он навиштан мумкин: $N=10\cdot a+b$. Ҳамин баробариро андаке дигар месозем: $N=10a+b=10a+a+b-a=11a+(b-a)$. Аз он хулоса мебарояд, ки агар адади N ба 11 тақсим шавад, фарқи шумораи даҳӣҳо ва якиҳои он ба 11 тақсим мешавад. Баръакс, агар фарқи шумораи даҳӣҳо ва якиҳои адади $b-a$ ба 11 тақсим шавад, ҳуди адади N низ ба 11 тақсим мешавад.

Масалан, адади 825 ба 11 тақсим мешавад, зеро фарқи байни шумораи даҳӣҳои он 82 ва якиҳои ҳамин адад 5, яъне $82-5=77$, ба 11 тақсим мешавад. Адади 253 ба 11 тақсим мешавад, чунки $25-3=22$ ба 11 тақсим мешавад.

Агар фарқи $6-a$ адади бисёррақамаро ифода карда бошад ва аз намуди он маълум набошад, ки вай ба 11 тақсим мешавад ё не, пас ба адади нав нишонаи дар боло баёншударо татбиқ намуда, аз шумораи дақиқои он яқиқояшро тарҳ мекунем ва ҳоказо, то он даме, ки аз рӯи адад ба 11 тақсим шудани он маълум гардад.

Масалан, месанҷем, ки оё адади 27874 ба 11 тақсим мешавад?
1. Аз шумораи дақиқои ин адад яқиқои онро тарҳ намуда ҳосил мекунем: $2787-4=2783$. 2. Нишонаи мазкурро бо адади 2783 такрор менамоем. Аз шумораи дақиқо шумораи яқиқои ҳамин ададро тарҳ намуда меёбем: $278-3=275$. 3. Бори дигар нишонаи тақсимшавии дар боло баёншударо, ин дафъа ба адади 275 татбиқ менамоем. Аз шумораи дақиқои адади 275 яқиқои онро тарҳ менамоем: $27-5=22$. Азбаски адади 22 ба 11 тақсим мешавад, пас адади аввалаи 27 874 низ ба 11 тақсим мешавад.

? 1. Нишонаи тақсимшавии ададро ба 3 баён намоед. Кадом ададҳо ба 3 тақсим намешаванд? 2. Нишонаи тақсимшавии ададро ба 9 баён намоед. Кадом ададҳо ба 9 тақсим намешаванд? 3. Оё агар адад ба 9 тақсим шавад, вай ба 3 ҳам тақсим мешавад? 4. Агар адад мувофиқи нишонаи тақсимшавӣ ба 3 тақсим шавад, пас вай ба 9 низ тақсим мешавад? Чаро? Мисол биёред. 5. Нишонаи тақсимшавӣ ба 11 чӣ тавр аст? Бо мисол фаҳмонед.

- А** 1. Се ададери мисол биёред, ки ба 3 тақсим мешаванд.
2. Се ададери мисол биёред, ки ба 9 тақсим мешаванд.
3. Кадоме аз ададҳои зерин: а) ба 3, б) ба 9, тақсим мешаванд: 63, 145, 246, 729, 1367, 2045, 6222, 15000, 1 000 000?
4. Ҳамаи ҳамон ададҳои серақамаро нависед, ки танҳо аз рақамҳои 3 ва 9 тартиб ёфта: а) ба 3, б) ба 9, в) ҳам ба 3 ва ҳам ба 9 тақсим шаванд.
5. Дар ҳар як катак 9 тоғи харгӯш мавҷуд аст. Оё дар ҳамаи катакҳо якҷоя 336, 218, 909 ё 1287 харгӯш вучуд дошта метавонад?
6. Дар ҳар як ҳолати зерин ба чои ситораҷаҳо чунин рақамҳоеро нависед, ки ададҳои ҳосилшуда ба 9 каратӣ шаванд.
а) $7*361$ б) 22222^* в) 50505^* г) 3000^*
7. Кадоме аз ададҳои зерин ба 11 тақсим мешавад:
167; 176; 2222; 235782; 25795; 80795; 12345674?

8*. Адади номаълумро 11 карат калон намуда, аз натиҷа 8-ро тарҳ намуданд. Дар ҷавоб адади ба 8 каратӣ ҳосил шуд. Хурдтарин ададERO ёбед, ки дорoi чунин хосият аст.

В 1. Дутогӣ ададхоерo мисол биёред, ки:

а) ба 2,3 ва 5 тақсим шаванд, б) ба 2 ва 3 тақсим шаванду ба 5 тақсим нашаванд, в) ба 3 тақсим шаванду ба 11 тақсим нашаванд, г) ба 3 ва 5 тақсим шаванду ба 9 тақсим нашаванд.

2. Ҳамаи ҳамаи ададҳои серақамаерo нависед, ки танҳо аз рақамҳои 0,1 ва 2 тартиб ёфта а) ба 3, б) ба 9, в) ба 11 тақсим шаванд.

3. Адади серақамаи 37* (рақами охиринаш номаълум) якбора ҳам ба 3 тақсим мешаваду ҳам ба 5. Рақами охирини онро муайян намоед.

4. Амали тақсимро иҷро накарда, нишон диҳед, ки адади 513720 ба 60 тақсим мешавад.

5. Ба ҷои ситораҷаҳо чунин рақамхоерo нависед, ки ададҳо ба 9 тақсим шаванд: 12*43; *0037; 44*44; 6300*.

6. Ба ҷои ситораҷаҳо чунин рақамхоерo нависед, ки ададҳо ба 11 тақсим шаванд: 1*5; *64; 4*7; *452; 183*; 123456*.

7. Нишонаи тақсимшавиро ба адади 6 ҳосил намуда, онро бо мисол асоснок намоед.

8*. Бо ёрии нишонаи тақсимшавӣ ба 3 нишон доданд, ки адад ба 3 тақсим мешавад. Баъд, бо ёрии нишонаи тақсимшавӣ ба 2 нишон доданд, ки ҳамаи ададҳо ба 2 тақсим мешавад. Оё аз ин хулоса мебарояд, ки адади мазкур ба $2 \cdot 3 = 6$ тақсим мешавад?

С 1. Дар расми 3 се квадрат тасвир ёфтааст. Ҷойҳои ададҳои дар онҳо навишташударo тавре иваз намоед, ки суммаҳои онҳо аз рӯи ҳар як сатр, ҳар як сутун ва ду диагонали асосӣ дар квадрати якум ба 9, дар квадрати дуюм ба 18 ва дар квадрати сеюм ба 27 баробар шаванд.

2. Исбот кунед, ки агар аз адади дурақамаи дилхоҳ, адади дурақамаи аз ҳамаи рақамҳо, вале бо тартиби ҷаппа навишташударo тарҳ намоем, дар натиҷа адади ба 9 каратӣ ҳосил мешавад

3*. Исбот кунед, ки ҳосили зарби се адади пайдарпайи дилхоҳи натуралӣ ҳам ба 2 тақсим мешаваду ҳам ба 3.

2	2	2
3	3	3
4	4	4

1)

5	5	5
6	6	6
7	7	7

2)

8	8	8
9	9	9
10	10	10

3)

4*. Барои кадом қиматҳои n ифодаи $2n+4$ ба 4 тақсим мешавад?

5*. Иббот кунед, ки барои ҳамаи ададҳои натуралии n ифодаи $n^2+5\cdot n$ ба 6 тақсим мешавад.

6*. Иббот кунед, ки барои қимати дилхоҳи натуралии n ифодаи n^2+1 ба 3 тақсим намешавад.

7*. Иббот кунед, ки барои қиматҳои тоқи натуралии n ифодаи n^2-1 ба 8 тақсим мешавад.

8. Иббот намоед, ки адади шумораи нулҳояш чуфти $1000\dots 0001$ ба 11 тақсим мешавад.

1.4. АДАДҲОИ СОДДА ВА ТАРКИБӢ. ҒАЛБЕРИ ЭРАТОСФЕН

Тавре боварӣ ҳосил кардед, ададҳои натурали ё чуфт мешаванд ё тоқ.

Ададҳои чуфт: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20,...

Ададҳои тоқ: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19,...

Ҳамаи ададҳои чуфт ба гайр аз 2 дорон хосияти умумӣ мебошанд. Ҳар яки онҳо ба гайр аз 1 ва худашон ба адади дигаре низ тақсим мешаванд. Масалан, адади 4 ба гайр аз 1 ва 4 боз ба 2 низ тақсим мешавад. Адади 6 ба гайр аз 1 ва 6 боз ба 2 ва 3 ҳам тақсим мешавад. Як қисми ададҳои тоқ низ ҳамин хосиятро соҳибанд. Масалан, адади 9 ба гайр аз 1 ва 9 боз ба 3 тақсим мешавад. Адади 105 ба гайр аз 1 худаш боз ба 3, 5 ва 7 тақсим мешавад. Бо вучуди ин қисми дигари ададҳои тоқ хосияти умумӣ дорад. Онҳо танҳо ба 1 ва ба худ тақсим мешаванду бас. Масалан, ададҳои 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ... танҳо ба 1 ва худашон тақсим мешаванд. Аз байни ададҳои чуфт танҳо 2 дорон чунин хосият аст.

ТАЪРИФИ 1. Адади натуралне, ки танҳо ба 1 ва ба худаш тақсим мешавад, адади содда номида мешавад.

Мисолҳои ададҳои соддаро дар боло овардем. Азбаски адади 1 ба ғайр аз худ 1 тақсимшавандаи дигар надорад, онро содда намехисобанд. Аз тарафи дигар вай камтар аз ду тақсимшаванда дорад. Ҳамин тавр, адади 1-ро адади хоса ҳисобидан мумкин аст.

ТАЪРИФИ 2. Адади натуралне, ки ба ғайр аз 1 ва худаш боз ақаллан як тақсимкунандаи дигар низ дорад, адади таркибӣ номида мешавад.

Масалан, адади 8 ба 1, 2, 4 ва 8, адади 30 ба 1, 2, 3, 5, 6, 15 ва 30 тақсим мешаванд, аз ин рӯ, адади таркибӣ мебошанд. Ҳамин тавр пайдарпайии ададҳои таркибӣ намуди 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...-ро дорад. Аз адади 3 сар карда, дар пайдарпайии ададҳои натуралӣ, ҳеҷ гоҳ ду адади содда пай ҳам намеоянд. Чаро ин тавр аст? Ададҳои току чуфт бо навбат ҷойгиранд. Агар ягон адад чуфт бошад, ададҳои пеш аз он ва пас аз он омада, тоқ мебошанд. Баръакс, пеш аз адади тоқ ва пас аз он ададҳои чуфт ҷойгиранд. Бинобар ҳамин дар пайдарпайии ададҳои натуралӣ аз ду адади пай ҳам омада, якеаш чуфт мебошад, яъне содда нест. Ягона чуфти ададҳои соддаи бо ҳам ҳамсоя 2 ва 3 аст.

Саволе ба миён меояд, ки оё шумораи ададҳои содда охирик аст? Агар чунин бошад, адади соддаи калонтарин кадом аст? Ба чунин савол ҳанӯз 2000 сол пеш олими Юнони Қадим Евклид (365–300 то милод) ҷавоби қаноатбахш дода буд. Ӯ исбот кардааст, ки ададҳои содда бешуморанд ва аз ин рӯ, адади соддаи калонтарин вуҷуд надорад. Исботи ин факти муҳимро мо дар қисми иловаҳои ҳамин боб меорем. Қайд кардан бамаврид аст, ки адади калонтарини соддаи то ҳол маълум 3376 рақамро дарбар мегирад. Онро соли 1984 риёзидонҳои Донишгоҳи Илиони ШМА дар машинҳои электронии ҳисоббарор (МЭХ) ҳосил намудаанд.

Ғалбери Эратосфен

Мақсад мегузорем, ки ҳамаи ададҳои соддаи аз 1 калону аз 100 хурдро ба рӯйхат мегирем. Барои ин ҳамаи ададҳои натуралии аз 100 хурдро бо тартиб менависем: 1, 2, 3, 4, 5, ..., 50, 51, ..., 97, 98, 99. Оҳиста–оҳиста аз ин қатор ададҳоеро хорич месозем, ки содда нестанд. Аввал адади ғайрисоддаи 1-ро хат мезанем. Дар навбати дуюм, дар зери адади соддаи нахустин 2 хат кашида, ҳамаи қаратҳои 2-ро аз 4 то 100 хат мезанем. Дар натиҷаи ин амалиёт

мо аз рӯйхат ҳамаи ададҳои чуфти аз 2 калонро дур сохтем. Пайдарпайии додашуда ду баробар кӯтохтар шуд. Адади соддаи минбаъда 3 аст. Дар зери он низ хат кашида, ҳамаи каратҳои 3-ро аз 6 то 99 хат мезанем. Дар натиҷа пайдарпайии додашуда боз ҳам кӯтохтар мешавад. Бояд қайд намоем, ки баъзе ададҳои масалан 6, 12, 18 ва ғайра, ки ҳам бо 2 ва ҳам бо 3 каратианд, аллакай аз рӯйхат хориҷ гардидаанд. Маротибаи дуҷум хориҷ кардани онҳо маънӣ надорад. Навбат ба адади соддаи минбаъда 5 мерасад. Дар зери адади 5 хат кашида, аз рӯйхат ҳамаи ададҳои боқимондаи ба 5 каратиро хориҷ мекунем. Ҳамин гуна амалиётро бо ададҳои соддаи минбаъда 7, 11 низ такрор менамоем. Дар натиҷа дар қатор танҳо ададҳои соддаи аз 100 хурд боқӣ мемонанду ҳалос. Инҳо 25 тоанд:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 ва 97. Бо ҳамин тарз шумо метавонед, қадвали ададҳои соддаро то адади дилхоҳатон тартиб диҳед. Усули ҷудо намудани ададҳои содда аз анбӯҳи бешумори ададҳои натуралӣ ҳанӯз 200 сол то милод аз тарафи олими машҳури Искандария Эратосфен (276–194 то милод) пешниҳод шуда буд. Аз ҳамин ҷост, ки онро “ғалбери Эратосфен” ном ниҳодаанд. Ғалбери Эратосфен ҳоло ҳам барои тартиб додани қадвали ададҳои содда заминаи асосӣ ба шумор меравад. Дар замони мо барои тартиб додани қадвали ададҳои содда хотираи МЭҲ истифода бурда мешавад. Алҳол дар лабораторияи илмии Лос Аламос (ШМА) рӯйхати ҳамаи ададҳои соддаи аз 100 000 000 000 хурд тартиб дода шудааст. Бо вучуди ин, ҳоло дар тартиби ҷойгиршавии ададҳои содда дар қатори ададҳои натуралӣ ягон қонуниятҳои ошкор нагардидааст. Муҳосираи ададҳои содда идома дорад.

Дар муқоваи ҳамин китоб рӯйхати ҳамаи 168 адади соддаи аз 1000 хурд оварда шудааст. Ба он диққат дода пай мебаред, ки ҷойгиршавии ададҳои содда дар байни садиҳои якум, дуҷум, сеҷум ва ғайра номунтазам аст ва ба ягон қонуният риоя намекунад.

Ⓜ Ҳар гуна адади соддаи аз 3 калон бударо ба намуди $6n+1$ ё ки $6n-1$ навиштан мумкин аст. Чаро ин тавр аст? Ҳамаи ададҳои натуралии аз 3 калонро аз рӯи тақсимшавиашон ба 6, ба шаш гурӯҳ ҷудо намудан мумкин аст. 1) Ададҳои, ки ба 6 каратианд (онҳо намуди $6n$ доранд 6, 12, 18, ...), 2) ададҳои, ки хангоми ба 6 тақсим шуданашон 1 бақия мемонад. Инҳо намуди $6n+1$ доранд (масалан

7, 13, 19,...), 3) ададҳое, ки хангоми ба 6 тақсим шуданашон 2 бақия мемонад (ададҳои намуди $6n+2$, масалан, 8, 14, 20,...), 4) ададҳое, ки хангоми ба 6 тақсим шуданашон 3 бақия мемонад (ададҳои намуди $6n+3$, масалан, 9, 15, 21,...), 5) ададҳое, ки хангоми ба 6 тақсим шуданашон 4 бақия мемонад (ададҳои намуди $6n+4$, масалан, 10, 16, 22,...), 6) ададҳое, ки хангоми ба 6 тақсим шуданашон 5 бақия мемонад (ададҳои намуди $6n+5$, масалан, 11, 17, 23,...). Ададҳои гурӯҳҳои 1), 3) ва 5) ададҳои чуфттро ифода менамоянд. Ададҳои гурӯҳи 4) низ адади соддаро ифода менамоянд, зеро адади намуди $6n+3$ ба 3 тақсим мешавад. Бинобар ҳамин танҳо ададҳои намуди $6n+1$ ё намуди $6n+5=6n+6-1=6(n+1)-1=6p-1$ ададҳои соддаро ифода менамоянду ҳалос. Илова менамоем, ки $5=6 \cdot 1-1$.

Ҳамин тавр ададҳои содда намуди $6n+1$ ё $6n-1$ -ро соҳиб мебошанд. Ҷумлаи ба ҳамин чаппа нодуруст аст. Яъне, на ҳар ададе, ки намуди $6n+1$ ё $6n-1$ -ро соҳиб аст, адади соддаро ифода менамояд. Масалан, адади 25 намуди $25=6 \cdot 4+1$ -ро дорад. Тавре ки медонем, ин адад содда нест.

Аз ин далели муҳим хангоми ҳалли мисолҳо истифода мекунем.

? 1. Ададҳои тоқ кадомҳоянд? Чӣ тавр аз рӯи навишти адад тоқ будани онро муайян намудан мумкин? 2. Ададҳои чуфт кадомҳоянд? Чӣ тавр аз рӯи навишти адад чуфт будани онро муайян намудан мумкин? 3. Ададҳоеро мисол биёред, ки танҳо ду тақсимкунанда дошта бошанд. 4. Ададҳоеро мисол биёред, ки беш аз 2 тақсимкунанда дошта бошанд. 5. Адади содда чист? Ҳамаи ададҳои соддаи аз 30 хурдро баён намоед. 6. Кадом ададро хоса меҳисобанд? Чаро? 7. Адади таркибӣ чист? Ҳамаи ададҳои таркибии аз 1 то 30-ро баён намоед. 8. Оё, дар қатори ададҳои натуралии бо тартиб ҷойгирифта, ду адади содда, паи ҳам омада мегарданд? Чаро? 9. Шумораи ададҳои содда охиринок аст ё беохир? Ин чӣ маънӣ дорад? 10. Усули ҷудо намудани ададҳои содда ё галбери Эратосфен аз чӣ иборат аст?

А 1. Ҳамаи тақсимкунандаҳои ададҳоро дар дафтар нависед:

6, 12, 16, 22, 24, 36, 50, 70, 72.

2. Ададҳои 25, 48, 37, 84, 55, 59, 95 ва 100 чандтогӣ тақсимкунанда доранд?

3. Ададҳои чуфт ва тоқро аз байни ададҳои зерин алоҳида-алоҳида ба дафтар кӯчонед: 14, 73, 94, 113, 280, 367, 377, 387, 378, 1001, 2002, 3332.

4. Кадоме аз ададҳои тоқи зерин беш аз ду тақсимкунанда дорад?

7, 13, 17, 27, 33, 35, 49, 57, 61, 77, 93, 113, 161, 205, 367, 841, 961?

5. Кадоме аз ададҳои зерин беш аз се тақсимкунанда дорад?

18, 28, 41, 67, 80, 115, 125, 149, 181, 409, 479, 569, 732, 804, 1000?

6. Кадоме аз ададҳои навишташуда содда аст:

37, 58, 83, 95, 112, 137, 263, 362, 450, 790, 971, 1235, 1441, 2957, 10002?

7. Ададҳои соддаеро нависед, ки дар тире адади дар байни ададҳои:

а) 3 ва 13; б) 27 ва 40; в) 31 ва 60; г) 75 ва 120 ҷойгиранд.

8. Ҳамагӣ чандто адади таркибии аз 100 хурд мавҷуд аст?

9. Нишон диҳед, ки адади серақамаи ҳамаи рақамҳои баробар таркибист.

10. Муайян намоед, ки оё 353 адади содда аст?

11. Чанд адади соддаи аз 1000 хурд мавҷуд аст?

12. Чанд адади соддаи ду тақсимкунандаи баробар дошта вучуд дорад?

13. Барои кадом қиматҳои натуралии a ҳосили зарби $13 \cdot a$ содда мешавад?

14. Панҷ қимати аввали n -ро нависед, ки барояшон ифодаи $2n+1$ ба адади содда баробар шавад.

15. Ҳам дарозии тарафҳои секунҷа ва ҳам ҳосили ҷамъи онҳо ба ададҳои содда баробаранд. Дарозии тарафҳои секунҷаро ёбед.

В 1. Нишон диҳед, ки ҳамаи ададҳои чуфтро аз ифодаи $2n$ ҳосил намудан мумкин аст. Барои ин дар ифодаи $2n$ ба ҷои n бо навбат ададҳои натуралии 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ва ғайраро гузоштан лозим.

2. Нишон диҳед, ки ҳамаи ададҳои тоқро аз ифодаи $2n-1$ ҳосил намудан мумкин. Барои ин дар ифодаи $2n-1$ ва ба ҷои n бо навбат ададҳои натуралии 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ва ғайраро гузоштан лозим.

3. Агар дар катори ададҳои натуралӣ ду адади содда аз ҳамдигар танҳо бо як адади чуфт чудо бошанд (масалан 5 ва 7; 11 ва 13 ва гайра) ададҳои соддаи ҳамсоя номида мешаванд. Ҳамаи ададҳои соддаи ҳамсояи аз 100 хурдро ба дафтаратон кӯчонед.

4. Кадоме аз ададҳои тоқи зерин беш аз ду тақсимкунанда дорад: 13, 31, 33, 39, 45, 67, 73, 75, 81, 83, 87, 91, 93, 95, 97?

5. Кадоме аз ададҳои зерин содда аст:

9, 23, 37, 41, 45, 49, 53, 54, 64, 67, 75, 79, 83, 91, 97, 162, 367, 921?

6. Исбот намоед, ки ададҳои зерин таркибианд:

а) 3691002632; б) 123671202111; в) 444444005; г) 100100100.

7. Ҳамаи тақсимкунандаҳои адади 72-ро навишта, аз байнашон ададҳои соддаро ба дафтаратон кӯчонед.

8. Дутогӣ тақсимкунандаҳои соддаи ҳар кадоме аз ададҳои зеринро нависед: 24, 41, 47, 54, 62, 144, 182, 333, 777, 5125, 6006.

9. Адади 180 ҳамагӣ 18-то тақсимкунанда дорад. Кадоме аз онҳо содда аст?

10. Масоҳати росткунҷа ба адади содда баробар аст. Оё, тарафҳои он ба ададҳои содда баробар мешаванд? Ба адади таркибӣ чӣ?

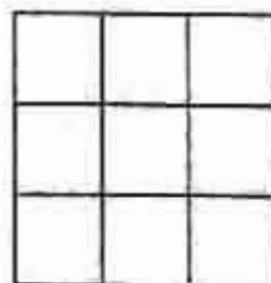
11. Панҷ қимати аввалини натуралӣ n -ро нависед, ки барояшон ифодаи n^2+1 ба адади содда баробар шавад.

12. Ҳосили ҷамъи се адади соддаи пай дар пай ба 15 баробар аст. Ин ададҳоро маълум намоед.

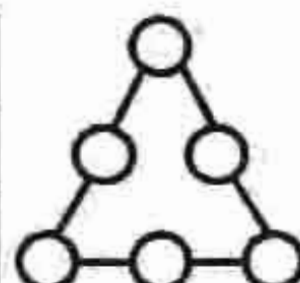
13. Ададҳои зеринро ба намуди суммаи ададҳои содда нависед:

а) 13; б) 17; в) 24; г) 35; д) 53; е) 83; ё) 112.

14. Дар ҳар яке аз нӯҳ катаки дар расми 4 омада, рақамҳои 1, 2 ва 3-ро чунон нависед, ки суммаҳои онҳо аз рӯи ҳар як сатр, ҳар як сутун ва ҳар кадоме аз ду диагоналҳои калон ба як адади 6 баробар шавад. Масъала ҳамагӣ чанд ҳал дорад? Ҳамаи ҳолатҳоро пешниҳод намоед.



Расми 4.



Расми 5.

15*. Дар дохили доирачаҳои дар расми 5 тасвирёфта рақамҳои 1, 2, 3, 4, 5 ва 6-ро якборӣ тарзе нависед, ки суммаи рақамҳо аз рӯи ҳар се

тарафи секунча бо ҳамдигар баробар шаванд. Масъала хамагӣ чанд ҳал дорад?

© 1. Барои кадом қиматҳои соддаи p суммаи p^2+13 низ ба адади содда баробар мешавад?

2. Ҳамаи ададҳои соддаи аз 2 калону аз 50 хурдро бо ҳам зарб зада, адади бисёррақамро ҳосил намуданд. Адади натиҷавӣ бо чанд сифр тамоm мешавад?

3. Суммаи се адади тоқи пай дар пай ба 75 баробар аст. Онҳоро ёбед.

4. Суммаи чор адади чуфти пай дар пай ба 84 баробар аст. Онҳоро ёбед.

5. Ҳосили зарби се адади содда ба 141 баробар аст. Ададҳоро ёбед.

6*. Иббот намоед, ки бақияи ҳосили тақсими адади содда ба 30, ҳамеша ба адади содда баробар мешавад.

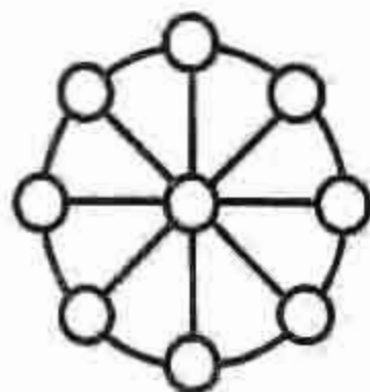
7*. Ададе, ки ба суммаи тақсимкунандаҳои худаш баробар аст (худи адад ба назар гирифта намешавад), адади мукамал номида шудааст. Масалан, 6 адади мукамал аст, зеро он ҳамагӣ се тақсимкунандаи аз худаш хурд дорад ва 6 ба суммаи онҳо баробар аст ($6=1+2+3$). Дар байни ададҳои 20 ва 50 адади дигари мукамал ҷойгир аст. Онро муайян намоед.

8. Шумораи тақсимкунандаҳои адади 96 ёфта шавад.

9. Ҳамаи 14 тақсимкунандаҳои адади 192 бо тартиб навишта шаванд.

10*. Оё ифодаи n^2+n+41 барои ҳамаи қиматҳои натуралии n ба адади содда баробар мешавад? Барои қимати $n=41$ ҷӣ?

11*. Дар доираҳои холии дар расми 6 тасвирёфта нӯҳ адади тоқи соддаи 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ва 29-ро тавре нависед, ки суммаи се адади дар ҳар як диаметр омада, инчунин ба адади содда баробар шавад. Иббот намоед, ки адади 3 дар доираи марказӣ ҷойгир шуда наметавонад.



Расми 6.

1.5. БА ЗАРБШАВАНДАҲОИ СОДДА ЧУДО НАМУДАНИ АДАД

Аз мавзӯи гузашта маълум гашт, ки агар адади таркибӣ ба ягон адади натуралӣ каратӣ бошад, пас адади содда танҳо ба 1 каратист. Аз 2 сар карда, ададҳои натуралӣ ё содда мебошанд ва ё таркибӣ. Ададҳои содда ба ғайр аз 1 ва худашон тақсимкунандаи дигар надоранд. Аз ин ҷо онҳоро ба намуди ҳосили зарби 1 ва худи адад навиштан мумкин аст. Масалан, $3=1\cdot 3$, $13=1\cdot 13$, $37=1\cdot 37$ ва ғайра. Аз тарафи дигар, ҳар як адади таркибиро ба намуди ҳосили зарби камаш ду зарбшавандаи аз 1 фарқкунанда навиштан мумкин. Агар дар байни зарбшавандаҳо ададҳои таркибӣ мавҷуд бошанд, онҳоро низ ба зарбшавандаҳои аз 1 фарқкунанда иваз намудан мумкин. Охири охирон ба он муваффақ мегардем, ки ҳамаи зарбшавандаҳо аз ададҳои содда иборатанд ва бар замми онҳо бо тартиби зиёдшавишон навишта шудаанд. Масалан, $36=18\cdot 2=9\cdot 2\cdot 2=3\cdot 3\cdot 2\cdot 2=2\cdot 2\cdot 3\cdot 3$. Ё ки $36=6\cdot 6=3\cdot 2\cdot 3\cdot 2=2\cdot 2\cdot 3\cdot 3$.

ТАЪРИФ. Агар адади таркибӣ ба намуди ҳосили зарби фақат аз зарбшавандаҳои содда иборат навишта шуда бошад, он гоҳ мегӯянд, ки вай ба зарбшавандаҳои содда чудо шудааст.

Масалан, адади 138-ро ба намуди зарбшавандаҳои соддаи 2, 3 ва 23 чудо намудан мумкин: $138=2\cdot 3\cdot 23$. Ҳамин тавр $365=5\cdot 73$, $1870=2\cdot 5\cdot 187$ ва $10\,000=2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 5\cdot 5$.

Ҳангоми ба зарбшавандаҳои содда чудо намудани ададҳои бисёррақама аз усулҳои гуногун истифода бурдан мумкин. Дар поён мо бо яке аз чунин усулҳо ошно мешавем. Аввал адади серақамаро ба зарбшавандаҳои содда чудо мекунем.

Мисоли 1. Адади 210-ро ба зарбшавандаҳои содда чудо мекунем.

► Адади 210-ро навишта дар тарафи ростии он хати вертикалӣ мефурорем. Хурдтарин адади соддаи 210-ро тақсимкунанда 2 аст. Ҳамин адади соддаро дар тарафи чапи хат менависем. Пас аз он адади 210-ро ба 2 тақсим намуда, натиҷаи он $210 : 2=105$ -ро дар тарафи чапи хат, дар поёни адади 210 ҷой медиҳем. Бо адади 105 низ ҳамин тавр рафтор менамоем. 105 дигар ба 2 тақсим намешавад, зеро рақами охиринаш ҷуфт нест. Адади соддаи минбаъда 3 аст. Аз нишонаи тақсимшавӣ ба 3 маълум мешавад, ки 105 ба 3 каратист. Адади 3-ро дар тарафи ростии хат дар поёни 2 менависем. Натиҷаи тақсим ($105 : 3=35$) дар поёни адади 105

210	2	чойгир карда мешавад. Адади 35 ба 3 тақсим
105	3	намешавад. Адади соддаи минбаъда 5 аст. Адади 35 бо
35	5	рақами 5 тамом мешавад, аз ин рӯ ба 5 тақсим мешавад.
7	7	Дар тарафи рости хат, поёнтар аз адади 3 адади соддаи
1	—	минбаъда 5-ро менависем. Адади 35-ро ба 5 тақсим

намуда, натиҷаи тақсим—адади 7-ро дар поёни 35 чой медиҳем. Адади 7 ба 5 тақсим намешавад. Вай ба адади минбаъдаи содда 7 тақсим мешаваду бас., Азбаски $7 : 7 = 1$, натиҷаи тақсим — адади 1-ро дар поёни 7 менависем. Дар натиҷаи ниҳой адади 1 ҳосил шуд. Бо ҳамин амалиёт анҷом меёбад. Ҳосили зарби ҳамаи ададҳои дар тарафи рости хати вертикалӣ ҳосилшуда ба 210 баробар мебошад: $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$. Ҳамин тавр, адади 210-ро мо ба зарбшавандаҳои соддаи 2, 3, 5, ва 7 чудо намудем. ◀

Мисоли 2. Адади 3575-ро ба зарбшавандаҳои содда чудо мекунем.

▶ Адади мазкур ба 2 ва 3 тақсим намешавад.	3575	5
Азбаски рақами охирини 3575 ба 5 баробар аст, он	715	5
ба 5 тақсим мешавад. Натиҷаи тақсим ба $3575 : 5$, ба	143	11
715 баробар аст. Адади 715 боз ба 5 тақсим мешавад.	13	13
Амали тақсимро иҷро намуда, ба мисли мисоли	1	—

гузашта, натиҷаи тақсимро аз хати вертикалӣ дар тарафи чап ва тақсимкунандаҳои соддаро дар тарафи рост таг ба таг менависем. Адади 143 ($715 : 5$) дигар ба 5 тақсим намешавад. Вай инчунин ба 7 ҳам тақсим намешавад. Адади соддаи минбаъда 11 аст. Адади 143-ро ба 11 тақсим намуда, натиҷаи 13-ро соҳиб мешавем. Адади 13-ро дар поёни 143 менависем. Адади 13 содда аст. Вай танҳо ба худаш тақсим мешаваду бас. Натиҷаи тақсими 13 ба худаш (адади 1-ро) дар поёни 13 чой дода, бо ҳамин амалиётро ба поён мерасонем. Ҳосили зарби ададҳои соддаи тарафи рости тири вертикалӣ ба 3575 баробар аст: $3575 = 5 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$. ◀

Чудокунии адади натуралӣ ба зарбшавандаҳои содда имкон медиҳад, ки ҳамаи тақсимкунандаҳои адади мазкур ҳосил карда шаванд. Барои ин лозим аст, ки зарбшавандаҳои соддаи адад дутогӣ, се тогӣ, чортогӣ ва ғайра зарб зада шаванд. Масалан, барои ёфтани тақсимкунандаҳои адади 3575 зарбшавандаҳои соддаи он 5, 5, 11 ва 13-ро дутогӣ, се тогӣ ва чортогӣ зарб мезанем: $5 \cdot 5 = 25$, $5 \cdot 11 = 55$, $5 \cdot 13 = 65$, $11 \cdot 13 = 143$; $5 \cdot 5 \cdot 11 = 275$; $5 \cdot 5 \cdot 13 = 325$; $5 \cdot 11 \cdot 13 = 715$; $5 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 = 3575$. Агар ба ин қатор тақсимкунандаҳои соддаи адад

5, 11 ва 13-ро ҳамроҳ намоем, рӯйхати пурраи тақсимкунандаҳои адади 3575-ро ҳосил карда метавонем.

Агар ҳамон як адад бо ду тарз ба зарбшавандаҳои содда ҷудо карда шавад ва онҳо аз ҳамон зарбшавандаҳои баробар тартиб ёфта, танҳо бо тартиби ҷойгиршавии зарбшавандаҳо фарқ кунанд, ин ду ҷудокунии якто ҳисобида мешавад. Масалан, адади 360-ро ҳам ба намуди $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$, ҳам ба намуди $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$ ва ҳам ба намуди $5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$ навиштан мумкин: Вале намуди барои мо қобили қабул ҳамон аст, ки зарбшавандаҳо бо тартиб омада бошанд: $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

Теоремаи асосии арифметика. Ҳар гуна адади натуралии аз 1 калонро бо тарзи ягона ҳамчун ҳосили зарби зарбшавандаҳои содда навиштан мумкин.

Дониستاني ин факти муҳим имкон медиҳад, ки дар МЭХ ададҳои ниҳоят калон дар муддати кӯтоҳ ба зарбшавандаҳои содда ҷудо карда шаванд. Агар ин кор ба зиммаи гурӯҳи ҳисобчиҳо гузошта шавад, аз як тараф заҳмати зиёде сарф шавад, аз тарафи дигар вақти ниҳоят тӯлонӣ лозим меояд. Ба ҳар ҳол омӯзишу тадқиқи ададҳои содда идома дорад. Алҳол ададҳои ба зарбшавандаҳои содда ҷудо карда шудаанд, ки зиёда аз 6000 рақам доранд.

? 1. Ададҳои соддаро ба кадом зарбшавандаҳои содда ҷудо намудан мумкин? Ин гуфтаҳоро бо мисолҳо асоснок намоед. 2. Ададҳои таркибиро чӣ тавр ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намудан мумкин? Бо далелҳо асоснок намоед. 3. Адади дилхоҳро чӣ тавр ба зарбшавандаҳои содда ҷудо менамоянд? Мисоли мушаххас оварда, онро маънидор намоед. 4. Чӣ тавр аз рӯи зарбшавандаҳои соддаи адад ва ҷудокунии он тақсимкунандаҳои ададро муайян намудан мумкин? 5. Дар кадом маврид ду ҷудокунии ҳамон як адад ба зарбшавандаҳои содда ҳамчун якто фаҳмида мешавад? 6. Моҳияти теоремаи асосии арифметика аз чӣ иборат аст? Онро бо мисолҳои мушаххас шарҳ диҳед. 7. Истилоҳи “тарзи ягона”, ки дар теоремаи асосии арифметика омадааст, чӣ маънӣ дорад? Онро шарҳ диҳед. 8. Дониستاني далели ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намудани адади таркибӣ чӣ аҳамият дорад?

- А** 1. Ададҳоро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намоед:
17, 23, 37, 53, 71, 101, 433, 727, 863.
2. Ададҳои таркибиро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намоед:
28, 32, 46, 52, 64, 74, 148, 196, 288, 66, 800.
3. Ададҳоро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намоед:
5, 8, 14, 24, 37, 42, 51, 149, 250, 523, 599, 911.

4. Аз ҳамаи ҳолатҳои имконпазир истифода бурда, ададҳои 36, 68 ва 120-ро ба ду ва се зарбшавандаҷудо намоед. Ҳолатҳое, ки ҳосили зарбҳо аз ҳам танҳо бо тартиби ҷойгирии зарбшавандаҷудо фарқ мекунанд, якто ҳисобида мешаванд?

5. Барои кадом қиматҳои натуралии a ифодаи $41 \cdot a$ ба адади содда баробар мешавад?

6. Адади 46 ба зарбшавандаҷудо соддаҷудо карда шавад.

7. Дутоғӣ тақсимкунандаҷудо соддаи ҳар яке аз ададҳои зеринро нависед:

30, 75, 105, 132, 151, 275, 418, 825, 1000.

8. Ададҳоро ба зарбшавандаҷудо соддаҷудо намоед:

а) 315; б) 127; в) 1005; г) 4265; д) 4648; е) 6666.

9. Ҳамаи ададҳои дурақамаро нависед, ки аз ҳосили зарби ду зарбшавандаи баробар иборат бошанд.

10. Оё адади якум ба адади дуҷудо бебақия тақсим мешавад:

а) $a=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b=2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; в) $a=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$, $b=3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$;

б) $a=3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17$, $b=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 17$; г) $a=5 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47$, $b=31 \cdot 41 \cdot 47$?

В 1. Ададҳоро ба зарбшавандаҷудо соддаҷудо намоед:

6, 16, 18, 23, 28, 32, 37, 43, 56, 68, 73, 85, 96, 99, 100

2. Аз байни ададҳои дар поён омада, ададҳои таркибироҷудо намуда, онҳоро ба зарбшавандаҷудо соддаҷудо намоед:

48, 123, 157, 264, 496, 557, 690, 1256, 6420.

3. Ададҳоеро мисол биёред, ки: а) ба ду зарбшавандаи содда; б) ба ду зарбшавандаи гуногуни содда; в) ба се зарбшавандаи гуногуни содда; г) ба ду зарбшавандаи баробар; д) ба се зарбшавандаи баробарҷудо шаванд.

4. Аз рӯи зарбшавандаҷудо соддаи адад ҳамаи тақсимкунандаҷудо онро ёбед:

а) $5 \cdot 7 \cdot 11$; б) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; в) $11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 23$; г) $5 \cdot 5 \cdot 503 \cdot 827$.

5. Ададҳоро ба зарбшавандаҷудо соддаҷудо намоед:

650, 700, 1000, 2222, 444666, 15360, 24964, 10000.

6. Адади ҷуфт ба ду зарбшавандаҷудо шудааст. Онҳо ададҳои содда буда, яке аз дигараш 9 воҳид зиёд аст. Ин ададҳоро ёбед.

7. Дар баробариҳо ба ҷои ситорачаҷудо чунин рақамҳоеро нависед, ки баробариҳои дуруст ҳосил шаванд:

1) $3*5=*3\cdot5\cdot7$;

2) $1**1=7\cdot*\cdot13$.

8. Ҳамаи ҳамон ададҳои дурақамаеро нависед, ки ба намуди ҳосили зарби ду зарбшавандаи содда навишта мешаванд. Яке аз ин зарбшавандаҳо дода мешавад: а) 17; б) 29; в) 43; г) 59; д) 71.

9. Барои кадом қиматҳои натуралии v , қимати ифодаи $83\cdot v$ ба адади содда баробар мешавад?

10. Оё росткунҷае вучуд дорад, ки тарафҳои ба ададҳои натуралӣ, вале периметраш (ҳосили ҷамъи тарафҳои ба адади содда ифода шавад)?

© 1. Ададҳои зеринро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намоед:
а) 150; б) 365; в) 1998; г) 2486; д) 9000.

2. Адади 756-ро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намоед.

3. Оё ҳаҷми параллелепипеди тегаҳои ададҳои содда ба адади содда баробар шуда метавонад? Агар дарозии фақат ду тегаи ададҳои соддаро ифода намоянд чӣ?

4. Ададҳои мисол биёред, ки онҳоро ба намуди ҳосили зарби:
а) ду адади гуногуни содда; б) се адади гуногуни содда; в) се адади баробари содда; г) чор адади гуногуни содда навиштан мумкин бошад.

5. Ба ҷои ситорачаҳо рақамҳои гузуред, ки баробарҳои дуруст ҳосил шаванд:

а) $46* = 2\cdot3\cdot*\cdot11$;

б) $5**5 = *\cdot7\cdot11\cdot13$.

6*. Иббот намоед, ки суммаи квадратҳои ду адади тоқ ҳеҷ гоҳ квадрати сахҳ намешавад.

7*. Се адад p , $p+10$, $p+14$ ададҳои содда мебошанд. Қимати p ёфта шавад.

8*. Оё росткунҷае вучуд дорад, ки ҳам дарозии тарафҳои ва ҳам ҳосили ҷамъи онҳо ададҳои соддаро ифода намоянд?

9*. Иббот кунед, ки агар P адади соддаи аз 3 калон бошад, ифодаи P^2-1 ба 24 тақсим мешавад.

10*. Иббот намоед, ки квадрати адади соддаи дилхоҳи аз 3 калон ҳангоми ба 12 тақсим шуданаш, дар бақия адади 1-ро ҳосил мекунад.

1.6. ЁФТАНИ КАЛОНТАРИН ТАҚСИМКУНАНДАИ УМУМӢ ВА ХУРДТАРИН КАРАТИИ УМУМИИ АДАДҲО

Бо мисолҳо ёфтани калонтарин тақсимкунандаи умумӣ (КТУ) ва хурдтарин каратии умумӣ (ХКУ)-и ададҳои натуралии начандон калон мо дар дарсҳои гузашта ошно гаштем. Ин ҷо мисолҳоеро меомӯзем, ки дар онҳо ёфтани КТУ ва ХКУ барои ададҳои калонтар, ҳатто дар ҳолатҳои умумӣ талаб карда мешавад. Барои ин аз ҷудокунии адади додашуда ба зарбшавандаҳои содда истифода мекунем.

Мисоли 1. КТУ (448, 362)-ро ҳисоб мекунем.

► Ададҳои 448 ва 362-ро алоҳида-алоҳида ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намуда, дар зерин зарбшавандаҳои баробари онҳо хат меканем. Дар ҳар ду ҷудокунии 2 умумӣ аст. Аз ин ҷост, ки $КТУ(448, 362) = 2$ мешавад. Ҳамин фактор инчунин аз рӯи ҷудокунии ададҳои мазкур ба зарбшавандаҳои содда дарк намудан мумкин:

448	2	362	2
224	2	181	181
112	2	1	-
56	2		
28	2		
14	2		
7	7		
1	-		

$$448 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7, \quad 362 = 2 \cdot 181. \quad \blacktriangleleft$$

Мисоли 2. КТУ-и ададҳои 3861 ва 990-ро меёбем.

► Ададҳои додашударо ба зарбшавандаҳои содда ҷудо меканем:

$$3861 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13, \quad 990 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11.$$

Дар ин ду ҷудокунии ададҳои 3;3 ва 11 умумианд. Аз ин рӯ, $КТУ(3861, 990) = 3 \cdot 3 \cdot 11 = 99$ мешавад. ◀

Мисоли 3. Нишон медиҳем, ки $КТУ(333, 777) = 111$ аст.

► Ададҳои додашударо ба зарбшавандаҳои содда ҷудо меканем:

$333 = 3 \cdot 111 = 3 \cdot 3 \cdot 37$. $777 = 7 \cdot 111$. Адади 111 дар ҳар ду ҷудокунии ҳам умумӣ мешавад. Аз ин ҷост, ки $КТУ(333, 777) = 111$. ◀

ҚОИДАИ 1. Барои ёфтани КТУ-и ду адад, онҳоро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намуда, дар ҷудокуниҳо ҳамаи зарбшавандаҳои умумиро ёфта, дар зерин хат меканем. Ҳосили зарби ҳамаи зарбшавандаҳои умумии содда ба КТУ-и ин ададҳо баробар мешавад.

► Ададҳои номбурда соддаанд. Аз ин ҷост, ки онҳоро танҳо ба ду зарбшавандаи содда (1 ва худӣ адад) ҷудо намудан мумкин.

$$131=1 \cdot 131, 787=1 \cdot 787. \text{ Ҳамин тавр, КТУ } (131, 787) = 1. \blacktriangleleft$$

Калонтарин тақсимкунандаи се ва зиёда адад низ аз рӯи қоидаи 1 ҳисоб карда мешавад.

Мисоли 5. КТУ-и ададҳои 560, 1600 ва 180-ро ҳисоб мекунем.

► Ададҳоро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо менамоем: $180=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $560=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$, $1600=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$. Аз ин баробариҳо аён аст, ки адади 2 дар ҳар як ҷудокунӣ на камтар аз ду бор дохил аст. Аз ҳамин ҷиҳат КТУ $(180, 560, 1600) = 2 \cdot 2 = 4$ мебошад. ◀

Агар ададҳои додашуда тақсимкунандаи умумӣ надошта бошанд, КТУ-и онҳо ба 1 баробар аст. Дар мисоли 4 мо бо чунин ададҳо дучор гаштем.

ТАЪРИФ. Ду адади натуралӣ байни ҳам содда номида мешаванд, агар онҳо ба ғайр аз 1 тақсимкунандаи дигари умумӣ надошта бошанд.

Масалан, ададҳои 5 ва 8 байни ҳам соддаанд, зеро тақсимкунандаи умумии онҳо ба 1 баробар аст. Ҳамин тавр, ададҳои 11 ва 13; 32 ва 37, 100 ва 101 низ танҳо як тақсимкунандаи умумӣ доранд, аз ин рӯ байни ҳам содда мебошанд. Дар ҳолати умумӣ, агар ададҳои натуралии p ва r байни ҳам содда бошанд, чунин менависанд: $\text{КТУ}(p, r) = 1$.

Агар яке аз ададҳо қаратии адади дигар бошад, КТУ-и онҳо ба адади хурд баробар мешавад. Масалан, азбаски $48=16 \cdot 3$ аст, пас $\text{КТУ}(48, 16) = 16$. Ҳамин тавр, $\text{КТУ}(24, 48, 72) = 24$, зеро ҳам 48 ва ҳам 72 ба 24 қаратӣ мебошанд ($48=2 \cdot 24$, $72=3 \cdot 24$).

Барои ёфтани хурдтарин қаратии умумии ададҳо низ онҳоро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо менамоем. ХКУ-и ададҳо бояд ба ҳар яки онҳо тақсим шавад. Пас вай бояд, ҳамаи зарбшавандаҳои ҳар як ададро дарбар гирад. Ҳангоми ҳалли мисолҳо ҳаминро ба эътибор мегирем.

Мисоли 6. ХКУ-и ададҳои 30 ва 105 ҳисоб карда шавад.

► Ададҳоро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо менамоем: $30=2 \cdot 3 \cdot 5$, $105=3 \cdot 5 \cdot 7$. Зарбшавандаҳои соддаи яке аз ададҳо, масалан 105-ро менависем. $105=3 \cdot 5 \cdot 7$. Баъд диққат медиҳем, ки кадоме аз зарбшавандаҳои соддаи адади 30 дар ин ҷудокунӣ намерасад. Ин зарбшаванда 2 аст. Ҳамин тавр, барои ёфтани ХКУ $(30, 105)$ зарбшавандаҳои соддаи 105-ро аз ҳисоби ҳамон зарбшавандаҳои

соддаи адади 30, ки дар чудокунии 105 иштирок надоранд, пурра месозем. Бинобар ҳамин $ХКУ(30, 105) = (3 \cdot 5 \cdot 7) \cdot 2 = 210$ аст. ◀

ҚОИДАИ 2. Барои ёфтани $ХКУ$ -и ду адад онҳоро ба зарбшавандаҳои содда чудо намуда, чудокунии яке аз ададҳоро аз ҳисоби он зарбшавандаҳои соддаи чудокунии адади дуюм, ки дар чудокунии адади якум нестанд, пурра месозем. Ҳосили зарби ҳамаи зарбшавандаҳои ҳосилшуда ба $ХКУ$ -и ин ададҳо баробар мешавад.

Мисоли 7. $ХКУ$ -и ададҳои 486 ва 561-ро ҳисоб мекунем.

▶ Ададҳоро ба зарбшавандаҳои содда чудо мекунем: $486 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, $561 = 3 \cdot 11 \cdot 17$. Дар чудокунии адади якум танҳо зарбшавандаҳои соддаи 11 ва 17-и адади дуюм намерасанду бас. Бинобар ҳамин чудокунии адади 486-ро аз ҳисоби 11 ва 17 пурра намуда, ҳосил менамоем:

$$ХКУ(486, 561) = (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 11 \cdot 17 = 90882. \blacktriangleleft$$

Агар яке аз ададҳо қаратии адади дигар бошад, адади калон ба $ХКУ$ -и ин ададҳо баробар мешавад. Масалан, $ХКУ(13, 26) = 26$, зеро $26 = 2 \cdot 13$.

Агар ду адад байни ҳам содда бошанд, $ХКУ$ -и онҳо ба ҳосили зарбашон баробар хоҳад шуд. Масалан, ададҳои 3 ва 8 байни ҳам соддаанд. Аз ин рӯ, $ХКУ(3, 8) = 3 \cdot 8 = 24$. Ҳамин тавр, $ХКУ(316, 41) = 316 \cdot 41 = 12956$, зеро ададҳои 316 ва 41 байни ҳам соддаанд.

$ХКУ$ -и се ва зиёда адад низ аз рӯи қоидаи 2 ҳисоб карда мешавад.

Мисоли 8. $ХКУ$ -и ададҳои 12; 63 ва 92-ро ҳисоб мекунем.

▶ Ададҳоро ба зарбшавандаҳои содда чудо намуда, аз рӯи қоидаи 2 амал мекунем: $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, $63 = 3 \cdot 3 \cdot 7$, $92 = 2 \cdot 2 \cdot 23$. Зарбшавандаҳои соддаи 12 ададҳои 2, 2 ва 3 мебошанд. Дар ин қатор зарбшавандаҳои соддаи адади 63 иштирок надоранд. Ҳамаи онҳоро ба эътибор мегирем. Ду зарбшавандаи адади 92 бошанд, дар чудокунии 12 иштирок доранд. Инҳо 2 ва боз 2 мебошанд. Онҳоро аз эътибор соқит дониста, танҳо зарбшавандаи 23-ро ба қатори зарбшавандаҳои соддаи 12 ҳамроҳ менамоем. Дар натиҷа $ХКУ(12, 63, 92) = (2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 23 = 17388$. ◀

Мисоли 9. $ХКУ(13, 39, 113)$ -ро меёбем.

▶ Адади 39 ба 13 қаратист. Адади 113 содда аст. Чуфти ададҳои 13 ва 113 инчунин 39 ва 113 байни ҳам содда мебошанд. Аз ин ҳосил, ки $ХКУ(13, 39, 113) = 39 \cdot 113 = 4407$. ◀

② 1. КТУ-и ду адади натуралӣ чист? Мисолҳо биёред. 2. Чӣ тавр адади дилхохи натуралиро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намудан мумкин? 3. Қоидаи ёфтани КТУ-и ду ададро баён намоед. 4. Кадом ададҳои натуралиро байни ҳам содда меноманд? Мисол биёред. 5. Агар ададҳо байни ҳам содда бошанд, КТУ-и онҳо ба чӣ баробар аст? 6. Агар яке аз ададҳо қаратии дигараш бошад, КТУ-и онҳо ба кадоме аз онҳо баробар мешавад? КТУ-и се адад чӣ тавр ёфта мешавад? 7. ХКУ-и ду адади натуралӣ чист? Мисолҳо биёред. 8. Қоидаи ёфтани ХКУ-и ду ададро баён намоед. 9. Агар яке аз ададҳо қаратии дигараш бошад, ХКУ-и онҳо ба кадоме аз ададҳо баробар хоҳад шуд? Агар ададҳо байни ҳам содда бошанд чӣ?

Ⓐ 1. КТУ-и ададҳо ҳисоб карда шаванд:

- а) 12 ва 26; г) 11 ва 44; ё) 2 ва 19; и) 24, 120 ва 240;
 б) 27 ва 72; д) 10 ва 1; ж) 7 ва 33; к) 17, 51 ва 255;
 в) 31 ва 51; е) 16 ва 80; з) 8 ва 8; л) 9, 80 ва 445.

2. Адад ба зарбшавандаҳои содда ҷудо шудааст. Дар ҳар як ҳолат калонтарин тақсимкунандаи ду ададро ҳисоб кунед:

- а) $2 \cdot 5 \cdot 7$ ва $3 \cdot 7 \cdot 11$; в) $5 \cdot 7 \cdot 31$ ва $3 \cdot 13 \cdot 31$; д) $3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$ ва $7 \cdot 23$;
 б) $5 \cdot 5 \cdot 5$ ва $3 \cdot 5 \cdot 7$; г) $7 \cdot 13 \cdot 17$ ва $13 \cdot 17$; е) $11 \cdot 11 \cdot 13$ ва $11 \cdot 13 \cdot 13$.

3. Кадоме аз ҷуфти ададҳои овардашуда байни ҳам соддаанд:

- а) 17 ва 21; г) 73 ва 20; ё) 13 ва 31; и) 441 ва 1000;
 б) 15 ва 21; д) 14 ва 41; ж) 19 ва 57; к) 560 ва 561;
 в) 15 ва 17; е) 10 ва 100; з) 18 ва 90; л) p ва $p+1$?

4. Аз байни ададҳои қатори поён ададҳои байни ҳам соддаро ёфта ба дафтарадон кӯчонед:

7, 13, 15, 36, 47, 55, 60, 62, 72, 84, 100.

5. Ададҳо ба зарбшавандаҳои содда ҷудо шудаанд. Дар ҳар як ҳолат хурдтарин қаратии умумии ду ададро ҳисоб кунед:

- а) $2 \cdot 11$ ва $3 \cdot 11$; г) $3 \cdot 17 \cdot 13$ ва $3 \cdot 3 \cdot 3$; ё) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ ва $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$;
 б) $2 \cdot 3 \cdot 5$ ва $2 \cdot 3 \cdot 11$; д) $5 \cdot 7 \cdot 7$ ва $7 \cdot 7 \cdot 5$; ж) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ ва $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$;
 в) $5 \cdot 5 \cdot 5$ ва $7 \cdot 5 \cdot 3$; е) $7 \cdot 23 \cdot 3$ ва $3 \cdot 23 \cdot 7$; з) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ ва $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$.

6. Хурдтарин қаратии умумии ду ададро ҳисоб кунед:

- а) 4 ва 6; г) 12 ва 23; ё) 3, 12 ва 18; и) 40, 50 ва 60;
 б) 5 ва 7; д) 12 ва 36; ж) 5, 15 ва 25; к) 15, 17 ва 51;
 в) 6 ва 15; е) 15 ва 90; з) 3, 5 ва 7; л) 180, 396 ва 900.

7. Писарони синфи 6 "А" фаъолият нишон доданд. Онҳо дар як қатор, дар масофаи 2, 5 м дур аз ҳамдигар ҷуқурчаҳо кофтанд.

Муаллими меҳнат ба онҳо эрод гирифт. Устод фармуд, ки чуқурчаҳо бояд аз ҳамдигар дар дурии 3 метрӣ кофта мешуданд. Писарон ба иҷрои супориши устод камар бастанд. Ёбед, ки баъди кофтани чанд чуқурӣ, чуқурии кофтаи бачаҳо ва чуқурии фармудан устод болои ҳам меоянд.

8. Ба мураббии богча 195 кулчақанд, 156 адад шоколад ва 260 дона хурмо дода фармуданд, ки барои бачаҳои гурӯҳаш тӯхфа тартиб диҳад. Дар ҳар як тӯхфа бояд миқдори баробари маҳсулоти номбурда гузошта шавад. Ёбед, ки мураббӣ чанд дона тӯхфа тайёр карда метавонад? Дар гурӯҳи ӯ чанд нафар тарбия мегиранд?

9. Оё росткунҷае вучуд дорад, ки: 1) дарозии яке аз тарафҳояш ба адади натуралӣ, вале масоҳаташ ба адади содда баробар бошад; 2) дарозии тарафҳояш ба адади содда, вале масоҳаташ ба адади натуралӣ баробар бошад; 3) ҳам дарозии тарафҳо ва ҳам периметраш ададҳои содда бошанд?

10*. Иҷбот намоед, ки ададҳои 864 ва 875 байни ҳам соддаанд.

В 1. Калонтарин тақсимкунандаи ададҳо ҳисоб карда шавад:

- а) 210 ва 270; в) 63 ва 72; д) 15, 45, 60 ва 124;
б) 180 ва 25; г) 15, 30 ва 41; е) 46, 78, 124, ва 280.

2. Хурдтарин қаратии умумии ададҳо ҳисоб карда шавад:

- а) 5 ва 12; в) 38 ва 76; д) 12, 18, 36 ва 60;
б) 15 ва 24; г) 5, 8, ва 13; е) 5, 10, 16, 24 ва 32.

3. Қадоме аз ҷуфти ададҳои овардашуда байни ҳам соддаанд:

- а) 365 ва 543; б) 975 ва 1950; в) 1111 ва 1112; г) $n+1$, ва $n+3$?

4. Аз байни ададҳои поёнӣ ҷуфтҳои байни ҳам соддаро ба дафтар кӯчонед: 4, 11, 15, 24, 28, 30, 37, 64.

5. Ададҳои a ва b ба зарбшавандаҳои содда ҷудо шудаанд. Аз рӯи ҷудокуниҳо калонтарин тақсимкунандаи умумии ададҳоро ёбед.

- а) $a=5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, б) $a=5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$, в) $a=3 \cdot 2 \cdot 37 \cdot 51$,
 $b=2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$; $b=3 \cdot 5 \cdot 7$; $b=23 \cdot 37 \cdot 51$.

6. Ададҳои a ва b ба зарбшавандаҳои содда ҷудо шудаанд. Аз рӯи ҷудокуниҳои онҳо хурдтарин қаратии умумиашонро ҳисоб намоед:

- а) $a=3 \cdot 5 \cdot 7$, б) $a=11 \cdot 29 \cdot 31$, в) $a=3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$,
 $b=5 \cdot 7 \cdot 13$; $b=29 \cdot 31 \cdot 37$; $b=3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 41$.

7*. Барои ба гунучини ҳосил сафарбар намудани мардон сарвари автобаза якчанд автобус чудо намуд. Шумораи чойҳои нишаст дар ҳамаи автобусҳо баробар буд. Бо ҳамин автобусҳо 330 нафар ба гунучини мева 198 нафар ба чамъоварии сабзавот фиристода шуд. Ҳамаи чойҳои нишастии автобусҳо банд шуд, бар замми ин ягон кас бе чой ҳам намонд. Ёбед, ки ҳамагӣ чанд автобус чудо карда шуд ва дар ҳар автобус чандтогӣ чои нишаст мавҷуд буд?

8. Тарбиягирандагони боғча тӯхфаҳои якхела гирифтанд. Дар ҳамаи онҳо якҷоя 255 адад кулчақанд, 204 дона шоколадҳои якхела ва 51 дона анор гузошта буданд. Ёбед, ки гурӯҳи бачаҳо аз чанд нафар иборат буд? Дар ҳар як тӯхфа чандтогӣ аз ин маҳсулот гузошта буданд?

9. Се нафар фурушанда бояд, бо навбат ба идораи савдо ҳисобот меод. Яке дар ҳар 12 рӯз, дигаре дар ҳар 15 рӯз, сеюмин дар ҳар 20 рӯз як маротиба. Имрӯз ҳар се нафар ба идора омада ҳисобот доданд. Боз баъди чанд рӯз ҳар се фурушанда ба идора барои ҳисоботдихӣ меояд?

10*. Кадоме аз чумлаҳои зерин дуруст аст? Кадомаш нодуруст:

а) ду адади чуфт байни ҳам содда мебошанд; б) ду адади тоқ байни ҳам содда мебошанд; в) як адади чуфту як адади тоқ байни ҳам содда мебошанд; г) ду адади содда байни ҳам содда мебошанд?

С1. Ададхоро ба намуди суммаи якчанд (ҳарчи камтари) ададҳои содда нависед. Ададҳои содда метавонанд такрор шаванд:

7, 10, 17, 21, 25, 30, 41, 40, 50, 100.

2. Аз рақамҳои 1, 2 ва 3 ададҳои серақаман рақамҳояшон гуногун тартиб доданд. Калонтарин тақсимкунандаи умумии ин ададҳо ёфта шавад.

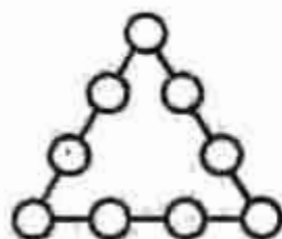
3. Адади хурдтарин натуралиеро ёбед, ки ба 11 каратӣ буда, хангоми ба 2, 3, 4, тақсим шуданаш ҳамеша 1 бақия монад.

4*. Калонтарин тақсимкунандаи умумии ададҳои 123456789 ва адади аз ҳамин рақамҳо, вале бо тартиби чаппа тартибёфта-987654321 ёфта шавад.

5. Чӣ тавр танҳо бо воситаи банкии 3 литраву сатили 7 литр дар зарфи гунҷоишаш беш аз 10 литр айнан 5 литр об рехтан мумкин?

6. Бо мисолҳо нишон диҳед, ки $КТУ(n, p) \cdot ХКУ(n, p) = n \cdot p$. Дар ин навиштаҳо ҳарфҳои n ва p ададҳои натуралиро ифода менамоянд.

7*. Дар доирачаҳои секунҷаи дар расми 7 омада рақамҳои 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ва 9-ро якборӣ тарзе ҷойгир намоед, ки суммаҳо аз рӯи ҳар се тарафи секунҷа ба 20 баробар шавад.



Расми 7.

35		
		59
65	11	

Расми 8.

8*. Дар каттакҳои холии квадрати дар расми 8 омада, ададҳои соддаи 17, 23, 41, 47 ва 71-ро тарзе ҷойгир намоед, ки суммаи ҳар се адад аз рӯи ҳар як сатр, ҳар як сутун ва ду диагонал ба як адад баробар шавад. Аввал муайян намоед, ки ин сумма чанд аст?

1.7 БА ДАРАЧАИ НАТУРАЛӢ БАРДОШТАНИ АДАД

Бо амалҳои ҷамъу зарби ададҳои натуралӣ шумо дар синфи 5 ошно гаштед. Амали зарбро ҳамчун амали ҷамъи қаратӣ ё такрорӣ маънидод намудан мумкин. Масалан, адади 4-ро бо 5 зарб задан маънои 4 қарат ҷамъ кардани 5 ё 5 қарат ҷамъ кардани 4-ро дорад: $4 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 + 5$ ё $5 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4$. Ҳамин тавр $3 \cdot 8 = 8 + 8 + 8 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$. Ҳангоми ҳисоб намудани $КТУ$ ($ХКУ$) мо ададҳоро ба зарбшавандаҳои содда ҷудо намудем. Баъзан ҳамон як зарбшаванда якчанд маротиба такрор меёбад, ки боиси мураккаб гаштани навишти адад мегардад. Барои ба таври мухтасар навиштани ҳосили зарб, иҷрои кӯтоҳтари амалҳо, амали ба дараҷа бардоштани ададҳо дохил карда мешавад. Онро ҳамчун амали зарби такрорӣ маънидод намудан мумкин аст. Масалан, адади 2-ро ба дараҷаи 5 бардоштан, маънои 5 маротиба зарб задани 2-ро дорад: $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$. Дар ин ҳолат 2 асос ва 5 нишондиҳандаи дараҷа номида мешаванд. Ҳамин тавр 3^4 маънои 4 маротиба зарб задани 3-ро дорад. Агар 4^3 навишта шавад, адади 4-ро 3 маротиба зарб задан лозим: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$, $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$.

ТАЪРИФ. Адади натуралии a -ро ба дараҷаи n бардоштан маънои зарб задани n -то a -ро дорад:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \dots a \cdot a \cdot a$$

(n -маротиба). Ҳангоми $n=1$ будан $a^n = a^1 = a$ аст.

Навишти a^n аз навишти $an=a+a+a+\dots+a$ (n маротиба) ё $n+n+n+n+\dots+n$ (a – маротиба) фарқ дорад. Дар навишти a^n нишондиҳандаи дараҷа n нисбат ба асоси дараҷа a дар ҳаҷми хурдтар ва дар кунчи рости болои он навишта мешавад. Дар ҳамин асос чунин менависем:

$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3$	$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$ (сад ҳазор)
$6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4$	$8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^4$	$10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$ (дах ҳазор)
$6 \cdot 6 = 6^3$	$8 \cdot 8 = 8^3$	$10 \cdot 10 = 10^3$ (ҳазор)
$6 = 6^2$	$8 = 8^2$	$10 = 10^2$ (сад)
$6 = 6^1$	$8 = 8^1$	$10 = 10^1$ (дах).

Агар ба сутуни дараҷаҳои 10 аҳамият диҳем, пай мебарем, ки бо баробари ба 1 воҳид кам шудани нишондиҳандаи дараҷа ададҳои сутуни чап 10 маротиба кам мешаванд. Ҳаминро ба назар гирифта менависем: $10^0=1$. Ҳамин тавр навишта метавонем, ки $1^0=1$; $2^0=1$; $3^0=1$; ...; $n^0=1$. Баробарии охирини ин навиштаҳо чунин маъно дорад: ҳар гуна адади натуралӣ дар нишондиҳандаи нул ба 1 баробар аст.

Амали ба дараҷа бардоштан имкон медиҳад, ки зарбшавандаҳои якхелаи адад дар шакли кӯтоҳтар навишта шаванд.

Масалан, $1260=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7=2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.

$1024=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2=2^{10}$. $396000=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7=2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2$.

Ҳангоми $n=2$ будан амали a^2 (a –адади дилхоҳи натуралӣ) амали ба квадрат бардоштан номида шудааст. Масалан, $2^2=2 \cdot 2=4$, $4^2=4 \cdot 4=16$.

Агар $n=3$ бошад, амали a^3 -ро амали ба куб бардоштан меноманд. Масалан, $4^3=4 \cdot 4 \cdot 4=64$, $7^3=7 \cdot 7 \cdot 7=343$, $10^3=10 \cdot 10 \cdot 10=1000$.

Т 1. Ададҳои чуфти аз 25 хурдро нависед. Чандто чунин адад мавҷуд аст? Чандто адади токи аз 25 хурд мавҷуд аст?

2. Ҳисоб кунед:

$67+12+21,$	$436+217,$	$1283-933,$	$12374+11745,$
$193+216,$	$671+176,$	$1888-177,$	$21001+19410,$
$187-169,$	$914-147,$	$6666-777,$	$10000-9948.$

3. Ҳисоб кунед:

$47-(25+14,6),$	$22,7-(13,6+7),$	$14,9-(0,15+0,85),$
$467-223-114,$	$67,3-(43,2+24,1),$	$0,13+0,15+0,1.$

4. Ҳисоб кунед:

1,57+2,12+3,93, 5,65+14,65+2, 1,24+123,5+0,50,
3,14+3,14+3,14, 0,66+0,07+1,24, 10,47+12,36+51,41.

5. Се адади серақамаи тоқ ва се адади серақамаи чуфтро нависед.

6. Чор адади чоррақамаи чуфт ва чор адади чоррақамаи тоқро нависед.

7. Ададҳоеро мисол биёред, ки чортоғӣ тақсимкунанда доранд.

8. Ададҳоеро мисол биёред, ки панҷто тақсимкунанда дошта бошад.

9. Аз байни ададҳои 2, 6, 7, 11, 15, 18, 22, 23, 36, 48, 50 тақсимкунандаҳои а) 50; б) 77; в) 90; г) 110; д) 180-ро нишон диҳед.

10. Адади натуралие ба 12 каратӣ аст. Оё, вай ба 4 тақсим мешавад?

11. Якчанд каратиҳои ададҳои а) 13; б) 21; в) 25; г) 36-ро нависед.

12. Тақсимкунандаҳои адади 36-ро номбар намоед. Кадоме аз онҳо аз 16 калону аз 25 хурд аст?

13. Ҳамаи тақсимкунандаҳои ададҳоеро номбар намоед:

а) 2, 4, 7, 9, 15, 18; б) 28, 32, 46, 60, 88.

14. Аз байни ададҳои дар поён омада, ҳамонҳоеро ҷудо намоед, ки а) ба 3; б) ба 5; в) ба 9; г) ба 10 каратианд:

6, 8, 18, 28, 36, 40, 42, 45, 48, 51, 55, 57, 59, 60, 81, 90, 100.

15. Калонтарин тақсимкунандаи умумии ададҳо ёфта шавад:

а) 16 ва 18; б) 21 ва 25; в) 12 ва 27; г) 30 ва 40.

16. Нишон диҳед, ки ададҳои зерин ба 2 ва 5 тақсим мешаванд:

21340, 3660020, 2651740, 22233300, 1000000.

17. Нишон диҳед, ки ададҳои зерин ба 2 тақсим мешаванду ба 5 тақсим намешаванд: 123456, 650834, 2332332, 1983728, 666666.

18. Кадоме аз ададҳои дар поён омада ба 3 тақсим мешавад:

164532, 345087, 143343, 333122, 22112041, 1001001, 990551?

19. Кадоме аз ҷумлаҳои омада, дуруст асту кадомаш нодуруст:

а) агар ягон адад ба 10 тақсим шавад, албатта ҳам ба 2 ва ҳам ба 5 тақсим мешавад; б) агар адад ба 2 ва ба 3 каратӣ бошад, вай ба суммаи 2 ва 3 низ каратӣ мешавад; в) ҳамаи ададҳои чуфт ба 2 тақсим мешаванд; г) ҳамаи ададҳои тоқ ба 3 каратианд?

20. Ҳамаи ададҳои тоқи: а) дар байни 14 ва 44 ҷойгирифта; б) аз 30 хурд; в) аз 6 калону аз 16 хурд; г) дурақамаи ба 9 каратиро нависед.

21. Дар ададҳои сарақам яктогӣ рақам тоза карда шудааст: $2*5, 3*7, 2*2, 1*1, *50, 6*6, 77*, 71*$. Маълум аст, ки ҳар яке аз онҳо ба 9 тақсим мешавад. Рақамҳои тозашуда кадомҳоянд?

22. Оё ҳамаи ададҳои, ки бо рақами 3 тамома мешаванд ба 3 қаратанд?

23. Фикр карда ҷавоб гиронед, ки: а) квадрати адади ҷуфт; б) квадрати адади тоқ; в) куби адади ҷуфт; г) куби адади тоқ ба адади тоқ баробар аст ё ба адади ҷуфт?

24. Оё ҳамеша адади ба 5 қаратӣ бо рақами 5 тамома мешавад? Адади ба 5 тақсим нашаванда бо рақами 5 тамома шуда метавонад?

25. Ба ҷои ситорачаҳо кадом рақамҳоро гузоштан лозим, то адади ҷоррақам ба 5 тақсим шавад: а) $378*$; б) $64*5$; в) $88*0$.

26*. Адади яқум назар ба адади дуҷум ду маротиба хурд, вале адади сеҷум назар ба адади дуҷум се баробар қалон аст. Қалонтарин тақсимкунандаи умумӣ ва хурдтарин қаратии умумии ин ададҳоро ёбед.

27*. Дар оила ҳам писарон мавҷуданду ҳам духтарон. Ҳар як писар шумораи баробари бародарону хоҳаронро соҳиб аст. Ҳар як духтар аз хоҳар дида ду баробар бештар бародар дорад. Оила чанд писар дораду чанд духтар?

28. Ду ададери номбар қунед, ки: а) ба 5 тақсим шаванду ба 11 не; б) ба 2 тақсим шаванду ба 10 не; в) ба 11 тақсим шаванду ба 2 не; г) якбора ба 3 ва 11 тақсим шаванд; д) ҳам ба 3 ва ҳам ба 10 тақсим шаванд; е) ба 2, 3 ва 5 тақсим шаванд.

29. Аз байни ададҳои поён ададҳои соддаро ҷудо намоед:
13; 15; 29; 39; 47; 53; 59; 64; 67; 69; 73; 77; 83; 89; 96; 113; 167; 183; 203.

30*. Оё се адади содда дар қатори ададҳои натуралӣ пай ҳам омада метавонанд? Ҷавобатонро шарҳ диҳед.

31*. Ҳосили тақсими адад ба 13 ва ба 15 якхела аст. Адад ба 15 қаратӣ буда, бақияи тақсимаш ба 13 адади 8 аст. Ададро ёбед.

32. Тақсимкунандаҳои соддаи ададҳоро нишон диҳед:
5, 14, 28, 38, 44, 52, 62, 72, 84, 93, 133, 269, 400, 784, 960.

33. Ададхоро ба зарбшавандаҳои содда чудо намоед:
216, 324, 361, 412, 1225, 4093, 5555, 10384.

34. Аз рӯи ҳосили зарби ададҳои содда тақсимкунандаҳои ҳосили зарбро муайян намоед: а) 2·3·5; б) 7·11·13; в) 5·13·17·23.

35. Ҳамаи ҳамон ададҳои дурақама ёфта шаванд, ки аз ҳосили зарби ду зарбшавандаи соддаи гуногун тартиб ёфтаанд. Яке аз зарбшавандаҳои содда дода мешавад: а) 13; б) 37; в) 41; г) 53.

36. Ададҳои зеринро ба намуди ҳосили зарби ададҳои соддаи баробар нависед: а) 16, 25, 332, 64, 81; б) 128, 343, 512, 2048.

37. Ададҳои байни ҳам соддаро ба дафтаратон кӯчонед:
а) 2, 5, 8, 14, 17, 30; б) 63, 81, 90, 115, 200.

38*. Калонтарин тақсимкунандаи умумии ададҳо ёфта шавад:
а) 186 ва 246; б) 1375 ва 635; в) 248 ва 238.

39. Хурдтарин каратии умумии ададҳо ёфта шавад:
а) 17 ва 23; б) 18 ва 54; в) 19 ва 361.

И Аз рӯи анъанаи таърихӣ дар илми математика бештар алифбои лотинӣ истифода мешавад. Бинобар ҳамин мо зарур донистем, ки дар аввал шуморо ба алифбои лотинӣ ва тарзи навиштани ҳарфҳои он ошно созем.

Алифбои лотинӣ

Ҳарфҳои ҷопӣ		Номи ҳарф	Дар дастнавис		Ҳарфҳои ҷопӣ		Номи ҳарф	Дар дастнавис	
калон	хурд		калон	хурд	калон	хурд		калон	хурд
<i>A</i>	<i>a</i>	а	<i>A</i>	<i>a</i>	<i>N</i>	<i>n</i>	эн	<i>N</i>	<i>n</i>
<i>B</i>	<i>b</i>	бэ	<i>B</i>	<i>b</i>	<i>O</i>	<i>o</i>	о	<i>O</i>	<i>o</i>
<i>C</i>	<i>c</i>	цэ	<i>C</i>	<i>c</i>	<i>P</i>	<i>p</i>	пэ	<i>P</i>	<i>p</i>
<i>D</i>	<i>d</i>	дэ	<i>D</i>	<i>d</i>	<i>Q</i>	<i>q</i>	ку	<i>Q</i>	<i>q</i>
<i>E</i>	<i>e</i>	е	<i>E</i>	<i>e</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	эр	<i>R</i>	<i>r</i>
<i>F</i>	<i>f</i>	эф	<i>F</i>	<i>f</i>	<i>S</i>	<i>s</i>	эс	<i>S</i>	<i>s</i>
<i>G</i>	<i>g</i>	же	<i>G</i>	<i>g</i>	<i>T</i>	<i>t</i>	тэ	<i>T</i>	<i>t</i>
<i>H</i>	<i>h</i>	аһ	<i>H</i>	<i>h</i>	<i>U</i>	<i>u</i>	у	<i>U</i>	<i>u</i>
<i>I</i>	<i>i</i>	и	<i>I</i>	<i>i</i>	<i>V</i>	<i>v</i>	вэ	<i>V</i>	<i>v</i>
<i>J</i>	<i>j</i>	йот (жи)	<i>J</i>	<i>j</i>	<i>W</i>	<i>w</i>	дубл-вэ	<i>W</i>	<i>w</i>
<i>K</i>	<i>k</i>	ка	<i>K</i>	<i>k</i>	<i>X</i>	<i>x</i>	икс	<i>X</i>	<i>x</i>
<i>L</i>	<i>l</i>	эл	<i>L</i>	<i>l</i>	<i>Y</i>	<i>y</i>	игрек	<i>Y</i>	<i>y</i>
<i>M</i>	<i>m</i>	эм	<i>M</i>	<i>m</i>	<i>Z</i>	<i>z</i>	зет	<i>Z</i>	<i>z</i>

М Аз бозе, ки инсоният худро мешиносад, бо ададҳои натуралӣ (табиӣ) шинос аст. Навиштаҳои дар рӯи санг боқимонда гувоҳӣ медиҳанд, ки 1800 сол пеш аз милод дар Бобулистон (Вавилони Қадим) одамон бо ададҳои натуралӣ амалҳо иҷро менамуданд. Теоремае, ки ҳоло номи Пифагорро гирифтааст ба бобулиҳои суриягӣ ва ироқӣҳои ҳозира маълум буд. Баъдҳо, дар асри VII то милод дар Юнони Қадим омӯзишу тадқиқи табиати ададҳои натуралӣ идома ёфт. Мактаби илмӣ Пифагор (580–500 то милод) асосан бо тақсимшавии ададҳои натуралӣ шуғл меварзид. Дастовардҳои ин мактаби машҳур ҳоло ҳам диққати аҳли илмро ба худ ҷалб месозанд.

Ададҳои мукаммал

И Шояд шогирдони Пифагор нахустин касоне буданд, ки ба ададҳои натуралӣ ба суммаи тақсимшавандаҳошон баробар (худӣ адад ба эътибор гирифта намешавад) бударо ададҳои мукаммал номидаанд. Кашфи се адади нахустини мукаммал низ ба ҳамин мактаб мансуб ҳисобида мешавад. $6=1+2+3$; $28=1+2+4+7+14$ ва $496=1+2+4+8+16+31+62+124+248$. Дар асари олими дигари қадим бо номи Никомах (асри II то милод) бар замми ин се адад боз адади чоруми мукаммал 8128 оварда шудааст. Адади панҷуми мукаммалро дар асри XIII олими бузурги форс Қутбиддини Шерозӣ (1236–1311) кашф кард. Аз мавҷудияти ин адади 33 550 336 аврупоӣён танҳо дар асри XV оғаҳӣ ёфтанд (!). Азбаски $6=2 \cdot 3=2(2^2-1)$, $28=2^2 \cdot 7=2^2(2^3-1)$, $496=2^4 \cdot 31=2^4(2^5-1)$, $8128=2^6 \cdot 127=2^6(2^7-1)$ ва ғайра, олимони қадим, аз ҷумла Уқлидус (Евклид) боварӣ доштанд, ки ададҳои мукаммалро аз байни ададҳои намуди $n=2^{p-1}(2^p-1)$ ҷустан лозим. Мувофиқи ақидаи охири ӯ формулаи мазкур ҳар гоҳе, ки ифодаи дохили қавс 2^p-1 ба адади содда баробар шавад, адади мукаммалро ҳосил менамояд. Барои ин зарур аст, ки адади p содда бошад. Маълум, ки ифодаи мазкур на барои ҳамаи қиматҳои p ба адади содда баробар аст. Баъди 2000 сол олими машҳури немис Леонард Эйлер (1707–1783) исбот намуд, ки формулаи Уқлидус кодир аст, танҳо ададҳои мукаммали ҷуфтро ҳосил намояду бас. Ҳамаи ададҳои то ин дам мавҷуда ҷуфтанд. Аҷиб аст, ки то ҳол ба касе кашфи ақалан

як адади токи мукаммал муяссар нагаштааст. Шояд адади токи мукаммал умуман мавҷуд набошад? Ба ҳар ҳол то рӯзҳои мо 27 адади ҷуфти мукаммал ошкор гардидааст. Калонтарини онҳо беш аз 12 ҳазор рақамро дарбар мегирад. Бо вучуди ба майдон омадани МЭҶ муосир то ҳол адади калонтарини мукаммал кашф нашудааст. Шояд чунин адад низ умуман вучуд надошта бошад? Ба ҳар ҳол чунин муаммоҳо ҷавоби қаноатбахшро интизоранд.

Уқлидус аввалин касе буд, ки охиринок набудани ададҳои соддаро исбот кардааст. Ин исбот ҳоло ҳам дар илми риёзӣ қурби махсус дорад. “Бигзор, баръакс шумораи ададҳои содда охиринок бошад. Фарз мекунем, ки P адади калонтарини содда аст. Исбот менамоем, ки адади соддаи аз P калонтар низ вучуд дорад. Ҳамаи ададҳои соддаи то адади P мавҷударо зарб зада, ба болои натиҷа 1-ро илова менамоем. Маълум, ки адади $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots P+1$ аз P калонтар аст. Вай ё содда мебошад ё таркибӣ. Агар он содда бошад, бо ҳамин адади соддаи аз P калонтар ёфт шуд, пас факти овардашуда дуруст аст. Агар он адади таркибӣ бошад, бояд ба ягон адади соддаи аз худаш хурдтар тақсим шавад. Вале, агар адади $2 \cdot 3 \cdot 5 \dots P+1$ ба адади соддаи аз худаш хурд тақсим шавад, ҳамеша 1 боқӣ мемонад. Ҳамин тавр, адади мазкур бояд ба адади соддаи аз худаш калон тақсим шавад. Дар ин маврид мо маҷбурем, иқрор шавем, ки адади соддаи аз P калонтар мавҷуд будааст. Ин маънои вучуд надоштани адади соддаи калонтаринро дорад. Пас, катори ададҳои содда охиринадорад”.

Бо вучуди кӯшишҳои зиёде ба касе аз риёзидонон муяссар нашудааст, ки формулаи аъзои умумии ададҳои соддаро кашф намояд. Ошкор сохтани чунин формулае дар назар аст, ки аз рӯи он ҳамаи ададҳои содда ҳосил гарданд.

Қисми дигари ададҳои натуралӣ, ки аз қадимулайём диққати аҳли илмро ба худ ҷалб кардааст “ададҳои бо ҳам дӯст” номида шудаанд.

Ададҳои бо ҳам дӯст

❗ Ададҳои бо ҳам дӯст, ё ҷуфтҳои муносиб гуфта, ду адади натуралиеро меноманд, ки суммаи тақсимкуандаҳои ҳар яки онҳо ба

дигараш баробар бошад. Ханӯз Пифагор ададҳои нахустини бо ҳам дӯстро ошкор сохта буд. Ҷ нишон додааст, ки суммаи тақсимкунандаҳои адади 220 ба 284 ва суммаи тақсимкунандаҳои адади 284 ба 220 баробар аст: $220=1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$ ва $284=1+2+4+71+144=220$. Қоидаи ёфтани ҷуфтҳои муносиб бори аввал аз тарафи олими Шарқ Собит ибни Курра (асри IX) пешниҳод шудааст. Чунин ададҳо дар асарҳои мутафаккирони бузург Абурайхон Берунӣ (973–1048) ва дигарон низ дучор меоянд. То рӯзҳои мо беш аз 1000 ҷуфтҳои бо ҳам муносиби ададҳо кашф шудаанд: 1184 ва 1210, 2620 ва 2924, 5020 ва 5564, 6232 ва 6368, 10744 ва 10856 ва ғайра. Дар ин ҷода ҳам масъалаҳои то ҳол ҳалнашуда мавҷуданд. масалан, то ҳол касе наметавонад, ки формулаи умумии ададҳои бо ҳам дӯст чӣ гуна аст. Оид ба охиринок будани маҷмӯи чунин ададҳо низ чизе гуфта нашудааст. Шояд онҳо охиринок набоянд?

Ададҳои дугоник

❗ Саволи дигаре ба миён меояд: Ададҳои содда дар байни ададҳои натуралӣ чӣ тавр ҷойгиранд? Агар дар қатори ададҳои натуралӣ ду адади содда танҳо бо як адади ҷуфт аз ҳам дур бошанд, онҳоро “ҷуфтҳои ҳамсоя” ё ададҳои дугоник меноманд. Масалан, (3,5), (5,7), (11,13) ва ғайра. Агар ҳамсоя омадани 2 ва 3-ро истисно намоем, дар байни ададҳои натуралӣ аз 1 то 100 ҳамагӣ ҳашт ҷуфти ҳамсоя мавҷуд аст. Бар замми ҷуфтҳои дар боло оварда боз (17,19), (29,31), (41,43), (59,61), (71,73) низ ададҳои бо ҳам дугоник мебошанд. Ҳоло ба илм чунин ҷуфтҳои ҳамсоя маълуманд: $(10^8 \cdot 9649, 10^8 \cdot 9651)$. Ба гумон аст, ки он дар асли ҳеш калонтарин бошад. ба ҳар ҳол ҳоло маълум нест, ки чунин ҷуфтҳо охириноканд ё беохир? Формулаи умумии ҷуфтҳои ҳамсоя низ кашф нашудааст.

Тақсимшавии ададҳои содда

❗ Тақсимооти ададҳои содда низ дар фосилаҳои тири (нури) ададӣ гуногун аст. Ба сифати мисол порчаи тири адади дар байни ададҳои натуралӣ 1 ва n меомӯзем. Шумораи ададҳои соддаи дар ин фосила мавҷударо бо $\pi(n)$ (“пи аз эн”) ишора менамоем. Аз 0 то 1 адади содда мавҷуд нест. Аз ин рӯ, $\pi(1)=0$ мешавад. Аз 1 то 2 як адади содда ҷойгир аст. Пас, $\pi(2)=1$ мебошад. Ҳамин тавр, $\pi(3)=2$, $\pi(4)=2$, $\pi(5)=\pi(6)=3$, $\pi(7)=\pi(8)=4$ ва $\pi(11)=5$

мебошад. Ин ҳисобро идома дода, барои дараҷаҳои якум, дуҷум сеҷум, чорум, панҷум ва шашуми адади 10 чунин натиҷаҳо ҳосил менамоем: $\pi(100)=25$, $\pi(10^3)=168$, $\pi(10^4)=1229$, $\pi(10^5)=9592$ ва $\pi(10^6)=28494$. Тавре, ки пай бурдед, бо баробари афзудани n кимати $\pi(n)$ ҳам меафзояд, вале ниҳоят суст. Леонард Эйлер аввалин шуда исбот кард, ки афзоиши $\pi(n)$ назар ба афзоиши худ n хеле ночиз аст. Бо вучуди ин ҳоло ҳам формулае кашф нашудааст, ки вобаста аз афзоиши n афзудани $\pi(n)$ -ро аниқ созад.

Олими рус Чебышев П.Л. (1821–1894) низ қонуни тақсимшавии ададҳои соддаро тадқиқ намуда, ба натиҷаҳои бузург ноил шуд. Ӯ исбот намуд, ки дар байни адади натуралӣ ва адади ба он дучанд камаш, як адади содда мавҷуд аст. Масалан, дар байни 2 ва 4 адади соддаи 3, дар байни 3 ва 6 адади соддаи 5 ва ғайра ҷойгиранд. Ӯ формулаеро ошкор сохт, ки шумораи ададҳои соддаи дар байни ададҳои 1 ва n мавҷударо тақрибан шумурдан мумкин аст. Олими дигари рус Виноградов И.М. (1891–1983) исбот кард, ки аз ягон адади муайяни калон сар карда, ҳар як адади тоқро ҳамчун суммаи се адади содда навиштан мумкин аст. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки ҳар гуна адади ҷуфти кифоя калонро, ҳамчун суммаи чор адади содда навиштан мумкин аст.

Масалан, $40=13+23+3+1$ ва ғайра

Ⓜ

Ҷадвали ададҳои соддан то 1000

1	71	167	271	389	503	631	757	883
3	73	173	277	397	509	641	761	887
5	79	179	281	401	521	643	769	907
7	83	181	283	409	523	647	773	911
11	89	191	293	419	541	653	787	919
13	97	193	301	421	547	659	797	929
17	101	197	311	431	557	661	809	937
19	103	199	313	433	563	673	811	941
23	107	211	317	439	569	677	821	947
29	109	223	331	443	571	683	823	953
31	113	227	337	449	577	691	827	967
37	127	229	347	457	587	701	829	971
41	131	233	349	461	593	709	839	977
43	137	239	353	463	599	719	853	983
47	139	241	359	467	601	727	857	991
53	149	251	367	479	607	733	859	997
59	151	257	373	487	613	739	863	
61	157	263	379	491	617	743	877	
67	163	269	383	499	619	751	881	

§ 2. ЧАМЪ ВА ТАРҲИ КАСРҲОИ ОДДИ

2.1. МАФҲУМИ КАСР ВА ХОСИЯТИ АСОСИИ ОН

Истилоҳи “каср” аз забони арабӣ гирифта шуда, маънояш шикастан, пора кардан, ба ҳиссаҳо чудо намудан аст. Онро барои ифодаи қисме аз ҳиссаҳои предмети том, воҳид истифода мебаранд. Касро бо хатча «—» ишора менамоянд. Адади аз хатча дар боло омада, сурати каср, адади аз хатча дар поён ҷойгирифта, махраҷи каср номида мешавад.

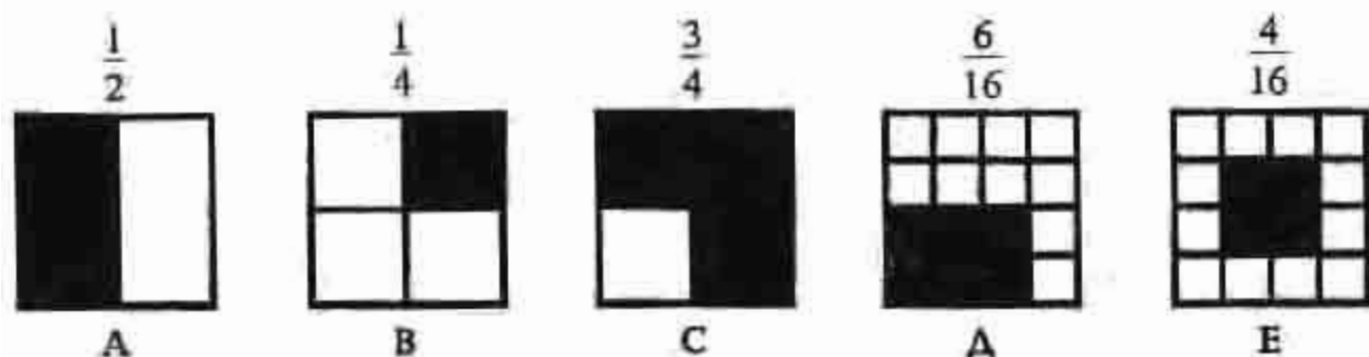
► **Мисоли 1.** Навишти $\frac{1}{5}$ чунин хонда мешавад: “аз 5 як ҳисса”. Агар $\frac{3}{4}$ навишта шавад, “аз 4 се ҳисса” хонда мешавад. Худи адади воҳид 1-ро ҳамчун аз 5 панҷ ҳисса навиштан мумкин:

$1 = \frac{5}{5}$ ва ғайра. Дар ин касрҳо ададҳои 1;3 дар сурати каср, ададҳои 4 ва 5 дар махраҷи касрҳо омадаанд. ◀

► **Мисоли 2.** Дар расми 9 панҷто квадрати баробар (дарозии тарафҳояшон ба 1 баробар) тасвир ёфтаанд. Дар расми 9 А квадрат ба ду ҳиссаи якхела чудо шудааст. Қисми рангин аз ду як ҳиссаи квадратро ишғол кардааст. Дар расми 9 В ҳамон квадрат ба чор ҳиссаи баробар чудо шудааст. Дар ин маврид аз чор як ҳиссаи квадратро қисми рангини он ташкил медиҳад. Дар расми 9 С аз чор се ҳиссаи квадрат ранг карда шуда, аз чор як ҳиссаи он ҳолӣ мондааст. Дар расми 9 Д ҳамон квадрат ба 16 ҳиссаҳои баробар чудо шудааст. Қисме, ки ранг шудааст аз 16 6 ҳиссаи квадратро ишғол мекунад. Дар расми 9 Е масоҳати чор катаки рангини марказӣ ба аз 16 чор ҳиссаи масоҳати умумии квадрат баробар аст. Касрҳои ба ин расмҳо мувофиқ дар болои ҳар яки онҳо навишта шудааст. Агар квадрати дар расми А омадаро ба чор ҳиссаи баробар чудо кунем, қисми рангини онро аз 4 ду ҳисса низ номидан мумкин. Яъне, навишта метавонем, ки

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{8}{16}, \quad \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{4}{16} \quad \text{ва ғайра.}$$

Дар ин касрҳо сурат ва махраҷ якбора ба ҳамон як зарбшаванда зиёд мешавад. Аз ин ҷо хулоса мебарорем: Агар сурату махраҷи касро якбора ба ҳамон як адад зарб занем, бузургии каср дигар



Расми 9.

намешавад. Дар навиштаҳои боло $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 2}{4 \cdot 2}$ ва

$\frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{4 \cdot 1}{4 \cdot 4}$ мебошад. Айнан ҳамин тавр навиштан мумкин аст,

$$\text{ки } \frac{4}{16} = \frac{4:4}{16:4} = \frac{1}{4}, \quad \frac{12}{18} = \frac{12:6}{18:6} = \frac{2}{3}, \quad \frac{8}{26} = \frac{8:2}{26:2} = \frac{4}{13}.$$

Аз ин навиштаҳо хулоса мебарояд, ки сурату махраҷи касрро якбора ба як адад тақсим намудан мумкин. Аз ин амал қимати каср зарар намебинад, бузургии он дигар намешавад.

Ҳамин чумлаҳо хосиятҳои асосии касрро ифода менамоянд. Дар асоси онҳо баробариҳои зеринро навиштан мумкин аст:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12} = \frac{9 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{18}{24} \quad \frac{24}{36} = \frac{24:4}{36:4} = \frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3} \quad \text{ё}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{24:12}{36:12} = \frac{2}{3}$$

Аз ин баробариҳо хулоса мебарояд, ки ҳамон як ададро ба намуди касрҳои бешумори қиматҳоишон баробар навиштан мумкин:

$$2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5} = \dots, \quad \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20} = \frac{5}{25} = \dots$$

Бо вучуди ин тартиби иҷрои амалҳо аҳамият надорад. Агар касрро аввал ба ягон адад зарб, баъд ба адади дигар тақсим кунем, ҳамон натиҷаеро соҳиб мешавем, ки дар натиҷаи баръакс иҷро гардидани ин ду амал ҳосил мегардад. Масалан, сурату махраҷи касри $\frac{48}{64}$ -ро аввал ба 2 зарб зада касри $\frac{96}{128}$ -ро соҳиб

мешавем. Сурату махрачи ҳамин касрро ба 8 тақсим намуда, натиҷаи $\frac{12}{16}$ -ро соҳиб мешавам. Агар касри $\frac{48}{64}$ -ро аввал ба 8 тақсим кунем, касри $\frac{6}{8}$ ҳосил мешавад. Сурату махрачи онро ба 2 зарб зада, натиҷаи $\frac{12}{16}$ -ро соҳиб мегардем.

Дар ҳолати умумӣ ҳар як касри оддиро ҳамчун ҳосили тақсими ду адади натуралӣ (a ва b) ҳисобидан мумкин аст. Дар сурати каср тақсимшаванда, дар махрачи каср тақсимкунанда меоянд: $a : b = \frac{a}{b}$. Дар ин навишт махрачи каср адади b ҳамеша аз нул фарқ мекунад, зеро ба нул тақсим намудани адад маъно надорад.

ТАЪРИФ Агар сурати каср аз махрачи он хурд бошад, онро касри дуруст меноманд. Масалан, $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{8}{9}, \frac{12}{13}, \frac{999}{1000}$. Агар сурати каср аз махрачаш калон бошад, касрро нодуруст меноманд. Масалан, $\frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{13}{12}$.

Агар сурати каср ба n баробар буда, махрачаш аз дараҷаҳои 10 тартиб ёфта бошад, онро касри даҳӣ ё аъшорӣ (аз калимаи арабии “ъашара”, маънояш 10) меноманд. $\frac{1}{10}, \frac{3}{100}, \frac{16}{1000}, \frac{377}{10000}$ мисоли касрҳои аъшорӣ мебошанд. Ҳангоми иҷрои амалҳо ба ҷои баъзе касрҳои оддӣ номҳои маъмулро истифода бурдан муфид аст: Ба ҷои $\frac{1}{2}$ — “нисф”, $\frac{1}{3}$ — “сеяк”, $\frac{1}{4}$ — “чоряк”, $\frac{1}{5}$ — “панҷяк”, $\frac{1}{6}$ — “шашяк”, $\frac{1}{7}$ — “ҳафтяк”, $\frac{1}{8}$ — “ҳаштяк”, $\frac{1}{9}$ — “нуҳяк”, $\frac{1}{10}$ — “даҳяк” ва ғайра.

- ① 1. Истилоҳи “каср” аз кадом забон қабул шудааст? Маънояш чист? 2. Касрро чӣ тавр ишора менамоянд? Сурату махрачи каср чист? 3. навишта $\frac{a}{b}$ чӣ маънӣ дорад? Мисол биёред. 4. Хосияти асосии касрро баён намоед. Агар сурату махрачи касрро ба 5 зарб занем, қимати он чӣ гуна тағйир меёбад?

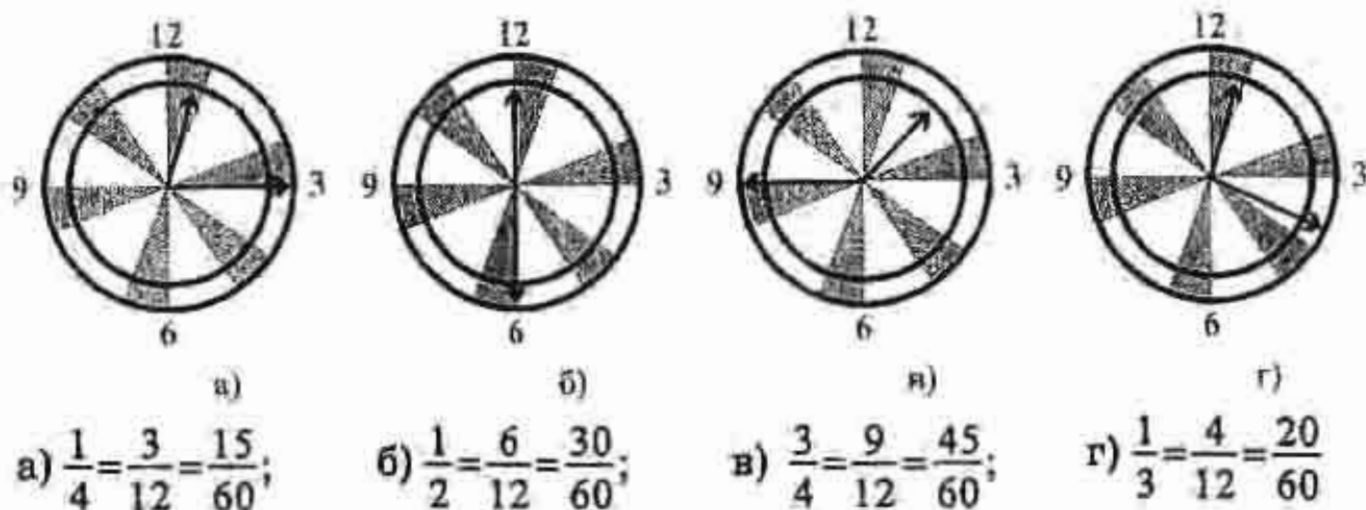
5. Агар сурату махрачи касрро ба 3 тақсим кунем, қимати каср зиёд мешавад ё кам? Мисолҳо оварда шарҳ диҳед. 6. Оё сурати каср ба нул баробар шуда метавонад? Чӣ тавр? 7. Чӣ тавр касрро ба намуди ҳосили тақсими ду адади натуралӣ навиштан мумкин? Бо мисолҳо шарҳ диҳед. 8. Оё махрачи каср ба нул баробар шуда метавонад? Чаро? 9. Дар кадом маврид ду касри оддӣ баробар мешаванд? Бо мисолҳо фаҳмонед. Касрҳои дуруст ва нодуруст чӣ гунаанд? Мисолҳо биёред. 10. Касри аъшорӣ чист? Касри оддӣ аз касри аъшорӣ чӣ фарқ дорад?

А 1. Дар расми 10 квадрат ба 9 ҳиссаи баробар чудо шудааст. Аз ин ҳиссаҳо 5 тоаш рангин буда, чор ҳиссаи боқимонда беранг мебошанд. Аз рӯи ҳиссаҳои рангшудаи квадрат касрҳо тартиб диҳед.



Расми 10.

2. Аз рӯи сиферблатҳои дар расми 11 омада фаҳмонед, ки чаро касрҳои ба онҳо мувофиқи дар поёнашон навишташуда баробаранд?



Расми 11.

3. Фаҳмонед, ки касрҳои зерин чӣ тавр ҳосил шудаанд:

$$\text{а) } \frac{4}{14} = \frac{8}{28} = \frac{48}{168}, \quad \text{б) } 48 : 64 = 24 : 32 = 3 : 4.$$

4. Ба сифати воҳид порчаи дарозиаш ба 12 қадди катаки дафтар баробарро қабул намуда, дар нури ададӣ нуқтаҳои ба касрҳои зерин мувофиқро нишон диҳед:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{6}{12}, \frac{8}{12}$$

Дар ин пайдарпайӣ, касрҳои баробарро нишон диҳед.

5. Сурату махраҷи ҳар кадоме аз касрҳои зеринро ба 6 зарб зада, баробариҳои мувофиқро нависед: $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{8}, \frac{4}{9}, \frac{11}{13}, \frac{1}{6}$.

6. Касрҳои дуруст ва касрҳои нодурустро аз пайдарпайии зерин ҷудо карда ба дафтаратон кучонед:

$$\frac{3}{7}, \frac{1}{12}, \frac{5}{3}, \frac{3}{5}, \frac{7}{4}, \frac{9}{11}, \frac{13}{18}, \frac{18}{19}, \frac{19}{18}, \frac{31}{29}, \frac{159}{158}, \frac{211}{213}$$

7. Сурати касрро ба махраҷаш тақсим намуда, онро ба касри даҳӣ биёред:

$$\frac{8}{5}, \frac{16}{4}, \frac{4}{16}, \frac{22}{4}, \frac{48}{64}, \frac{100}{25}, \frac{196}{14}, \frac{840}{25}, \frac{0}{961}$$

8. Ададҳои натуралии 24, 32, 44, 48, 52 ва 64-ро ба намуди касрҳои махраҷҳояшон а) 2; б) 6; в) 8; г) 12 нависед.

9. Ба ҷои ҳарфҳо кадом ададҳои натуралиро гузоштан лозим, то баробариҳои дуруст ҳосил гарданд:

а) $\frac{24}{6} = \frac{a}{3}$; б) $\frac{18}{24} = \frac{2}{p}$; в) $\frac{18}{n} = \frac{54}{12}$?

10. Қимати ифодаҳоро ҳисоб намоед:

а) 3^2+18 ; б) $0,2^2+1,8$; в) $(1,9-0,2)^2$; г) $1,9-0,2^2$; д) $1,9^2-0,2$.

В 1. Аз рӯи қисмҳои рангини доираҳои дар расми 12 тасвирёфта касрҳо тартиб диҳед ва баробарии онҳоро маънидод намоед.



а)



б)



в)



г)

Расми 12.

2. Кадоме аз касрҳои зерин бо ҳам баробаранд:

$$\frac{1}{5}, \frac{2}{7}, \frac{10}{35}, \frac{6}{30}, \frac{7}{11}, \frac{2}{41}, \frac{6}{15}, \frac{6}{21}, \frac{12}{16}, \frac{21}{33}, \frac{12}{60}$$

3. Сурату махраҷи касрҳоро аввал ба 4 зарб зада, баъд онҳоро ба 5 тақсим кунед. Натиҷаҳои ҳосилшударо ба дафтар кучонед.

$$\frac{25}{5}, \frac{5}{15}, \frac{45}{20}, \frac{35}{35}, \frac{20}{25}, \frac{30}{75}, \frac{120}{125}, \frac{85}{90}$$

4. Ба сифати воҳид порчаи дарозиаш ба 18 қаді катаки дафтар баробарро қабул намуда, дар нури ададӣ касрҳои зеринро қайд кунед:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{4}, \frac{1}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{3}{2}, \frac{12}{18}$$

5. Ҳамаи ҳамон касрҳоеро нишон диҳед, ки дар натиҷаи иваз намудани ҷойҳои сурату махраҷашон қиматашонро нигоҳ медоранд.

6. Адади: а) 5-ро ба намуди касри махраҷаш 15; б) 6-ро ба намуди касри махраҷаш 16; в) 7-ро ба намуди касри махраҷаш 33; г) 13-ро ба намуди касри махраҷаш 0,5 нависед.

7. Ба ҷои ҳарфҳо кадом ададҳоро гузоштан лозим, то баробариҳои дуруст ҳосил гарданд:

$$\text{а) } \frac{0,5}{0,25} = \frac{p}{5}; \quad \text{б) } \frac{4}{0,36} = \frac{3}{a}; \quad \text{в) } \frac{n}{0,2} = \frac{12,5}{0,5}?$$

8. Ададҳои зерин чандтогӣ а) сеяки; б) шашяки; в) даҳякиро дарбар гирифтаанд:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 2, 4, \frac{11}{2}, 15?$$

© 1. Қимати кадом каср ба сурати он баробар аст?

2. Қимати кадом каср ба махраҷи он баробар аст? Мисол биёред.

3*. Дар синф шумораи духтарон сеяки шумораи писаронро ташкил меод. Баъди аз синф берун рафтани як толиба шумораи духтарони дар синф нишаста ба ҷоряки шумораи умумии писарон баробар шуд. Дар ин синф чанд нафар хонанда вучуд дошт?

4. Се касри бо касри $\frac{3}{4}$ баробарро нишон диҳед. Калонтарин тақсимкунандаи умумӣ ва хурдтарин қаратии умумии сурату махраҷи ҳар кадоми онҳоро ҳисоб кунед.

5. Касрҳои додашударо ба касрҳои махраҷашон 72 иваз намоед:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{18}{12}, \frac{12}{18}, \frac{17}{24}, \frac{29}{36}, \frac{41}{48}, \frac{50}{1}$$

6. Ададери ёбед, ки ба 5 каратӣ буда, ҳангоми ба 2,3 ва 4 тақсим шуданаш 2 бақия монад.

2.2. ИХТИСОРИ КАСР. КАСРҲОИ ИХТИСОРИНАШАВАНДА.

Тавре аз расми 9 (п.2.1) маълум гашт, касри $\frac{1}{4}$ -ро инчунин ба намуди $\frac{2}{8}$ ё $\frac{4}{16}$ ва ғайра навиштан мумкин аст. Баръакс, агар сурату махраҷи касри $\frac{4}{16}$ -ро ба 4 тақсим намоем, касри авваларо ҳосил мекунем: $\frac{4}{16} = \frac{4:2}{16:2} = \frac{2}{8} = \frac{2:2}{8:2} = \frac{1}{4}$. Дар аксар мавридҳо барои ба касри соддатар табдил додани касри додашуда, кӯшиш мекунаманд сурату махраҷи каср адади умумӣ ҳосил шавад. Агар чунин имконият фароҳам ояд, касрро содда намудан мумкин аст.

ТАЪРИФ: Тақсим намудани сурату махраҷи каср ба ҳамон як адади натуралӣ ихтисори каср номида мешавад.

Мисоли 1. Касри $\frac{3}{12}$ -ро ба адади 3 ихтисор менамоем.

► Сурату махраҷи касрро ба 3 ихтисор намуда, ҳосил

мекунем: $\frac{3}{12} = \frac{3:3}{12:3} = \frac{1}{4}$. Ҳамин тавр касрҳои $\frac{3}{12}$ ва $\frac{1}{4}$ баробаранд. ◀

Мисоли 2. Касри $\frac{24}{96}$ -ро ба 6 ихтисор менамоем.

►
$$\frac{24}{96} = \frac{24:6}{96:6} = \frac{4}{16}$$

Ⓢ Касри охириро боз ба 4 ихтисор намуда, натиҷаи $\frac{1}{4}$ -ро соҳиб шудан мумкин. Умуман, агар касрро якбора ба калонтарин тақсимкунандаи умумии сурату махраҷи он тақсим кунем, беҳтар аст. Дар чунин ҳолат ҳисобҳои фосилавӣ аз байн мераванд, навишт кӯтоҳтар мешавад. Дар мисоли мазкур, агар мо касрро якбора ба КТУ $(24,96) = 24$ тақсим менамудем, ба натиҷаи ниҳоии $\frac{1}{4}$ пештар соҳиб мешудем. ◀