

$$\sqrt{2} = 1,414\dots$$

чунки $(1,414)^2 = 1,999396 < 2$ ва $(1,415)^2 = 2,002225 > 2$. Ҳамин тавр дар мавриди зарурӣ $\sqrt{2}$ -ро бо сахҳии то 0,0001; 0,00001 ва ғайра ёфтани мумкин аст.

Ҳамин тариқ, тарзи муоинашуда имконият медиҳад, ки бо сахҳии дилхоҳ решаи квадратии арифметикии адад ёфта шавад. Дар ҳисоббарориҳои амалӣ барои ёфтани қимати тақрибии решаи квадратӣ аз ҷадвалиҳои махсус ё аз техникаи ҳисоббарор (асосан микрокалькуляторҳо) истифода мебаранд. Ҳамчун намуна аз ҷадвали решаҳои квадратӣ, ки дар ҳамаи маълумотномаҳои математикӣ оварда мешавад, қимати тақрибии решаҳоро барои ададҳои аз 3 то 10 бо сахҳии то 0,001 меорем:

$$\begin{array}{lll} \sqrt{3} = 1,732; & \sqrt{5} = 2,236; & \sqrt{6} = 2,449; \\ \sqrt{7} = 2,646; & \sqrt{8} = 2,828; & \sqrt{10} = 3,162. \end{array}$$

? 1. Аз кадом хосияти решаи квадратии арифметикӣ истифода карда, қимати тақрибии решаи квадратиро меёбанд? 2. Чиро қимати тақрибии адад бо норасоӣ ва барзиёдӣ меғӯянд?

288. Исбот кунед, ки

$$\text{а) } 3 < \sqrt{12} < 4; \quad \text{б) } 5 < \sqrt{30} < 6; \quad \text{в) } 5,9 < \sqrt{35} < 6,0;$$

г) $7,20 < \sqrt{52} < 7,22$ аст.

289. Ададҳоро муқоиса кунед:

$$\text{а) } 3 \text{ ва } \sqrt{11}; \quad \text{б) } 2,7 \text{ ва } \sqrt{7}; \quad \text{в) } \sqrt{3,15} \text{ ва } 1,9; \quad \text{г) } \sqrt{24,3} \text{ ва } 4,5.$$

290. Ду адади бутуни пайдарпайро ёбед, ки дар байнашон адади:

$$\text{а) } \sqrt{37}; \quad \text{б) } \sqrt{0,9}; \quad \text{в) } \sqrt{132}; \quad \text{г) } \sqrt{18,7} \text{ чойгир аст.}$$

291. Адади иррационалиро тақрибан бо норасоӣ бо сахҳии то 0,1 ба касри даҳӣ иваз намоед:

а) $\sqrt{12}$; б) $-\sqrt{6}$; в) $\sqrt{13}$; г) $\sqrt{0,8}$; д) $\sqrt{14,2}$; е) $-\sqrt{27,4}$.

292. Масоҳати квадрат ба 17 см^2 баробар аст. Тарафи онро тақрибан бо норасой ва барзиёдӣ бо саҳеҳии то $0,1$ ёбед.

293. Муодиларо ҳал намоед ва қиматҳои тақрибии решаҳои онро то даҳякӣ яқлухт кунед:

а) $x^2=18$; б) $10x^2=7$; в) $(x-2)^2=11$; г) $(x+1)^2=7$.

Машқҳо барои тақрор

294. Қимати ифодаҳо ёбед:

а) $0,3\sqrt{121} + 4\sqrt{0,81}$; б) $\sqrt{900} - (4\sqrt{0,8})^2$;

в) $\sqrt{169} \cdot \sqrt{400} \cdot \sqrt{0,01}$; г) $\left(-5\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 - 10\sqrt{0,81}$.

295. Оё ифодаи: а) $\sqrt{(-7)^2}$; б) $(\sqrt{-0,7})^2$; в) $-\sqrt{-8^2}$;

г) $-\sqrt{(-8)^2}$ маъно дорад?

296. Магар хати ростии: а) $y=-1$; б) $y=0$; в) $y=16$; г) $y=-30$ графикаи функсияи $y=x^2$ -ро мебурад? Агар бурад, абсиссаи нуқтаи буришро ёбед.

297. Магар ифодаи $x - |x|$ қимати мусбат қабул мекунад?

298. Чумаки якуми обгузар ваннаро дар 15 дақиқа ва чумаки дуюм дар 10 дақиқа аз об пур мекунад. Агар ҳар ду чумакро якҷоя кушоем, дар 5 дақиқа кадом ҳиссаи ванна аз об пур мешавад?

299. Қасрро ихтисор кунед:

а) $\frac{a^2 - 8a + 16}{16 - a^2}$; б) $\frac{9x^2 + 4y^2 - 12xy}{4y^2 - 9x^2}$.

17. ФУНКСИЯИ $y = \sqrt{x}$. ХОСИЯТҲО ВА ГРАФИКИ ОН.

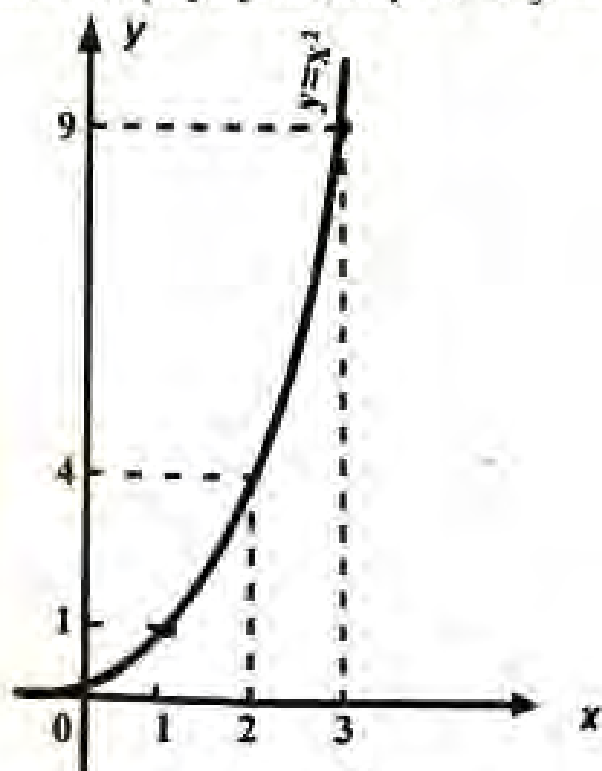
Вобастагии масоҳати квадрат S аз тарафи он a бо формулаи $S=a^2$ ифода карда мешавад. Мувофиқан вобастагии тараф аз масоҳати квадрат - бо формулаи $a = \sqrt{S}$. Мана боз як мисоли дигар аз физика: афтиши озоди ҷисм дар зери таъсири қувваи вазнинӣ ҳаракати баробарсуръат буда, ҳангоми нулӣ будани суръати аввала, масофаи тайшуда S бо мурури вақт t

бо формулаи $S = \frac{gt^2}{2}$ ҳисоб карда мешавад, ки дар ин ҷо g -шитоби қувваи вазнинӣ буда, тақрибан ба $9,81 \text{ м/сония}^2$ баробар аст.

Агар аз ин формула t -ро ёбем, он гоҳ $t = \sqrt{\frac{2S}{g}}$ мешавад.

Агар дар ҳар ду маврид тағйирёбандаи новобастаро бо ҳарфи x ва тағйирёбандаи вобастаро бо ҳарфи y ишорат кунем,

он гоҳ формулаҳои $y=x^2$ ё $y = \frac{gx^2}{2}$, ки дар ин ҷо $x \geq 0$, $g > 0$ аст



Расми 6

ва $y = \sqrt{x}$ ё $y = \sqrt{\frac{2x}{g}}$ -ро

ҳосил мекунем.

Мо медонем, ки графики функсияи $y=x^2$, ҳангоми $x \geq 0$ будан аз як қисми парабола -- шохаи рости он (расми 6) иборат аст. Акнун графики функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро месозем.

Пеш аз ҳама қайд мекунем, ки соҳаи муайяни функсияи

$y = \sqrt{x}$ маҷмӯи ададҳои гайриманфист. Соҳаи қиматҳои функсия низ ҳамин маҷмӯъ аст. Ин хосиятҳо бевосита аз таърифи решаи квадратии арифметикии адад бармеоянд (ниг. ба п.14). Аз сабаби якқимата будани решаи квадратӣ ҳамаи ададҳои гайриманфӣ ба соҳаи қиматҳои функсия тааллуқ доранд, яъне барои адади дилхоҳи $a > 0$ чунин адади $v > 0$ ёфт мешавад, ки $\sqrt{v} = a$ аст.

Дар п. 14 қайд карда будем, ки агар $a > v \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} > \sqrt{v}$ аст. Аз ин ҷо бевосита бармеояд, ки функсия афзуншаванда аст, яъне ба қимати калони аргумент қимати калони функсия мувофиқ меояд. Аниқаш, агар $x_2 > x_1 \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{x_2} > \sqrt{x_1}$ аст. Зохиран фаҳмост, ки агар $x=0$ бошад, он гоҳ $y=0$ аст. Бинобар ин ибтидои координатавӣ ба график тааллуқ дорад.

Инак, функсияи $y = \sqrt{x}$:

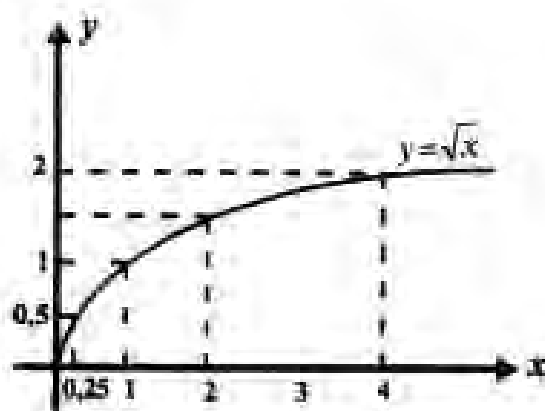
- 1) ҳангоми $x \geq 0$ будан муайян аст;
- 2) ҳангоми $x > 0$ будан мусбат буда, ҳангоми $x=0$ будан ба нул баробар аст;
- 3) дар соҳаи муайянии худ функсия афзуншаванда аст;
- 4) ҳамаи қиматҳои гайриманфиро қабул мекунад.

Барои ёфтани якчанд нуқтаҳои графики функсияи мазкур чадвали қиматҳои функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро месозем:

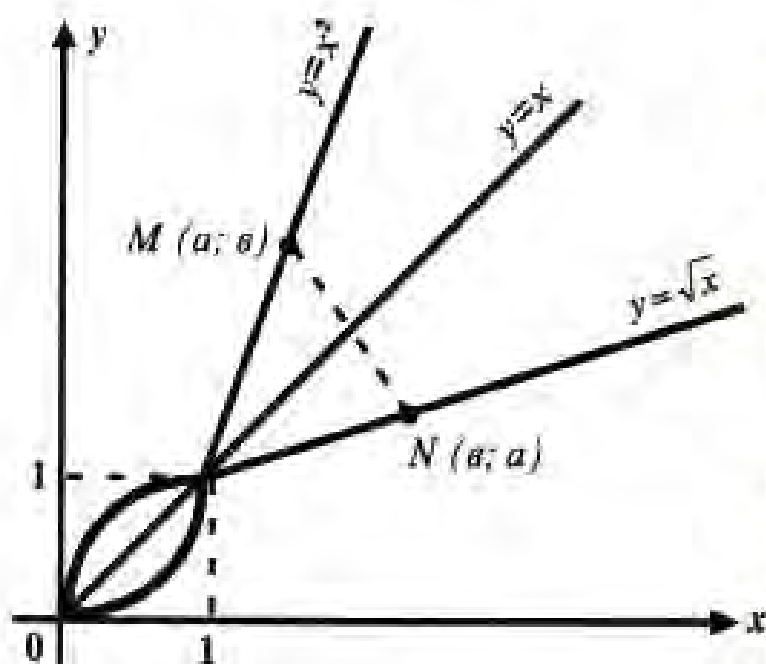
x	0	0,25	0,5	1	2	3	4
$y = \sqrt{x}$	0	0,5	0,7	1	1,4	1,7	2

Дар ин чадвал қиматҳои функсия бо саҳеҳии то 0,1 оварда шудаанд. Дар ҳамвории координатавӣ нуқтаҳои координатаҳои онҳо дар чадвал овардашударо месозем ва онҳоро бо хати

яклухт пайваст намуда, графики функцияи $y = \sqrt{x}$ -ро ҳосил мекунем (расми 7).



Расми 7



Расми 8

Графики $y = \sqrt{x}$ дар чоряки якум ҷойгир буда, мисли графики $y = x^2$ шохаи параболаро мемонад. Ин аз он бармеояд, ки графикҳои мазкур нисбат ба хати рости $y = x$ симметрианд, яъне агар нуқтаи $M(a; a^2)$ ба графики функцияи $y = x^2$ тааллуқ дошта бошад ($a = \sqrt{a^2}$), он гоҳ нуқтаи $N(a^2; a)$ ба графики функцияи $y = \sqrt{x}$

мутааллиқ аст ($a = \sqrt{a^2}$). Расми 8, ки дар он графики ҳар ду функция дар як системаи координатавӣ оварда шудааст, далели ин тасдиқ аст. Ибтидои ин тасдиқро мавқуф мегузорем.

? 1. Хосиятҳои функцияи $y = \sqrt{x}$ -ро номбар кунед. 2. Афзуншаванда будани онро чӣ хел мефаҳмед? 3. Чаро графики функция дар чоряки якум ҷойгир аст?

300. Масоҳати доира бо формулаи $S = \pi r^2$, ки дар ин ҷо r радиуси доира аст ё бо формулаи $S = \frac{\pi d^2}{4}$, ки дар ин ҷо d диаметри доира мебошад, ҳисоб мешавад. Бо формула ифода кунед:

- а) вобастагии r -ро аз S ;
- б) вобастагии d -ро аз S .

301. Масоҳати сатҳи пурраи куб бо формулаи $S=6a^2$, ки дар ин ҷо a дарозии тегҳои куб аст, ифода мешавад. Аз масоҳати сатҳи куб S вобаста будани дарозии тегҳои он a -ро бо формула ифода кунед.

302. Оё нуқтаи: А(49;7); В(1000;10); С(-64;8); Д(16;4) ба графики функсияи $y = \sqrt{x}$ тааллуқ дорад?

303. Магар ҳақиқати ростӣ: а) $y=1$; б) $y=8$; в) $y=100$; г) $y=-4$ графики функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро мебурад? Агар бурад, дар кадом нуқта?

304. Хосияти афзуншавии функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро истифода карда, ададҳоро муқоиса намоед:

- а) $\sqrt{2,7}$ ва $\sqrt{2\frac{3}{4}}$; б) $\sqrt{\frac{1}{7}}$ ва $\sqrt{\frac{1}{8}}$; в) $\sqrt{2}$ ва 1,4;
- г) $\sqrt{27}$ ва $\sqrt{28}$; д) $\sqrt{7}$ ва 2,6; е) $\sqrt{80}$ ва 9.

305. Ададҳоро бо тартиби зиёдшавиашон нависед:

- а) $\sqrt{5}$, $\sqrt{6,3}$ ва $\sqrt{1,4}$; б) $\sqrt{19}$, $\sqrt{13}$ ва 4;
- в) $\sqrt{0,2}$, $\sqrt{1,8}$ ва 1; г) 0,3, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ва $\frac{1}{3}$.

Машқҳо барои такрор

306. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $x^2=8$ ва $\sqrt{x}=8$;

б) $3x^2 = \frac{1}{3}$ ва $3\sqrt{x} = \frac{1}{3}$.

307. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{8^2 - 28}$; б) $\sqrt{0,64} + 3\sqrt{\frac{1}{9}}$; в) $\sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,49}$; г) $0,2\sqrt{1,21} \cdot \sqrt{900}$.

308. Ду адади бутуни пайдарпайро ёбед, ки дар байнашон $\sqrt{89}$ чойгир аст.

309. Аз ду кишлок ба пешвози ҳамдигар автобус ва мошини боркаш равон шуданд. Баъди 15 дақиқа онҳо вохӯрданд. Масофаи байни кишлокҳоро ёбед, агар маълум бошад, ки суръати автобус 60 км/соат ва суръати мошини боркаш 48 км/соат аст.

310. Қимати касрро бо нул муқоиса кунед:

а) $-\frac{4x}{x^2+2}$ хангоми $x < 0$ будан; б) $\frac{x+1}{-x^2-5}$ хангоми $x > 0$ будан.

§6. ХОСИЯТҲОИ РЕШАИ КВАДРАТИИ АРИФМЕТИКИ

18. РЕШАИ КВАДРАТӢ АЗ ҲОСИЛИ ЗАРБ

Бигузур ҳисоби $\sqrt{25 \cdot 64}$ зарур аст. Азбаски $25 \cdot 64 = 1600 = 40^2$ аст, пас $\sqrt{25 \cdot 64} = 40$. Акнун мебинем, ки $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{64} = 8$. Аъзо ба аъзо баробарихоро зарб карда, ҳосил мекунем:

$$\sqrt{25} \cdot \sqrt{64} = 5 \cdot 8 = 40.$$

Ҳамин тариқ,

$$\sqrt{25 \cdot 64} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{64}.$$

Реша аз ҳосили зарби ду адади дилхохи гайриманфӣ низ ҳамин хел баробариро қаноат мекунад. Аниқаш, нишон медиҳем, ки барои ҳар гуна ададҳои гайриманфӣ a ва b баробарии

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (1)$$

ҷой дорад.

Мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ баробарии (1) дуруст аст, агар ду шарт:

$$\text{а) } \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0; \quad \text{б) } (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$$

ичро шаванд. Инро нишон медиҳем.

Ифодаҳои \sqrt{a} ва \sqrt{b} фақат қиматҳои гайриманфӣ қабул мекунанд, бинобар ин ҳосили зарби $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ гайриманфӣ мебошад. Акнун ҳосияти дараҷаи ҳосили зарбро истифода карда ҳосил мекунем:

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab.$$

Инак, шартҳои а) ва б) иҷро шуданд. Пас мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ баробарии (1) дуруст аст. Ин баробарӣ барои ҳар гуна ададҳои гайриманфӣ аиният мебошад.

Э з о ҳ. Баробарии (1) дар мавриди аз ду зиёд будани шумораи зарбшавандаҳои таҳти реша низ дуруст аст. Масалан, агар $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$.

Дар ҳақиқат, мувофиқи ҳосияти ҳосили зарб ва баробарии (1)

$$\sqrt{abc} = \sqrt{(ab)c} = \sqrt{ab} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}.$$

Хулоса, решаи квадратии арифметикӣ дорони ҳосияти зерин аст:

Реша аз ҳосили зарби зарбшавандаҳои гайриманфӣ ба ҳосили зарби решаҳо аз ин зарбшавандаҳо баробар аст.

М и с о л и 1. Қимати ифодаи $\sqrt{169 \cdot 0,01}$ -ро меёбем.

Айнияти (1)-ро хангоми $a=169$ ва $b=0,01$ будан истифода мекунем:

$$\sqrt{169 \cdot 0,01} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{0,01} = 13 \cdot 0,1 = 1,3.$$

М и с о л и 2. Қимати ифодаи $\sqrt{27 \cdot 12}$ -ро ҳисоб мекунем.

Ифодаи тахтирешагиро дар намуди ҳосили зарби зарбшавандаҳои ҳар кадомашон аз квадрати адади бутун иборатбуда навишта, айнияти (1)-ро татбиқ менамоем:

$$\sqrt{27 \cdot 12} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4} = \sqrt{9^2 \cdot 2^2} = 9 \cdot 2 = 18.$$

Аз айнияти (1) бармеояд, ки ҳангоми зарби решаҳои ифодаҳои тахтирешагиро аввал зарб карда, аз натиҷа реша баровардан мумкин аст, яъне айнияти (1)-ро дар намуди

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ истифода карда.}$$

Мисоли 3. Аз айният истифода карда, ҳосили зарби

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} \text{ -ро меёбем.}$$

$$\text{Дорем } \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6.$$

Ҳангоми калон будани адади тахтирешагӣ ба зарбкунандаҳо чудо кардани он аз аҳамият ҳоли нест.

Мисоли 4. Қимати $\sqrt{7056}$ -ро меёбем.

Адади 7056-ро ба зарбкунандаҳо, масалан, ба зарбкунандаҳои содда чудо мекунем: $7056 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 21 = 16 \cdot 21^2 = 4^2 \cdot 21^2$. Аз ин ҷо, $\sqrt{7056} = \sqrt{4^2 \cdot 21^2} = \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{21^2} = 4 \cdot 21 = 84$.

? 1. Айниятро, ки хосияти решаи квадратии аз ҳосили зарб бо он ифода мешавад, нависед ва онро исбот кунед. 2. Мисол оред, ки вай зарурияти истифодаи иваз кардани қисмҳои чап ва ростии ин айниятро талаб намояд.

311. Қимати решаҳо ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{16 \cdot 25}$; б) $\sqrt{81 \cdot 400}$; в) $\sqrt{144 \cdot 0,25}$;

г) $\sqrt{169 \cdot 100}$; д) $\sqrt{121 \cdot 0,01}$; е) $\sqrt{0,04 \cdot 196}$.

312. Қимати решаҳо ёбед:

а) $\sqrt{0,49 \cdot 49}$; б) $\sqrt{0,25 \cdot 36}$; в) $\sqrt{0,09 \cdot 81}$; г) $\sqrt{2,25 \cdot 256}$.

313. Қимати ифодаҳо ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{625 \cdot 9 \cdot 36}$; б) $\sqrt{256 \cdot 0,25 \cdot 0,81}$;

$$\text{в) } \sqrt{225 \cdot 0,16 \cdot 400}; \quad \text{г) } \sqrt{1,21 \cdot 0,09 \cdot 0,0001}.$$

314. Қимати решаро ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \sqrt{75 \cdot 48}; \quad \text{б) } \sqrt{45 \cdot 80}; \quad \text{в) } \sqrt{4,9 \cdot 360}; \quad \text{г) } \sqrt{160 \cdot 3,6}.$$

315. Аз реша бароред:

$$\text{а) } \sqrt{113^2 - 112^2}; \quad \text{б) } \sqrt{82^2 - 18^2}; \quad \text{в) } \sqrt{6,8^2 - 3,2^2}; \quad \text{г) } \sqrt{122^2 - 22^2};$$

$$\text{д) } \sqrt{17^2 - 8^2}; \quad \text{е) } \sqrt{6^2 + 8^2}; \quad \text{ж) } \sqrt{65^2 - 63^2}; \quad \text{з) } \sqrt{21,8^2 - 18,2^2}.$$

316. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \sqrt{44100}; \quad \text{б) } \sqrt{1024}; \quad \text{в) } \sqrt{1225}; \quad \text{г) } \sqrt{2916}.$$

317. Қимати ҳосили зарбро ёбед:

$$\text{а) } \sqrt{10} \cdot \sqrt{90}; \quad \text{б) } \sqrt{13} \cdot \sqrt{52}; \quad \text{в) } \sqrt{75} \cdot \sqrt{3}; \quad \text{г) } \sqrt{8} \cdot \sqrt{98};$$

$$\text{д) } \sqrt{50} \cdot \sqrt{4,5}; \quad \text{е) } \sqrt{7} \cdot \sqrt{63}; \quad \text{ж) } \sqrt{108} \cdot \sqrt{27}; \quad \text{з) } \sqrt{54} \cdot \sqrt{6}.$$

318. Қимати ҳосили зарбро ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{21}; \quad \text{б) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{22} \cdot \sqrt{11}; \quad \text{в) } \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{0,4} \cdot \sqrt{2}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{3}.$$

319. Ифодаро дар намуди ҳосили зарби решаро нависед:

$$\text{а) } \sqrt{15}; \quad \text{б) } \sqrt{42}; \quad \text{в) } \sqrt{8a}; \quad \text{г) } \sqrt{5b}.$$

320*. Суммаи ду адад ба $\sqrt{14}$ ва фарқи онҳо ба $\sqrt{10}$ баробар аст. Нишон диҳед, ки ҳосили зарби онҳо ба 1 баробар аст.

Машқҳо барои такрор

321. Қимати ифодаи $\sqrt{x^2}$ -ро ҳангоми $x = -4; -3; 0; 1; 8$ будан ёбед.

322. Таърифи қимати мутлақро истифода карда, ифодаи $\frac{x}{|x|}$ -ро содда кунед, агар:

а) $x > 0$; б) $x < 0$

бошад. Оё ифода хангоми $x=0$ будан маъно дорад?

323. 15%-и масоҳати майдон 24 га аст. Масоҳати майдонро ёбед.

324. Ифодаро содда намоед:

а) $3a^2 \cdot \frac{1}{9a^2}$; б) $4(2a^3)^4$; в) $32a^3 \cdot \left(\frac{1}{2}a^2\right)^4$.

325. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{1-10a+25a^2}{5a-1}$; б) $\frac{1-6x+9x^2}{3x-1}$.

19. РЕШАИ КВАДРАТӢ АЗ КАСР

Қимати ифодаи $\sqrt{\frac{121}{144}}$ -ро ҳисоб мекунем. Мо медонем, ки

$\sqrt{121}=11$ ва $\sqrt{144}=12$ аст. Месанҷем, ки оё баробарии

$\sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{11}{12}$ ҷой дорад ё на.

Азбаски $\left(\frac{11}{12}\right)^2 = \frac{11^2}{12^2} = \frac{121}{144}$ ва $\frac{11}{12} > 0$ аст, пас баробарӣ

дуруст аст. Аз тарафи дигар

$$\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} = \frac{11}{12},$$

бинобар ин

$$\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}}.$$

Мулоҳизаҳои болоро умумӣ карда нишон медиҳем, ки барои ҳар гуна ададҳои $a \geq 0$ ва $b > 0$ баробарии

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (2)$$

чой дорад.

Ҳар се ифодаи дар (2) буда мувофиқи шарт дорой маъно мебошанд. Пас мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ баробарии (2) дуруст аст, агар ду шарт:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0; \quad \text{б) } \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \right)^2 = \frac{a}{b}$$

ичро шаванд. Азбаски $a \geq 0$ ва $b > 0$ аст, пас $\sqrt{a} \geq 0$ ва $\sqrt{b} > 0$.

Бинобар ин $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$ аст. Акнун хосияти дараҷаи касрро истифода карда ҳосил мекунем:

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}.$$

Чой доштани шартҳои а) ва б), якбора бо он дурустии (2)-ро нишон додаем. Баробарии (2) айният мебошад, чунки вай барои ҳамаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳои a ва b дуруст аст.

Инак, боз як хосияти решаи квадратии арифметикиро муқаррар кардаем:

Реша аз касре, ки сураташ ғайриманфӣю махраҷаш мусбат аст, баробари реша аз сурат тақсими реша аз махраҷ мебошад.

Мисоли 1. Қимати ифодаи $\sqrt{\frac{64}{289}}$ -ро меёбем.

Мувофиқи хосияти решаи квадратӣ аз каср

$$\sqrt{\frac{64}{289}} = \sqrt{\frac{64}{289}} = \frac{8}{17}.$$

Баъзан ҳангоми ҳисоббарориҳо айнияти (2)-ро «аз рост ба чап» ҳонда татбиқ кардан лозим меояд, яъне айнияти $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ -ро.

М и с о л и 2. Қимати ҳосили тақсими $\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{99}}$ -ро ҳисоб мекунем.

Мувофиқи айнияти (2):

$$\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{99}} = \sqrt{\frac{44}{99}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11}{9 \cdot 11}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}.$$

Дар охир таъкид мекунем, ки дар баробарии айнияти (2) истифодаи хосияти асосии каср (ниг. ба п.4) метавонад, ҳисоби қимати решаро осон намояд.

М и с о л и 3. Қимати касри $\frac{\sqrt{36,1}}{\sqrt{40}}$ -ро меёбем.

Дорем

$$\frac{\sqrt{36,1}}{\sqrt{40}} = \sqrt{\frac{36,1}{40}} = \sqrt{\frac{36,1 \cdot 10}{40 \cdot 10}} = \sqrt{\frac{361}{400}} = \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{400}} = \frac{19}{20}.$$

? 1. Айниятро, ки хосияти решани квадратии касро ифода мекунад, нависед ва оғро исбот кунед. 2. Чаро баъзан «аз рост ба чап» ҳондани ин айният ҳисобро осон мекунад? Мисол биёред.

326. Қимати решаро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{\frac{9}{169}}$; б) $\sqrt{\frac{121}{100}}$; в) $\sqrt{\frac{361}{25}}$; г) $\sqrt{\frac{4}{81}}$.

327. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{3\frac{22}{49}}$; б) $\sqrt{2\frac{14}{121}}$; в) $\sqrt{7\frac{1}{9}}$;

$$\text{г) } \sqrt{12 \frac{1}{4}}; \quad \text{д) } \sqrt{1 \frac{81}{144}}; \quad \text{е) } \sqrt{1 \frac{120}{169}}.$$

328. Қимати ифодаро ҳисоб намоед:

$$\text{а) } \sqrt{3 \frac{1}{16} \cdot 2 \frac{14}{25}}; \quad \text{б) } \sqrt{5 \frac{4}{9} \cdot 2 \frac{14}{25}}; \quad \text{в) } \sqrt{1 \frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{121}{144} \cdot 2 \frac{1}{4}}.$$

329. Ифодаро дар намуди ҳосили тақсими касрҳо нависед:

$$\text{а) } \sqrt{\frac{3}{7}}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{5}{11}}; \quad \text{в) } \sqrt{\frac{2}{a}}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{6}{6}}; \quad \text{д) } \sqrt{\frac{5}{13}}; \quad \text{е) } \sqrt{\frac{10}{7}}.$$

330. Қимати ҳосили тақсимро ёбед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{8}}; \quad \text{д) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{98}}; \quad \text{е) } \frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}}.$$

331. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{27}}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{112}}{\sqrt{7}}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{180}}{\sqrt{245}}; \quad \text{д) } \frac{\sqrt{490}}{\sqrt{810}}; \quad \text{е) } \frac{\sqrt{1600}}{\sqrt{121000}}.$$

332. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{12,1}}{\sqrt{10}}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{22,5}}{\sqrt{10}}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{32,4}}{\sqrt{90}}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{8,1}}{\sqrt{160}}.$$

Машқҳо барои тақрор

333. Қимати ҳосили зарбро ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}; \quad \text{б) } \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}; \quad \text{в) } \sqrt{10} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{3}; \quad \text{г) } \sqrt{20} \cdot \sqrt{70} \cdot \sqrt{14}.$$

334. Периметри росткунҷа 32 см аст. Фарқи тарафҳои ҳамсоя ба 2 см баробар мебошад. Тарафҳои росткунҷаро ёбед.

335. Аз таносуб x -ро ёбед:

$$22,1 : x = 5 \frac{2}{3} : 4,2.$$

336. Барои кадом қиматҳои тағйирёбандаи x ифода маъно надорад:

$$a) \frac{2x}{x^2 - 5};$$

$$б) \frac{2-x}{14-x^2}?$$

337. Муодиларо ҳал кунед:

$$5-3(x-2(x-2(x-2)))=2.$$

20. РЕШАИ КВАДРАТӢ АЗ ДАРАЧА

Бигузур m - адади натуралии чуфт аст. Масъалаи ҳисоби ифодаи $\sqrt{a^m}$ -ро дида мебароем. Пеш аз ҳама қайд мекунем, ки аз сабаби чуфт будани m - ин ифода барои ҳар гуна адади ҳақиқии a маъно дорад.

Аввал мисол меорем. $\sqrt{2^6}$ -ро ҳисоб мекунем:

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8.$$

Аз дигар тараф

$$8 = 2^3 = |2|^{\frac{6}{2}} = 2^{\frac{6}{2}}.$$

Пас

$$\sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3.$$

Айнан ҳамин тавр $\sqrt{(-3)^4} = \sqrt{81} = 9 = 3^2 = |-3|^{\frac{4}{2}}$.

Дар ҳар дуи ин мисол мебинем, ки натиҷа ба қимати мутлақи ифодаи тахтирешагӣ дар дараҷаи ду карат кам баробар аст.

Дар намуди умумӣ ин қавоидро исбот мекунем. Нишон медиҳем, ки агар m адади чуфт бошад, он гоҳ айнияти зерин

$$\sqrt{a^m} = |a|^{\frac{m}{2}}. \quad (3)$$

ҷой дорад.

Аз сабаби чуфт будани m , адади $\frac{m}{2}$ натуралӣ аст. Бинобар

ин $|a|^{\frac{m}{2}}$ маъно дорад. Айнияти (3) хулосаи айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ аст.

ки мо онро дар п. 15 исбот карда будем. Дар ҳақиқат, a^m -ро дар намуди

$$a^m = \left(a^{\frac{m}{2}} \right)^2 = \left(|a|^{\frac{m}{2}} \right)^2$$

таъсир карда, ҳосил мекунем:

$$\sqrt{a^m} = \sqrt{\left(|a|^{\frac{m}{2}} \right)^2} = |a|^{\frac{m}{2}}.$$

Ҳамин тарик, барои аз дараҷаи нишондиҳандаш чуфт баровардани реша ифодаи тахтирешагиро дар намуди квадрати ягон ифода навишта, айнияти (3)-ро истифода кардан кифоя аст.

Истифодаи айнияти (3) дар амалия ҳисоббарориро осон мекунад. Масалан, бевосита ҳисоб кардани қимати ифодаи $\sqrt{7^6}$ вақт ва заҳмати зиёдеро талаб мекунад (ҳисоби 7^6 ва азрешабарории он), ҳол он ки қимат бо истифодаи айнияти (3) даҳонӣ ҳисоб мешавад ва ба 7^3 ё ба 343 баробар аст.

М и с о л и 1. Ифодаи $\sqrt{a^{12}}$ -ро содда мекунем. a^{12} -ро дар намуди $(a^6)^2$ навишта, аз айнияти (3) истифода мебарем:

$$\sqrt{a^{12}} = \sqrt{(a^6)^2} = |a|^6 = a^6.$$

(Барои a -и дилхоҳ $a^6 \geq 0$ аст, бинобар ин $|a|^6 = a^6$).

М и с о л и 2. Ҳангоми $x < 0$ будан, қимати $\sqrt{x^6}$ -ро меёбем. Ифодаи x^6 -ро дар намуди $(x^3)^2$ навишта, баъд айнияти (3) ро истифода карда

$$\sqrt{x^6} = \sqrt{(x^3)^2} = |x|^3$$

-ро ҳосил мекунем. Азбаски $x < 0$ аст, пас $x^3 < 0$ мебошад. Аз ғ

сабаб $|x|^3 = (-x)^3 = -x^3$.

Ҳамин тариқ, ҳангоми $x < 0$ будан $\sqrt{x^6} = -x^3$.

М и с о л и 3. Қимати решаи $\sqrt{18225}$ -ро меёбем.

Адади 18225-ро дар намуди ҳосили зарби зарбкунандаҳои содда навишта (ниг. инчунин ба мисоли 4-и п. 18), ҳосил мекунем:

$$\sqrt{18225} = \sqrt{3^6 \cdot 5^2} = \sqrt{3^6} \cdot \sqrt{5^2} = \sqrt{(3^3)^2} \cdot 5 = 3^3 \cdot 5 = 27 \cdot 5 = 135.$$

? 1. Айнияти (3)-ро, ки хосияти решаи квадратии арифметикиро аз дараҷа ифода мекунад, бевосита таърифи решаи квадратино истифода карда исбот намоед. 2. Нишон диҳед, ки айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ ҳолати хусусии айнияти (3) аст.

338. Ифодаро содда намоед:

а) $\sqrt{y^8}$; б) $2\sqrt{a^{20}}$; в) $\sqrt{y^{14}}$, ки дар ин ҷо $y \geq 0$; г) $4\sqrt{a^{10}}$,

ки дар ин ҷо $a \leq 0$ аст.

339. Ифодаро табдил диҳед:

а) $\sqrt{0,25x^4}$; б) $3\sqrt{0,49y^{10}}$, ки дар ин ҷо $y \leq 0$;

в) $\sqrt{0,01a^{36}}$; г) $\sqrt{81v^{18}}$, ки дар ин ҷо $v < 0$ аст.

340. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{3^4}$; б) $\sqrt{4^6}$; в) $\sqrt{(-5)^8}$; г) $\sqrt{(-12)^{12}}$.

341. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{2^4 \cdot 6^2}$; б) $\sqrt{4 \cdot 7^4}$; в) $\sqrt{125 \cdot 5^5}$; г) $\sqrt{64 \cdot 4^7}$.

342. Адади тахтирешагиро дар намуди ҳосили зарби зарбкунандаҳо навишта қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{20736}$; б) $\sqrt{50625}$; в) $\sqrt{28224}$; г) $\sqrt{680625}$;

д) $\sqrt{7569}$; е) $\sqrt{8464}$; ж) $\sqrt{27889}$; з) $\sqrt{254016}$.

Машқҳо барои тақрор

343. $\sqrt{45}$ аз $\sqrt{5}$ чанд бор калон аст?

344. Барои кадом қимати a муодилаи
 $2(a-2x)=ax+3$

ҳал надорад.

345. Соҳаи муайянии функсияро ёбед:

$$\text{а) } y = \frac{2}{5-x}; \quad \text{б) } y = \frac{4-x}{x(x-2)}$$

346. Писар ҳоло 8 сола буда, падараш 38 сола аст. Баъди чанд сол падар аз писар се маротиба калон хоҳад шуд?

347. Ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \frac{1}{2} + 0,125 - \frac{1}{6}; \quad \text{б) } 6,4 : \frac{80}{3} + \frac{1}{8}$$

§7. ТАБДИЛДИҲИИ ИФОДАИ ДОРОИ РЕШАИ КВАДРАТӢ

21. АЗ ТАҲТИ АЛОМАТИ РЕША БАРОВАРДАНИ ЗАРБУНАНДА

Амали аз таҳти аломати реша баровардани зарбкунанд ба ҳосияти решаи квадратӣ аз ҳосили зарб (ниг. ба п.18) асс карда мешавад.

Масалан, бигузор ифодаи $\sqrt{128}$ дода шудааст. Ҳосияти номбаршударо истифода карда, ин реша ро дар намуди содда тасвир карда метавонем:

$$\sqrt{128} = \sqrt{64 \cdot 2} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{2} = 8\sqrt{2}.$$

Айнан ҳамин ҳел:

$$\sqrt{a^3} = \sqrt{a^2 \cdot a} = a\sqrt{a};$$

$$\sqrt{81a^5e^7} = \sqrt{9^2 a^4 a e^6 e} = \sqrt{9^2 a^4 e^6} \cdot \sqrt{ae} = 9a^2 e^3 \sqrt{ae}.$$

Чунин табдилдиҳӣ аз таҳти аломати реша баровардани зарбкунанда ном дорад. Мақсади ин табдилдиҳӣ осон гардонидани ҳисоббаробариҳои зарурӣ мебошад.

Мисоли 1. Ифодаи $\sqrt{48x^7}$ -ро ҳангоми $x=3$ будан ҳисоб мекунем.

Агар бевосита дар ифода қимати $x=3$ -ро гузорем, он гоҳ

$$\sqrt{48x^7} = \sqrt{48 \cdot 3^7} = \sqrt{48 \cdot 2187} = \sqrt{104976}$$

ва барои ҳосил кардани натиҷа бояд адади шашрақамаро аз реша барорем.

Ҳисоббарорӣ ниҳоят осон мегардад, агар зарбкунандаҳои имконпазиро пешакӣ аз реша барорем:

$$\sqrt{48x^7} = \sqrt{3 \cdot 16 \cdot x^6 \cdot x} = \sqrt{16x^6} \cdot \sqrt{3x} = 4x^3 \sqrt{3x}.$$

Қимати $x=3$ -ро дар қисми ростии ин баробарӣ гузошта бо осонӣ меёбем: $\sqrt{48x^7} = 4 \cdot 3^3 \cdot \sqrt{3 \cdot 3} = 4 \cdot 27 \cdot 3 = 324$.

Дар мисолҳои боло ифодаи таҳтирешагиро ба зарбкунандаҳо ҷудо карда, аз байни онҳо ҳамонҳояшонро, ки нишондиҳандаи дараҷаашон ҷуфт аст, ҷудо карда, онҳоро аз реша баровардем. Дар оянда малакаи якбора аз реша баровардани зарбкунандаҳои заруриро ба пешакӣ ба зарбкунандаҳо ҷудо кардан, пайдо намудан лозим аст.

Мисоли 2.

$$\sqrt{6a^8b^{13}c^{11}} = a^4b^6c^5\sqrt{6bc}.$$

Ҳамин тарик, барои аз таҳти аломати реша баровардани зарбкунанда қифоя аст, ки нишондиҳандаи ҳар як зарбкунанда ба ду тақсим карда шуда, ҳуди зарбкунанда дар нишондиҳандаи дараҷааш ба бутуни ҳосили тақсим баробар дар пешии аломати реша навишта шавад. Дар зери аломати реша бошад, ҳамон зарбкунанда дар нишондиҳандаи дараҷааш баробар ба бақияи ҳосили тақсим навишта мешавад.

Дар мисоли боло $8:2=4$ (бақия 0); $13:2=6$ (бақия 1); $11:2=5$ (бақия 1).

Барои бехтар дарк кардани доираи татбиқи амали аз таҳти реша баровардани зарбкунанда боз як мисолро дида мебароем.

Мисоли 3. Ададҳои $\sqrt{72}$ ва $7\sqrt{2}$ -ро муқоиса мекунем.

Азбаски $72=36 \cdot 2=6^2 \cdot 2$, пас $\sqrt{72}=6\sqrt{2}$. Бинобар ин $\sqrt{72} < 7\sqrt{2}$.

Эзоҳ. Мо дар ҳисоббарориҳои боло тағйирёбандаҳои мусбат ҳисоб карда, баробариҳои лозимиро ҳосил кардем.

Масалан, баробари $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ танҳо ҳангоми $a \geq 0$ ва $b \geq 0$ будан дуруст аст. Рафту агар $a < 0$ бошад, он гоҳ мувофиқи п.15:

$$\sqrt{a^2 b} = -a\sqrt{b}.$$

? 1. Баробариеро, ки хосияти решаи квадратиро аз ҳосили зарби ифода мекунад нависед. 2. Тарзи истифодаи айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ -ро ҳангоми аз аломати реша баровардани зарбкунада бо мисолҳои мушаххас нишон диҳед. 3. Қондан умумии аз тахти аломати реша бароварданро ҳонед ва онро бо мисол шарҳ диҳед.

348. Зарбкунадаро аз тахти аломати реша бароред:

а) $\sqrt{18}$; б) $\sqrt{32}$; в) $\sqrt{48}$; г) $\sqrt{175}$;

д) $\sqrt{108}$; е) $\sqrt{800}$; ж) $\sqrt{845}$; з) $\sqrt{1250}$.

349. Дар намуди ҳосили зарби адади бутун ва реша нависед:

а) $\sqrt{20}$; б) $-\sqrt{98}$; в) $\sqrt{300}$; г) $-\sqrt{250}$;

д) $\sqrt{72}$; е) $-\sqrt{44}$; ж) $\sqrt{180}$; з) $\sqrt{363}$.

350. Зарбшавандаро аз тахти аломати реша бароред ва ифодаи ҳосилшударо содда кунед (бо ҳарфҳои ададҳои мусбат ишорат шудаанд):

а) $0,3\sqrt{75}$; б) $0,9\sqrt{300}$; в) $-0,4\sqrt{96}$; г) $\frac{1}{a}\sqrt{75a^2}$;

$$\text{д) } \frac{1}{y} \sqrt{48y^5}; \quad \text{е) } \frac{1}{a} \sqrt{3a^4}; \quad \text{ж) } \frac{1}{m} \sqrt{4m^6}; \quad \text{з) } vx \sqrt{\frac{25a}{v^2x^2}}.$$

351. Ифодаро содда кунед (қимати тағйирёбандаҳо мусбатанд):

$$\text{а) } p \sqrt{\frac{p^4}{3m^2}};$$

$$\text{б) } \frac{1}{2} \sqrt{8(x^2 + 2xy + y^2)};$$

$$\text{в) } \frac{1}{a+v} \sqrt{(a+v)^2};$$

$$\text{г) } \frac{v}{3(a-v)} \sqrt{\frac{12(a^2 - 2av + v^2)}{v^2}}, (a > v).$$

352. Зарбқунандаро аз тахти аломати реша бароред:

$$\text{а) } \sqrt{16a^2v^2}, \text{ агар } a < 0, v > 0; \quad \text{б) } \sqrt{25a^2v^3}, \text{ агар } a > 0, v > 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{2a^3v^3}, \text{ агар } a < 0, v < 0; \quad \text{г) } \sqrt{24a^4v^3}, \text{ агар } a < 0, v > 0$$

бошад.

353. Зарбқунандаро аз тахти аломати реша бароред:

$$\text{а) } \sqrt{5x^2}, \text{ дар ин чо } x \geq 0; \quad \text{б) } \sqrt{6y^2}, \text{ дар ин чо } y < 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{x^5}; \quad \text{г) } \sqrt{a^9}; \quad \text{д) } \sqrt{25y^7}; \quad \text{е) } \sqrt{\frac{2}{9}x^3}.$$

354. Зарбқунандаро аз тахти аломати реша бароред:

$$\text{а) } \sqrt{48a^2}, \text{ дар ин чо } a \leq 0; \quad \text{б) } \sqrt{27v^6}, \text{ дар ин чо } v < 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{50a^4}; \quad \text{г) } \sqrt{9a^8}; \quad \text{д) } \sqrt{12x^{13}}; \quad \text{е) } \sqrt{2x^{20}}.$$

355. Барои кадом қимати x баробарӣ дуруст аст:

$$\text{а) } \sqrt{7x^2} = -x\sqrt{7};$$

$$\text{б) } \sqrt{12x^2} = 2x\sqrt{3}.$$

356. Муқоиса кунед:

$$\text{а) } 3\sqrt{3} \text{ ва } \sqrt{12};$$

$$\text{б) } \sqrt{20} \text{ ва } 3\sqrt{5};$$

$$\text{в) } \sqrt{351} \text{ ва } 3 \cdot \sqrt{38};$$

$$\text{г) } \sqrt{24} \text{ ва } \frac{1}{3} \sqrt{216} \text{ -ро.}$$

357. Ададҳоро бо тартиби афзуншавиашон ҷойгир намоед:

а) $3\sqrt{120}, \sqrt{480}, 2\sqrt{30}, \frac{1}{2}\sqrt{1440}$; б) $6\sqrt{2}, \sqrt{58}, 3\sqrt{7}, 2\sqrt{14}$.

Машқҳо барои такрор

358. Алӣ дар се рӯз 144 кг пахта чинд. Пахтаи дар рӯзи дуюм чиндаи ӯ нисбати рӯзи якум 12 кг зиёдтар буда, дар рӯзи сеюм ба $\frac{5}{7}$ ҳиссаи дар рӯзи аввал чиндашуда баробар аст. Алӣ ҳар рӯз чанд кило пахта чиндааст?

359. Ифодаро содда кунед:

а) $\left(\frac{x}{x+1} + 1\right) : \left(1 - \frac{x}{x+1}\right)$; б) $\left(m + 1 + \frac{1}{-1+m}\right) : \left(m - \frac{m^2}{m-1}\right)$.

360. Якаъзогиро дар намуди стандартӣ нависед:

а) $16ac(0,5)a(0,25b)$; б) $0,1a^2x(-5)bc^22ac$.

361. Барои кадом қимати a суммаи ифодаҳои $\frac{5-11a}{7}$ ва

$\frac{3a+22}{2}$ аз ифодаи $\frac{-2-5a}{3}$ ду бор зиёд аст.

22. БА ТАҲТИ АЛОМАТИ РЕША ДАРОВАРДАНИ ЗАРБКУНАНДА

Баъзан зарбкунандан дар назди аломати реша бударо ба таҳти реша даровардан фойданок аст.

Ба мисоли 3-и пункти пешина бармегардем. Адади 7-ро бо $\sqrt{49}$ иваз карда, мувофиқи хосияти ҳосили зарби решаҳо ҳосил мекунем:

$$7\sqrt{2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{98}.$$

Азбаски $72 < 98$ аст, пас мувофиқи хосияти II-и п.14 $\sqrt{72} < \sqrt{98}$ мебошад. Ҳамин тариқ, $7\sqrt{2} > \sqrt{72}$ аст.

Баробарии $7\sqrt{2} = \sqrt{98}$ нишон медиҳад, ки зарбкунанда 7 ба таҳти реша дароварда шудааст. Айнан мисли мисоли овардашуда:

$$3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}; \quad a^3\sqrt{2a} = \sqrt{a^6 \cdot 2a} = \sqrt{2a^7} \quad (a \geq 0).$$

Ин мисолҳо нишон медиҳанд, ки *барои ба таҳти реша даровардани зарбкунандаи мусбат кифоя аст, ки квадрати он ба ифодаи таҳтирешагӣ зарб карда шавад.*

Акнун ҳолати манфӣ будани зарбкунандаро дида мебароем.

М и с о л. Дар ифодаи $-3\sqrt{x}$ зарбкунандаро ба таҳти аломати реша медарорем.

Ба намуди решаи квадратии арифметикӣ навиштани зарбкунандаи манфӣ -3 имконнопазир аст. Бинобар ин имконияти ба таҳти аломати реша даровардани -3 вучуд надорад. Аммо дар ифодаи $-3\sqrt{x}$ зарбкунандаи мусбати 3-ро ба таҳти аломати реша даровардан мумкин аст:

$$-3\sqrt{x} = (-1) \cdot 3\sqrt{x} = (-1) \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{x} = -\sqrt{9x}.$$

Умуман,

$$a\sqrt{v} = \sqrt{a^2v}, \quad \text{агар } a \geq 0$$

ва

$$a\sqrt{v} = -\sqrt{a^2v}, \quad \text{агар } a < 0 \text{ бошад.}$$



1. Қондан умумии ба таҳти аломати реша дароварданро хонед ва онро бо мисолҳо шарҳ диҳед. 2. Ҳангоми манфӣ будани зарбкунанда амали ба таҳти реша даровардан чӣ гуна иҷро карда мешавад?

362. Зарбкунандаро ба таҳти аломати реша дароред:

а) $2\sqrt{2}$; б) $3\sqrt{3}$; в) $4\sqrt{10}$; г) $5\sqrt{x}$;

д) $10\sqrt{a}$; е) $4\sqrt{2a}$; ж) $10\sqrt{0,03}$; з) $6\sqrt{c}$.

363. Зарбкунандаи мусбатро ба тахти аломати реша дароред:

а) $-3\sqrt{2}$; б) $-5\sqrt{7}$; в) $-0,2\sqrt{a}$; г) $-7\sqrt{6}$.

364. Бо назардошти мусбат будани зарбкунанда, онро ба тахти аломати реша дароред:

а) $a\sqrt{2}$; б) $x\sqrt{\frac{1}{x}}$; в) $a\sqrt{a}$; г) $2a\sqrt{2c}$;

д) $(a+1)\sqrt{a}$; е) $\frac{1}{x^3}\sqrt{5x^7}$; ж) $xy\sqrt{\frac{x}{y}}$; з) $(a+b)\sqrt{\frac{1}{a+b}}$.

365. Маълум, ки қимати тағйирёбандаҳо мусбатанд. Зарбкунандаи мусбатро ба тахти аломати реша дароред:

а) $-3m\sqrt{a}$; б) $-a\sqrt{3}$; в) $-a\sqrt{c}$; г) $-2xy\sqrt{\frac{x}{2y}}$.

366. Қимати ифодаҳо ро муқоиса намоед:

а) $2\sqrt{3}$ ва $3\sqrt{2}$; б) $2\sqrt{45}$ ва $4\sqrt{20}$; в) $4\sqrt{5}$ ва $3\sqrt{7}$;

г) $5\sqrt{7}$ ва $7\sqrt{5}$; д) $12\sqrt{20}$ ва $13\sqrt{15}$; е) $5\sqrt{3}$ ва $6\sqrt{2}$.

367. Ададҳо ро бо тартиби афзуншавиашон ҷойгир намоед

а) $2\sqrt{6}$, $\sqrt{21}$, $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$; б) $6\sqrt{2}$, $\sqrt{62}$, $3\sqrt{7}$, $2\sqrt{13}$.

Машқҳо барои такрор

368. Суръати мошин 45 км/соат аст. Дар 45 дақиқа ва ба кадом масофаро тай мекунад?

369. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{6x+7}{7} - 3 = \frac{5x-3}{8}$; б) $\frac{x-4}{5} = 9 + \frac{2x-4}{9}$.

370. Таксимро иҷро намоед:

$$а) \frac{a^2 - 25}{a^2 - 3a} : \frac{a + 5}{a^2 - 9};$$

$$б) \frac{3n^2 - 3m^2}{n^2 + nr} : \frac{-6n + 6m}{n + r}.$$

371. Як тарафи росткунча аз тарафи дигараш 31 см хурд аст. Агар тарафи хурдро се маротиба зиёд ва тарафи калонро ду маротиба хурд кунем, он гоҳ росткунчаи периметраш ба 360 см баробар ҳосил мешавад. Тарафҳои росткунчаро ёбед.

23. АЗ ИРРАТСИОНАЛӢ ОЗОД КАРДАНИ СУРАТ Ё МАХРАЧИ КАСР

Т а ъ р и ф. Ифодаи дорон решаи квадратиро ифодаи ирратсионалӣ меноманд. Масалан, ифодаҳои $2\sqrt{3}$, $\sqrt{24}$, $a\sqrt{a}$,

$\sqrt{\frac{a}{x+y}}$ ва ғайра ифодаҳои ирратсионалианд.

Қайд кардан ба маврид аст, ки мафҳумҳои «адади ирратсионалӣ» ва «ифодаҳои ирратсионалӣ» чизҳои гуногунро ифода мекунанд. Фарқияти ин мафҳумҳоро дар мисолҳои зерин дидан мумкин аст:

1) $\sqrt{a+b}$ ифодаи ирратсионалӣ аст, вале қиматҳои он ҳам ирратсионалӣ (масалан, ҳангоми $a=1$, $b=2$ будан) ва ҳам ратсионалӣ (масалан, ҳангоми $a=5$, $b=11$ будан) шуда метавонанд.

2) $\sqrt{2}$ ҳам ифодаи ирратсионалӣ ва ҳам адади ирратсионалӣ аст.

3) $\sqrt{16}$ ифодаи ирратсионалӣ буда, адади ратсионалӣ аст.

Агар махрачи каср ифодаи ирратсионалӣ набошад (яъне ифодаро ирратсионалиии бутун меноманд), он гоҳ ҳисоб кардани қиматаш осонтар аст.

Ба ифодаи бутуни ирратсионалӣ табдил додани касри ирратсионалиро амали *аз ирратсионалӣ озод кардани махраҷ* меноманд. Тарзҳои чунин озодкуниро дида мебароем:

1. Махраҷи каср якъзогии иррационалӣ аст, яъне ифода намуди $\frac{a}{\sqrt{b}}$ -ро дорад. Сурат ва махраҷи касро бо \sqrt{b} зарб карда (мувофиқи хосияти асосии каср аз ин қимати каср тағйир намеёбад), ҳосил мекунем:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a\sqrt{b}}{b}.$$

Айнан ҳамин тавр,

$$\frac{a}{\sqrt{a}} = \frac{a\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^2} = \frac{a\sqrt{a}}{a} = \sqrt{a}; \quad \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{3\sqrt{5}}{10} = 0,3\sqrt{5}.$$

2. Махраҷи каср аз суммаи (фарқи) якъзогиҳои иррационалӣ иборат аст. Дар ин ҳолат сурат ва махраҷи касро бо ифодаи махсуси интиҳобшуда зарб мекунанд. Масалан, агар махраҷ аз дуъзогии намуди $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ё $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ иборат бошад, он гоҳ бо ифодаи ҳамроҳшуда $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ё $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ зарб мекунанд.

Мисоли 1. Махраҷи ифодаи иррационалии $\frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}$ -ро аз иррационалӣ озод мекунем.

Барои ин сурат ва махраҷи касро бо адади ҳамроҳшуда $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ зарб карда, аз формулаи зарби мухтасар $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ истифода мекунем:

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} &= \frac{5(\sqrt{7} - \sqrt{2})}{(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})} = \frac{5(\sqrt{7} - \sqrt{2})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{2})^2} = \\ &= \frac{5(\sqrt{7} - \sqrt{2})}{7 - 2} = \sqrt{7} - \sqrt{2}. \end{aligned}$$

М и с о л и 2. Махрачи касри $\frac{2}{2-\sqrt{3}}$ -ро аз ирратсионалӣ

озод мекунем:

$$\frac{2}{2-\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{4-3} = 2(2+\sqrt{3}).$$

Сурати ифодаи ирратсионалӣ айнан мисли махраҷ аз ирратсионалӣ озод карда мешавад. Масалан,

$$\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{5}{2\sqrt{5}};$$

$$\frac{1-\sqrt{6}}{2} = \frac{(1-\sqrt{6})(1+\sqrt{6})}{2(1+\sqrt{6})} = \frac{1^2 - (\sqrt{6})^2}{2(1+\sqrt{6})} = -\frac{5}{2(1+\sqrt{6})}.$$



1. Чӣ гуна ифодаро ирратсионалӣ меноманд? 2. Магар мафҳумҳои «қадади ирратсионалӣ» ва «ифодани ирратсионалӣ» як чизро муайян мекунанд? Ҷавобҳоро бо мисолҳо фаҳмонед. 3. Тарзҳои аз сурат ё махраҷи каср озод кардани ирратсионалиро номбар кунед.

372. Махраҷи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{2}{\sqrt{6}}$; г) $\frac{4}{\sqrt{5}}$;

г) $\frac{5}{3\sqrt{2}}$; д) $\frac{3}{\sqrt{7}}$; е) $\frac{2}{7\sqrt{8}}$;

ж) $\frac{8}{\sqrt{6}}$; з) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$; и) $\frac{5}{4\sqrt{15}}$.

373. Махраҷи касрро ба ифодаи бутун гардонед:

а) $\frac{m}{\sqrt{p}}$; б) $\frac{a}{b\sqrt{a}}$; в) $\frac{3}{5\sqrt{c}}$; г) $\frac{1}{\sqrt{xy}}$.

374. Махраҷро аз ирратсионалӣ озод намоед:

$$\text{a) } \frac{1}{2+\sqrt{3}}; \quad \text{б) } \frac{1}{3-\sqrt{7}}; \quad \text{в) } \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}};$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}; \quad \text{д) } \frac{5}{\sqrt{10}-\sqrt{5}}; \quad \text{е) } \frac{7}{1+2\sqrt{2}}.$$

375. Махрачи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

$$\text{a) } \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}; \quad \text{б) } \frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}; \quad \text{в) } \frac{x}{x+\sqrt{y}}; \quad \text{г) } \frac{b}{a-\sqrt{b}}.$$

376. Сурати касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

$$\text{a) } \frac{2\sqrt{2}}{5}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{3}}{7}; \quad \text{в) } \frac{2\sqrt{5}}{9};$$

$$\text{г) } \frac{3\sqrt{6}}{8}; \quad \text{д) } \frac{2\sqrt{a}}{3}; \quad \text{е) } \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{3}}.$$

377. Суратро аз ирратсионалӣ озод кунед:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{3}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{a}-1}{2};$$

$$\text{г) } \frac{2+\sqrt{b}}{3}; \quad \text{д) } \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{3}; \quad \text{е) } \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{4}.$$

Машқҳо барои такрор

378. Қимати $\sqrt{15}$ -ро бо сахҳии то 0,1 бо норасой ва барзиёди ёбед.

379. Муодиларо ҳал намоед:

$$\text{a) } x^2-11=0; \quad \text{б) } x^2+3=0; \quad \text{в) } (x+2)^2=1; \quad \text{г) } (x-3)^2=5.$$

380. Алӣ то Душанбе аспсавор 20 км-ро бо суръати 8 км соат тай намуда, баъд ба қатора, ки суръаташ 6 маротиба зиёд аст, савор шуда 160 км роҳ рафт. Алӣ чанд соат дар роҳ буд?

381. Кадоми ин баробариҳо айнӣ аст:

$$\text{a) } a-b=b-a; \quad \text{б) } (a-b)^2=(b-a)^2; \quad \text{в) } |a^2+8|=a^2+8;$$

$$\text{г) } (a-b)^3=(b-a)^3; \quad \text{д) } |a|=a; \quad \text{е) } |a^2-5|=a^2-5?$$

382. Аз таносуб x -ро ёбед:

$$0,03 : x = 2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9}.$$

24. ТАБДИЛДИҲИИ АЙНИЯТИИ ИФОДАҲОИ ИРРАТСИОНАЛИЙ

Мо якчанд табдилдиҳихон айниятии ифодаҳои ирратсионалиро (ифодаҳое, ки дорон решаҳои квадративанд) дида баромадем. Табдилдиҳии решаҳо аз ҳосили зарб, аз каср ва аз дараҷа, зарбу тақсими решаҳо, аз таҳти реша баровардани зарбкунанда, ба таҳти реша даровардани зарбкунанда, аз ирратсионалий озод кардани сурат ё махраҷи каср аз қабилӣ онҳоанд. Акнун мисолҳои дигари табдилдиҳии айниятии ифодаҳои ирратсионалиро дида мебароем.

Мисоли 1. Ифодаи $3\sqrt{45a} - \sqrt{125a} + \sqrt{80a}$ -ро содда мекунем.

Аз ифодаи $\sqrt{45a}$ адади 3, аз ифодаи $\sqrt{125a}$ адади 5 аз ифодаи $\sqrt{80a}$ адади 4-ро аз таҳти аломати реша бароварда, ҳосил менамоем:

$$3\sqrt{45a} - \sqrt{125a} + \sqrt{80a} = 9\sqrt{5a} - 5\sqrt{5a} + 4\sqrt{5a} = (9 - 5 + 4)\sqrt{5a} = 8\sqrt{5a}.$$

Мисоли 2. Ҳосили зарби

$$(3\sqrt{5} - 6\sqrt{2})(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$$

-ро табдил медиҳем.

Ҳар як аъзои суммаи якумро ба ҳар як аъзои суммаи дуюм зарб намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} (3\sqrt{5} - 6\sqrt{2})(\sqrt{5} + 2\sqrt{2}) &= 3(\sqrt{5})^2 - 6\sqrt{2}\sqrt{5} + 6\sqrt{5}\sqrt{2} - 12(\sqrt{2})^2 = \\ &= 3 \cdot 5 - 6\sqrt{10} + 6\sqrt{10} - 12 \cdot 2 = 15 - 24 = -9. \end{aligned}$$

Мисоли 3. Касри $\frac{x^2 - 5}{x - \sqrt{5}}$ -ро ихтисор мекунем.

Азбаски $5 = (\sqrt{5})^2$ аст, пас сурати касри мазкурро дар намуди фарқи квадратҳои ду ифода навиштан мумкин аст:

$$\frac{x^2 - 5}{x - \sqrt{5}} = \frac{x^2 - (\sqrt{5})^2}{x - \sqrt{5}} = \frac{(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})}{x - \sqrt{5}} = x + \sqrt{5}.$$

383. Ифодаро содда кунед:

а) $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}$; б) $\sqrt{\frac{8}{9} - \frac{1}{3}}$; в) $\frac{2}{x} \sqrt{x^3 y}$; г) $xy \sqrt{\frac{1}{xy}}$.

384. Қамъ ва тархро иҷро кунед:

а) $3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a}$; б) $\sqrt{9a} - \sqrt{25a} + \sqrt{36a}$;
 в) $\sqrt{36n} - \sqrt{64n} + \sqrt{81n}$; г) $\sqrt{16a} - \sqrt{49a} + \sqrt{4a}$;
 д) $\sqrt{5a} - 2\sqrt{20a} - 3\sqrt{80a}$; е) $-\sqrt{252a} - \sqrt{7a} + \sqrt{343a}$.

385. Ифодаро содда намоед:

а) $3\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - \sqrt{50}$; б) $\sqrt{12} - 2\sqrt{27} - 3\sqrt{75}$;
 в) $5\sqrt{8} - \frac{1}{2}\sqrt{2} - 2\sqrt{18}$; г) $2\sqrt{8} + 0,5\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{18}$;
 д) $\sqrt{200} - \frac{1}{2}\sqrt{32} + 2\sqrt{72}$; е) $\frac{1}{2}\sqrt{128} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{32}$.

386. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $(\sqrt{12} + \sqrt{15}) \cdot \sqrt{3}$; б) $\sqrt{5} \cdot (2\sqrt{5} + \sqrt{8})$;
 в) $(4\sqrt{3} - 2\sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3}$; г) $1 - 0,1\sqrt{5} \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{20})$;
 д) $(\sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{1}{7}\sqrt{7} + \sqrt{20}$; е) $(\sqrt{12} + 2\sqrt{18})\sqrt{2} - \sqrt{96}$.

387. Зарбро иҷро намоед:

а) $(1 + 3\sqrt{2})(1 - 2\sqrt{2})$; б) $(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$;

$$в) (2\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}); \quad г) (\sqrt{5} - \sqrt{8})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2});$$

$$д) (5 - 2\sqrt{3})(6 + 5\sqrt{3}); \quad е) (3\sqrt{2} + 5\sqrt{3})(8\sqrt{3} - 3\sqrt{2}).$$

388. Формулахон зарби мухтасарро истифода карда, малхоро ичро кунед:

$$а) (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}); \quad б) (\sqrt{x} + y)(\sqrt{x} - y);$$

$$в) (\sqrt{8} - \sqrt{6})(\sqrt{8} + \sqrt{6}); \quad г) (1 + 2\sqrt{3})^2;$$

$$д) (\sqrt{2} - 1)^2; \quad е) (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2.$$

389. Амалхоро ичро кунед:

$$а) \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2; \quad б) (\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28};$$

$$в) (\sqrt{3} + 1)^2 - 2\sqrt{12}; \quad г) \sqrt{108} + (2\sqrt{3} - 1)^2;$$

$$д) (\sqrt{2} - 2)^2 - \sqrt{8}; \quad е) 20 - (\sqrt{8} + \sqrt{2})^2.$$

390. Ифодаро содда кунед:

$$а) (2 - \sqrt{3})^2 (\sqrt{3} + 2)^2; \quad б) (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2;$$

$$в) (\sqrt{5} + \sqrt{17})^2 - (\sqrt{13} + \sqrt{11})(\sqrt{11} - \sqrt{13});$$

$$г) (\sqrt{11} - \sqrt{7})(\sqrt{7} + \sqrt{11}) - (\sqrt{13} + \sqrt{3})^2.$$

391. Амалхоро ичро кунед:

$$а) (\sqrt{a} + \sqrt{2})^2; \quad б) (\sqrt{5} - \sqrt{x})^2;$$

$$в) (\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 32; \quad г) \sqrt{50} + (5 - \sqrt{2})^2.$$

392. Формулаи фарқи квадратхоро истифода карда, ба зарбкунандаҳо чудо кунед:

$$а) x^2 - 6; \quad б) 7 - a^2; \quad в) 4x^2 - 3; \quad г) 10 - 25a;$$

$$д) x - 2, \text{ дар ин чо } x \geq 0; \quad е) a - b, \text{ дар ин чо } a > 0 \text{ ва } b > 0 \text{ аст.}$$

393. Ифодаро ба зарбкунандаҳо чудо намоед:

- а) $2 + \sqrt{2}$; б) $3 - 2\sqrt{3}$; в) $\sqrt{x} + x$; г) $\sqrt{a} - \sqrt{2a}$;
д) $\sqrt{22} - \sqrt{11}$; е) $a - 3\sqrt{a}$; ж) $\sqrt{55} - \sqrt{22}$; з) $\sqrt{2m} + \sqrt{7m}$.

394. Касро ихтисор намоед:

- а) $\frac{a^2 - 6}{a - \sqrt{6}}$; б) $\frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2}$; в) $\frac{a + \sqrt{2}}{2 - a^2}$;
г) $\frac{1 - \sqrt{x}}{x - 1}$; д) $\frac{a - v}{\sqrt{v} - \sqrt{a}}$; е) $\frac{3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{9x - 4y}$;
ж) $\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}$; з) $\frac{\sqrt{8} - 8}{\sqrt{8} - 1}$; и) $\frac{2 + \sqrt{a}}{2\sqrt{a} + a}$.

395. Касро ихтисор кунед:

- а) $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}}$; б) $\frac{\sqrt{2} - a}{2 - a^2}$; в) $\frac{\sqrt{x} - 3}{9 - x}$;
г) $\frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$; д) $\frac{\sqrt{56} + \sqrt{14}}{\sqrt{14}}$; е) $\frac{4\sqrt{5} - 5}{3\sqrt{5}}$;
ж) $\frac{\sqrt{2a} - \sqrt{2v}}{3\sqrt{a} - 3\sqrt{v}}$; з) $\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$; и) $\frac{a\sqrt{a} + a}{a + \sqrt{a}}$.

Машқҳо барои такрор

396. Ифодаи $\frac{4 - x^2}{3x} \cdot \frac{9x}{x^2 + 2x + 4}$ -ро содда карда

қиматашро ҳангоми $x = -1,5$ будан ҳисоб кунед.

397. Барои 5 м атлас ва 4 м шоҳӣ 50 сомонӣ доданд. Баъди 25% арзон шудани атлас ва 15% арзон шудани шоҳӣ барои 6 м

атлас ва 5 м шоҳӣ 48 сомонию 25 дирам доданд. Як метри атлас ва як метри шоҳӣ то арзоншавӣ чанд сомонӣ меистод?

398. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{25^3 \cdot 14^2}{49 \cdot 10^6}$;

б) $\frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3}$.

399. Масъалаҳои зерини Муҳаммад ал-Хоразмиро (787-850) ҳал кунед:

а) Фарқи ду адад ба ду баробар аст. Нисбати дуомаш бар якумаш бошад -ба адади ба 2 баръакс. Ин ададхоро ёбед.

б) Ду ададро ёбед, агар маълум бошад, ки суммаи онҳо 10 ва нисбаташон 4 аст.

400. Қавсҳоро кушоед:

а) $-(-x)-(-y)$;

б) $x-(-(-y))$.

Маълумоти таърихӣ

а) Доир ба ададҳои ҳақиқӣ. Адад, ки яке аз мафҳумҳои асосии математика аст, дар замонҳои хеле қадим пайдо шудааст. Зарурияти ҷен ва тақсим кардани бузургиҳо боиси пайдоиши мафҳуми ададҳои касрӣ мусбат гардид, ки он ҳамчун ҳолати хусусӣ ададҳои натуралӣро низ дарбар мегирифт. Баъд аз амалияи ҳалли муодилаҳо ва талаботҳои назариявӣ мафҳуми ададҳои манфӣ ба миён омад. Ададҳои мусбату манфӣ имконият медоданд, ки бузургиҳои самтдор (ҳарорат, вақт) ҷен карда шаванд.

Дар натиҷаи ҷунин таҳаввулот маҷмӯи ададҳои ратсионалӣ пайдо шуд, ки он аз ададҳои мусбат, касрӣ ва нул иборат аст. Дархостҳои нави амалия ва илм талаб мекарданд, ки мафҳуми адад васеъ карда шавад. Ҳанӯз дар асри V-и пеш аз милод дар Юнони қадим дар мактаби илмии Пифагор (580-500 пеш аз милод) шогирдаш Гиппас Метапонский нишон дод, ки ададҳои ратсионалӣ барои ҷен кардани дарозии ҳар гуна порча кифоя нестанд. Дигар ҳел гуём, бузургии вучуд дорад, ки он бо адади ратсионалӣ ифода намешавад. Масалан, диагонали квадрати воҳидӣ (ниг. ба п. 12), тарафи квадрате, ки масоҳаташ ба 2 баробар аст, нисбати дарозии давра ба диаметр ва ҳоказо. Ин гуна ададҳо номи ирратсионалӣ, яъне гайриратсионалӣро

гирифтанд. Дертар Тазет (асри IV пеш аз милод) аз Афина нишон дода, ки \sqrt{n} барои ҳар гуна адади бутуни n , ки квадрати пурра нест, адади ирратсионалӣ мебошад.

Математикҳои Ҳиндустон, Шарқи Миёна ва Наздик, дертар Аврупо низ бузургҳои ирратсионалиро ҳамчун объектҳои баробарҳуқуқи алгебра дар ҳисоббарориҳо истифода мебарданд. Бар замми ин бисёри онҳо дар ин ҷода ба натиҷаҳои назариявии назаррас ҳам ноил шудаанд. Бузургтарин олими дунё дар соҳаи имлҳои дақиқи нимаи дуюми асри XI Умари Хаём (1048-1131) дар асари худ «Рисола фӣ шарҳ мо ашкола мин мусодарот китоб-ил-Уклидус», ки соли 1077 дар ш.Исфаҳон ҷог шуда, ба шарҳи мушкilotҳои комилтарин асари математики Юнони қадим «Ибтидо»-и Уклидус (365-300 пеш аз милод) бахшида шудааст, мафҳуми васеътари адад, ки адади ирратсионалиро низ фаро мегирад, пешниҳод кардааст. Дар ин асар аввалин бор доир ба бефосилагии (муттасилии) маҷмӯи ададҳои ҳақиқии мусбат ақидаҳо оварда шудаанд. Минбаъд ин ақидаҳо аз тарафи бузургтарин математики асри XIII Насируддини Тусӣ (1201-1274), математики италянӣ Рафаэл Бомбелли (асри XVI) ва ҳоландӣ Симон Стевин (1548-1620) инкишоф дода шудаанд.

Қасрҳои даҳиро дар илм Ғиёсиддини Қошонӣ (соли реҳлаташ 1436), ки ҳамроҳи Улуғбек дар расадхонаи Самарқанд кор мекард, дар китоби худ «Қалиди арифметика» соли 1427 дохил кардааст. Вай ин қасрҳоро барои аниқтар ҳисоб кардани қимати решаҳо истифода мекард. Қасрҳои даҳӣ дар Аврупо соли 1585 аз тарафи С.Стевин аз нав кашф карда шудаанд. Ӯ нишон дод, ки ҳар як адади ҳақиқиро то саҳеҳии дилхоҳ бо қасри даҳӣ наздик кардан мумкин аст. Пайдоиши асари «Геометрия»-и Рене Декарт (1596-1650), ки бунёдгари методи координата аст, боиси пурра эътироф кардани ададҳои ирратсионалӣ гардид. Декарт ҳар як адади ратсионалӣ ё ирратсионалиро дар хати рости координатавӣ бо нукта тасвир мекард ва баръакс, ҳар як нуктаи хати рости координатавиро ҳамчун ягон адади ратсионалӣ ё ирратсионалӣ, яъне адади ҳақиқӣ ҳисоб мекард.

Бо ҳамин ададҳои ҳақиқӣ тамоми хати рости координатавиро пур карданд ва бефосилагии ё муттасилии

маҷмӯи ададҳои ҳақиқӣ амалан дарк карда шуд. Ин аст, ки дар бисёр нишондодҳои таълимии муосир таърифи адади иррационалӣ ба гоҷҳои Кошонӣ, Стевин ва Декарт доир ба мавҷудияти имконияти адади матлубро бо саҳеҳии дилхоҳ ба адади рационалӣ наздик кардан асос карда мешавад.

Адади дилхоҳи ҳақиқиро дар намуди касри даҳии беохир (даврӣ ё ғайридаврӣ) ифода кардан мумкин аст. Дар асри XVIII Л.Эйлер (1707-1783) ва И.Ламберт (1728-1777) нишон доданд, ки ҳар гуна касри даҳии даврии беохир адади рационалӣ аст. Аз ин ҷо бармеояд, ки касри даҳии ғайридаврии беохир, адади иррационалӣ мебошад. Математики немис Карл Вейерштрасс (1815-1897) назарияи ададҳои ҳақиқиро ҳамчун касрҳои даҳии беохир пешниҳод намуд. Аммо арифметикақунонии таҳлили математикӣ (бе истифодаи усулҳои геометрия), ки дар асри XIX ҷорӣ шуда буд, масъалаи ҷиддан асоснок кардани бефосилагии ададҳои ҳақиқиро ба миён овард. Ҳалли пурраи ин масъала дар асари математики немис Рихард Дедекин (1831-1916) «Бефосилагӣ ва ададҳои иррационалӣ», ки аз 21 саҳифа иборат буда, соли 1872 нашр шудааст, оварда мешавад. Бо дохил кардани аксиомаи бефосилагӣ, ки овардани он дар ин ҷо имкон нест, Дедекин тавонист, ки назарияи пурраи ададҳои ҳақиқиро пешниҳод кунад.

б) Доир ба решаҳои квадратӣ. Талабот ба дараҷабардорӣ ва аз реша баровардани адад мисли ҷор амали дигари арифметикӣ аз амалияи одамон ба миён омада буд. Дар қатори масъалаи ҳисоб кардани масоҳати квадрати тарафаш маълум, масъалаи баръакс, ёфтани тарафи квадрати масоҳаташ муайян аз қадимулайём ҳусни тавачҷӯхро ба худ ҷалб карда буд.

Ҳанӯз 4000 сол пеш вавилонӣҳо дар қатори ҷадвалҳои ҳосили зарб, бузургҳои баръакс, квадрати ададҳои бутун инчунин ҷадвали решаҳо аз ададҳои тартиб дода буданд. Тарзи тартиб додани ин ҷадвал чунин буд: Фарз мекунем, ки \sqrt{n} -ро, ки n адади натуралӣ буда, квадрати пурра нест, ҳисоб кардан зарур аст. Адади n -ро дар намуди $n = m^2 + p$, ки p нисбат ба m^2 хеле хурд аст, тасвир мекунем. Он гоҳ \sqrt{n} бо формулаи тақрибии

$$\sqrt{n} = \sqrt{m^2 + p} = m + \frac{p}{2m}$$

ҳисоб карда мешавад. Масалан,

$$\sqrt{1700} = \sqrt{40^2 + 100} = 40 + \frac{100}{2 \cdot 40} = 41 \frac{1}{4}.$$

Юнониҳо барои азрешабарорӣ методи вавилониҳоро истифода мекарданд. Масалан, Герон (асри I) аз Александрия ин методро истифода карда менависад:

$$\sqrt{160} = \sqrt{144 + 16} = 12 + \frac{16}{24} = 12 \frac{2}{3}.$$

Муҳаммад-ал-Хоразмӣ (787-850), ки системаи мавқеии ҳисобро барои чор амалҳои асосии арифметикӣ пешниҳод кардааст ва ҳоло ҳам мо аз ин система истифода мекорем, дар асари худ «Доир ба ҳисоби ҳиндӣ» дар қатори амалҳои дигар амали азрешабарориро низ тадқиқ кардааст. Вай ин амалро дар натиҷаи дучанд ва нисф кардани адади тахтирешагӣ ба геометрия соддатарин бо решаҳо дар ин асар низ вомехӯранд. Масалан,

$$\sqrt{10} \sqrt{5} = \sqrt{50} \quad \text{ва} \quad \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{6}}.$$

Умарӣ Хаём барои аз реша баровардан формулаи зарби мухтасар $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ -ро истифода мебард. Дертар Насируддини Тусӣ ин тарзи ҳисоби қимати решаи квадратиро умумӣ карда, онро барои ҳисоби қимати решаи дараҷааш дилхоҳ мувофиқ гардонид.

Аз асри XIII сар карда математикҳои Аврупо решаи квадратиро бо калимаи латинии *Radix* (реша) ё мухтасар бо ҳарфи *R* ишорат менамуданд (истилоҳи «радикал» аз ҳамин ҷо бармеояд, ки маънояш аломати реша аст). Дар асри XV математикҳои немис нуқтаро истифода мекарданд. Онҳо нуқтаро дар пешии ададе мегузоштанд, ки онро аз реша баровардан лозим буд. Баъдтар дар пешии адад ба ҷои нуқта аломати $\sqrt{\quad}$ ва дар болои ададе, ки бояд онро аз реша мебароварданд, хатча мекашиданд. Масалан $\sqrt{12}$ ин тавр навишта мешуд: $\sqrt{\quad} 12$.

Танҳо соли 1637 Рене Декарт дар «Геометрия»-и худ аломати решаюро бо хати амудӣ пайваст карда, аломати ҳозиразамони реша $\sqrt{\quad}$ -ро истифода намудааст. Вале тарзи навишти адади тахтирешагӣ дар китоби Декарт аз тарзи навишти ҳозира фарқ мекунад. Вай дараҷаи решаюро дар тахти реша менавишт. Бори аввал тарзи навишти ҳозиразамони аломати реша ва адади тахтирешагӣ дар китоби математики франсавӣ М. Ролл (1652-1719) «Роҳнамои алгебра», ки соли 1690 нашр шуда буд вохӯрад. Танҳо дар ибтидои асри XVIII аломати дар ҳозира маъмули решаюро қатъиян ҳамагон истифода мекардагӣ шуданд.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ II

Ба параграфи 4.

401. Маълум, ки a ва b ададҳои натуралианд. Оё адади:

а) $a+b$; б) $a-b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

ади натуралӣ аст?

402. Маълум, ки a ва b ададҳои бутунанд. Оё адади:

а) $a+b$; б) $a-b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

ади бутун аст?

403. Маълум, ки a ва b ададҳои ратсионалианд. Оё адади:

а) $a+b$; б) $a-b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

ади ратсионалӣ аст?

404. Исроҳот кунед, ки агар x ва y ададҳои ҷуфт бошанд, он гоҳ:

а) $x+y$; б) $x-y$; в) xy

з адади ҷуфт аст.

405. Исроҳот кунед, ки:

а) суммаи ду адади тоқ адади ҷуфт аст;

б) фарқи ду адади тоқ адади ҷуфт аст;

в) ҳосили зарби ду адади тоқ адади тоқ аст.

406. а) Се адади мусбати аз 0,01 хурдро нависед;

б) Се адади манфии аз $-\frac{1}{9}$ калонро нависед.

407. Адади:

а) $\frac{23}{64}$; б) $-\frac{5}{7}$; в) $\frac{11}{14}$; г) $\frac{2}{27}$;

д) $\frac{2}{35}$; е) $-\frac{7}{22}$; ж) $\frac{23}{60}$; з) $\frac{2}{9}$.

-ро дар намуди касри даҳии даврии беохир ифода кунед.

408*. Ададро ба касри ратсионалӣ баргардонед:

а) 1,(12); б) 0,0(21); в) 2,(1); г) -3,1(3);

д) 4,2(23); е) -0,(15); ж) 2,(011); з) 0,41(34).

409*. Ду адади ратсионалӣ ва ду адади ирратсионалиро номбар кунед, ки онҳо дар байни ададҳои 1 ва 1,1 ҷойгиранд.

410*. Маълум, ки a адади ратсионалӣ ва b адади ирратсионалӣ аст. Оё адади а) $a+b$; б) $a-b$ адади ратсионалӣ шуда метавонад?

Ба параграфи 5.

411. Қимати ифодаро ёбед:

а) $0,2\sqrt{256}$; б) $-3\sqrt{49}$; в) $\sqrt{\frac{4}{25}} - 1$;

г) $\frac{2}{\sqrt{625}} - \frac{1}{\sqrt{25}}$; д) $2\sqrt{0,0121} + \sqrt{100}$; е) $\frac{\sqrt{0,81}}{2\sqrt{0,04}}$;

ж) $\sqrt{3600} - \sqrt{1225}$; з) $\sqrt{\frac{49}{81}} - \sqrt{\frac{1}{9}}$; и) $-0,04\sqrt{10000} + \sqrt{16}$

412. Исбот кунед, ки

а) $5 - \left(3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{0,25} \right) = 2,5$;

б) $11 : \left(0,15\sqrt{1600} - 0,29\sqrt{400} \right) = 55$;

$$в) (\sqrt{225} + 3\sqrt{121}) : \left(\frac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100} \right) = 6;$$

$$г) \left(-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{324}}{2} \cdot \frac{\sqrt{0,16}}{0,2} \right) : \sqrt{25} = 3.$$

413. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\sqrt{10 + 3a}$, хангоми $a = -3; 2; -2$ будан;

б) $\sqrt{-3x - 5}$, хангоми $x = -3; -2; -7$ будан;

в) $3\sqrt{10 - 2y}$, хангоми $y = -3; 3; 5$ будан;

г) $5\sqrt{6x - 2}$, хангоми $x = 1; 3; 11$ будан;

414. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2\sqrt{x} = 3$; б) $\frac{1}{2\sqrt{2x}} = 1$; в) $\sqrt{x - 3} = 4$;

г) $\frac{1}{3\sqrt{x}} = 2$; д) $1 + \sqrt{3x} = 10$; е) $4\sqrt{x} - 1 = 15$.

415. Решаи муодиларо ёбед:

а) $2x^2 = 8$; б) $3x^2 + 1 = 10$; в) $7x^2 + 4 = 0$;

г) $0,5x^2 + 3 = 7$; д) $\frac{x^2}{5} - 1 = 1,2$; е) $4x^2 + 1 = 5$.

416. Мисоли муодилаи $x^2 = a$ оред, ки он а) ду решаи рационалӣ дорад; б) ду решаи иррационалӣ дорад; в) реша надорад.

417. Барои ифода қимати имконпазири тағйирёбандан x -ро нишон диҳед:

а) $\sqrt{x^3}$; б) $\sqrt{x^6}$; в) $\sqrt{x^2 + 2}$; г) $\sqrt{-x^3}$.

418. Соҳаи муайянии ифодаро ёбед:

а) $\frac{2}{\sqrt{x}}$; б) $\frac{1}{\sqrt{x+2}}$; в) $\frac{3}{\sqrt{x-1}}$; г) $\frac{1}{\sqrt{-x^2}}$.

419. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{0,25} + (2\sqrt{0,1})^2$; б) $(0,1\sqrt{10})^2 + 0,5\sqrt{49}$;

в) $(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2$; г) $(2\sqrt{3})^2 + (-3\sqrt{2})^2$;

д) $\sqrt{169} - 0,5(\sqrt{11})^2$; е) $(-3\sqrt{5})^2 - 3(\sqrt{5})^2$.

420. Дар байни решаҳои квадратӣ аломати нобаробарии мувофиқро гузоред:

а) $\sqrt{100}$ ва $\sqrt{102}$; б) $\sqrt{14,4}$ ва $\sqrt{16,2}$; в) $\sqrt{0,04}$ ва $\sqrt{0,09}$;

г) $-\sqrt{3}$ ва $-\sqrt{5}$; д) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ ва $\sqrt{\frac{9}{16}}$; е) $\sqrt{1\frac{1}{3}}$ ва $\sqrt{1\frac{4}{5}}$.

421. Ададхоро муқоиса кунед:

а) $\sqrt{2,1}$ ва $\sqrt{2,2}$; б) $\sqrt{2,16}$ ва $\sqrt{2\frac{1}{6}}$; в) $\sqrt{0,1}$ ва $\sqrt{0,01}$;

г) $\sqrt{\frac{1}{6}}$ ва $\sqrt{0,16}$; д) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ва $\sqrt{0,(3)}$; е) $\sqrt{7}$ ва 2,6;

ж) 2,2 ва $\sqrt{4,8}$; з) $\sqrt{1,22}$ ва 1,1; и) 1,3 ва $\sqrt{1,7}$.

422. Барои кадом қиматҳои x баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{(1-x)^2} = x-1$; б) $\sqrt{(x+2)^2} = x+2$;

в) $\sqrt{(x-5)^2} = 5-x$; г) $\sqrt{(x+6)^2} = -x-6$?

423. Ададро бо барзиёди бо саҳеҳии то 0,1 бо касри даҳӣ иваз кунед:

а) $\sqrt{10}$; б) $-\sqrt{5}$; в) $\sqrt{4,5}$; г) $\sqrt{18}$.

424. Оё нуқтаи: А (36;6); В (4;-2); С (1,1); Д $(9;\frac{1}{3})$ ба

гарфики функсияи тааллуқ дорад?

Ба параграфи 6.

425. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{144 \cdot 0,49 \cdot 0,36}$;

б) $\sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{4}{81} \cdot \frac{36}{169}}$;

в) $\sqrt{0,92 \cdot 64 + 0,77 \cdot 64}$;

г) $\sqrt{1,44 \cdot 121 - 1,44 \cdot 40}$.

426. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$;

б) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}$;

в) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$;

г) $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}}$.

427. Ифодаро содда кунед:

а) $4\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{16,9}$;

б) $\frac{4\sqrt{5}}{0,2\sqrt{0,2}}$;

в) $0,4\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{45} \cdot 0,5\sqrt{2}$;

г) $\frac{\sqrt{0,48}}{2\sqrt{12}}$.

428. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{\frac{64 \cdot 49}{196 \cdot 324}}$;

б) $\sqrt{5\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{2\frac{14}{25}}$;

в) $\sqrt{\frac{9}{16} \cdot 5^2}$;

г) $\frac{\sqrt{128}}{2\sqrt{2}}$;

д) $\sqrt{50 - (-7)^2}$;

е) $\sqrt{(-4)^2}$.

429*. Маълум, ки $a < 0$ ва $b < 0$ аст. Ифодаи:

а) \sqrt{ab} -ро дар намуди ҳосили зарби решаҳо нависед;

б) $\sqrt{\frac{a}{b}}$ -ро дар намуди ҳосили тақсими решаҳо нависед.

430. Қимати ифодаро ёбед (агар он маъно дошта бошад):

а) $\sqrt{(-11)^2}$; б) $\sqrt{-9^2}$; в) $-\sqrt{8^2}$; г) $-\sqrt{(-13)^2}$.

431. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{(-2)^4}$; б) $-3\sqrt{10^4}$; в) $-2\sqrt{15^2}$;
г) $0,1\sqrt{2^8}$; д) $0,2\sqrt{(-0,1)^4}$; е) $-\sqrt{(-2)^{12}}$.

432. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\sqrt{25^5}$; б) $\sqrt{16^3}$; в) $\sqrt{8 \cdot 162}$;
г) $\sqrt{5 \cdot 320}$; д) $\sqrt{96 \cdot 486}$; е) $\sqrt{750 \cdot 270}$.

433*. Баробарни

а) $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$; б) $\sqrt{x^2} = x$; в) $\sqrt{x^6} = x^3$;
г) $\sqrt{x^{10}} = -x^5$; д) $\sqrt{\theta^8} = \theta^4$; е) $\sqrt{a^{14}} = -a^7$

барои кадом қимати тағйирёбанда дуруст аст?

434*. Графики функцияи бо формулаи:

а) $y = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$; б) $y = -\frac{\sqrt{x^2}}{x}$

додашударо созед.

435. Ифодаро табдил диҳед:

а) $\sqrt{a^4 \theta^4}$; б) $\sqrt{\theta^6 a^8}$, дар ин ҷо $\theta \geq 0$; в) $\sqrt{9x^2 y^4}$, $x < 0$;
г) $\sqrt{\frac{a^4}{\theta^8}}$; д) $\sqrt{\frac{9x^2}{y^6}}$, дар ин ҷо $x < 0$; $y < 0$; е) $\sqrt{\frac{25a^4}{\theta^{10}}}$, $\theta < 0$

436. Ифодаро содда кунед:

а) $\sqrt{(-a)^2}$; б) $\sqrt{(-a)^2 (-\theta)^4}$.

Ба параграфи 7.

437. Зарбкунандаро аз тахти аломати реша бароред:

а) $0,4\sqrt{45a^2}$; б) $3,4\sqrt{200x^4}$; в) $0,2\sqrt{175x^3}$;
г) $0,8\sqrt{225a}$; д) $a\sqrt{20a^2\theta}$; е) $-m\sqrt{96m^4}$.

438*. Зарбқунандаро аз тахти аломати реша бароред:

- а) $\sqrt{25a^2e}$, $a < 0$; б) $\sqrt{16a^2e^3}$, $a > 0$; в) $\sqrt{81a^3e^3}$, $a < 0$, $e > 0$;
г) $\sqrt{64a^4x^3}$; д) $\sqrt{-3c^3}$; е) $\sqrt{-5a^7}$.

439*. Зарбқунандаро ба тахти аломати реша дароред:

- а) $a\sqrt{2}$, $a \geq 0$; б) $a\sqrt{5}$, $a < 0$; в) $x\sqrt{\frac{1}{x}}$; е) $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$.

440*. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда баробарӣ дуруст аст:

- а) $x\sqrt{2} = \sqrt{2x^2}$; б) $a\sqrt{3} = -\sqrt{3a^2}$;
в) $\sqrt{6c^2} = -c\sqrt{6}$; г) $\sqrt{7a^2} = -a\sqrt{7}$?

441. Ададҳоро муқоиса намоед:

- а) $2\sqrt{20}$ ва $4\sqrt{20}$; б) $4\sqrt{18}$ ва $2\sqrt{18}$;
в) $5\sqrt{2}$ ва $4\sqrt{3}$; г) $\frac{1}{4}\sqrt{112}$ ва $\frac{1}{2}\sqrt{32}$.

442. Ададҳоро бо тартиби афзуншавиашон ҷойгир кунед:

- а) $5\sqrt{3,5}$, $\sqrt{17}$ ва $\frac{1}{2}\sqrt{62}$; б) $\sqrt{89}$, $12\sqrt{0,5}$ ва $\frac{3}{4}\sqrt{160}$.

443. Махраҷи касрро аз иррационалӣ озод кунед:

- а) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; б) $\frac{6}{\sqrt{12}}$; в) $\frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$; г) $\frac{8}{\sqrt{10} - \sqrt{12}}$; д) $\frac{3 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}$; е) $\frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}$.

444. Махраҷро аз иррационалӣ озод намоед:

- а) $\frac{1 + \sqrt{a}}{\sqrt{a}}$; б) $\frac{x - \sqrt{ax}}{a\sqrt{x}}$; в) $\frac{a + a\sqrt{x}}{a\sqrt{x}}$; г) $\frac{a - 2\sqrt{a}}{4\sqrt{a}}$.

445. Махраҷи касрро аз иррационалӣ озод кунед:

- а) $\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$; б) $\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}$; в) $\frac{1 + \sqrt{3}}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}}$; г) $\frac{9 - 5\sqrt{3}}{7 - 3\sqrt{3}}$.

446. Махраҷро аз иррационалӣ озод намоед:

- а) $\frac{x - \sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$; б) $\frac{4 + \sqrt{a} + a}{2 + \sqrt{a}}$.

447*. Махрачи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$;

б) $\frac{1}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$;

в) $\frac{1}{2+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$;

г) $\frac{5}{2-\sqrt{5}+\sqrt{2}}$.

448. Сурати касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{\sqrt{10}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{14}$; в) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$; г) $\frac{4-\sqrt{a}}{16-4\sqrt{a}+a}$.

449. Зарбро иҷро кунед:

а) $\left(5\sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{3}$;

б) $\sqrt{5}\cdot\left(7\sqrt{5}+\frac{8}{\sqrt{5}}\right)$;

в) $(\sqrt{18}-\sqrt{50}+\sqrt{72})\cdot\sqrt{2}$;

г) $\sqrt{5}\cdot(\sqrt{0,2}-\sqrt{0,8}+\sqrt{3,2})$

д) $\sqrt{x}(\sqrt{a}+\sqrt{b})$;

е) $(\sqrt{x}-\sqrt{y})\cdot\sqrt{x}$;

ж) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-2\sqrt{y})$;

з) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})$.

450. Тақсимро иҷро кунед:

а) $(\sqrt{10}+\sqrt{40}-\sqrt{90})\div\sqrt{10}$;

б) $\left(3\sqrt{10}-\frac{12}{\sqrt{10}}\right)\div\left(2\sqrt{10}-\frac{19}{\sqrt{10}}\right)$;

в) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\div\left(\sqrt{6}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$;

г) $\left(\sqrt{\frac{5}{8}}-\sqrt{\frac{3}{8}}\right)\div\left(\sqrt{15}+\frac{1}{\sqrt{15}}\right)$.

451. Қимати ифодаро ёбед:

а) x^2-8 ҳангоми $x=1+\sqrt{7}$; б) x^2-4x+3 ҳангоми $x=2+\sqrt{3}$

будан.

452. Исбот кунед, ки қимати ифодаҳои

$$\sqrt{5+\sqrt{24}}\cdot\sqrt{5-\sqrt{24}} \quad \text{ва} \quad \sqrt{8+3\sqrt{7}}\cdot\sqrt{8-3\sqrt{7}}$$

ба як баробар аст.

453. Иёбот кунед, ки қимати ифода, адади ратсионалӣ аст:

а) $\frac{1}{7+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7-3\sqrt{5}}$; б) $\frac{1}{4\sqrt{3}-3} - \frac{1}{4\sqrt{3}+3}$.

454. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{3}{1+\sqrt{2}} + \frac{3}{1-\sqrt{2}}$; б) $\frac{1}{10-2\sqrt{8}} - \frac{1}{10+2\sqrt{8}}$;

в) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$; г) $\frac{10+\sqrt{19}}{10-\sqrt{19}} - \frac{10-\sqrt{19}}{10+\sqrt{19}}$.

455. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$; б) $\frac{y+\sqrt{7}}{y^2-7}$; в) $\frac{a^2-11}{a-\sqrt{11}}$; г) $\frac{10-x^2}{x-\sqrt{10}}$.

456*. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{\sqrt{40}-\sqrt{20}}{\sqrt{20}-\sqrt{10}}$; б) $\frac{\sqrt{15}-5}{\sqrt{6}-\sqrt{10}}$; в) $\frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}}$; г) $\frac{9-2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{2}}$.

457*. Касри $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$ барои кадом қимати x дорой қимати

калонтарин аст?

458*. Ифодаро содда намоед:

а) $\left(\frac{1}{x+\sqrt{y}} + \frac{1}{x-\sqrt{y}} \right) : 4x$;

б) $\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b} - \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{a+2\sqrt{a}\sqrt{b}+b}{4\sqrt{b}}$;

в) $\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{a}\sqrt{b}}{a-b} \right) \cdot \frac{a-2\sqrt{ab}+b}{a+b}$;

г) $\frac{x-y}{x+\sqrt{xy}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{2}$.

ҶАВОБҲО

- 214.** а) 0,(3); б)0,1(6); в)-1,5(3); г)2,2(16); д)2,(63); е)-1,(6).
215. а) 0,3(6); б)0,(142857). **216.** а) Дуюмаш калон; б) дуюмаш калон; в) дуюмаш калон; г) якумаш калон. **217.** а) Якумаш калон; б) дуюмаш калон; в) якумаш калон; г) дуюмаш калон. **218.**
 а) Масалан, 4,01; 4,012; 4,019. **219.** а) $2\frac{7}{33}$; б) $3\frac{2}{5}$; в) $2\frac{1}{900}$;
 г) $\frac{151}{1125}$. **220.** а) $\frac{x}{a}$; б)-1. **221.** б ва 510. **222.** а)(3;1); б)(4;3). **224.**
 43,4 сомонӣ. **229.** а)Якумаш; б)дуюмаш; в)дуюмаш; г)якумаш.
233. 31,4 м. **234.** 63,585 м. **235.** $-\frac{1}{x+y}$. **236.** а)-2 ва 2; б)-1,5 ва
 1,5; в) ҳал надорад; г)0. **237.** 60. **238.** а) $1\frac{1}{9}$; б) $-2\frac{1}{99}$; в) $1\frac{37}{330}$;
 г) $2\frac{121}{900}$. **240.** а)4м; г) $\frac{5}{9}$ мм. **241.** д) $\pm x^2$; з) $\pm a$; и) $\pm \frac{1}{k^3}$; л) $\pm 0,9$.
242. а)He; б)ҳа; в)ҳа; г)не; д)не; е)ҳа. **246.** 0,235. **247.** Ҳал надорад.
248. $k=-4$. **249.** 200 ва 260 т. **250.** 0,0(1); 0(63); -1,1(34); -2,25;
 6,(2); -7,32. **256.** а)0,3; б)0,5; в)0,9; г)0,8. **257.** в)7,2; г)0,7; е)-7.
258. а)5; б)5; в)28; г)-18; д)1,1; е)0. **259.** а)1;4;2. **260.** г)1,9; 1,2;
 1,7; 1,3. **261.** г)0,0625; е)2,25. **262.** а)Ҳа, 0,04; б)не; в)ҳа,4; г)не.
263. б)барои ҳеч гуна; г)-49; д)0,(1); е)барои ҳеч гуна. **264.** а)0;
 б)6,5; в)1(6); г)3. **265.** а)Дуюмаш; б)якумаш; в)якумаш;
 г)дуюмаш; д)дуюмаш; е)якумаш. **266.** а калон аст, агар a мусбат
 бошад, вагарна $-a$ калон аст. **267.** 2. **268.** -6. **269.** Ба 96 рӯз. **274.**
 а) ± 8 ; б)ҳал надорад; в) $\pm \sqrt{2,5}$; г) $\pm \frac{3}{2}$; д) $\pm 1,2$; е) ± 21 . **275.**
 а) $\pm 0,04$; б) $\pm 0,75$; в) ± 4 ; г) $\pm \sqrt{20}$; д) ± 8 ; е) ± 1 . **276.** а)-3 ва 7;
 б)4 ва 6; в)-7 ва 1; г)-14 ва 0. **278.** г) $-0,1|x|$; д) $6|a|$. **279.** б) $4y$; в) $-n$;
 г) $1,2a$. **280.** в) $|a+3|$; д) $|a-x|$; е) $|x^2-2|$. **281.** а) $a \geq 3$; б) $a \geq -4$;
 в) $a \leq 5$; г) $a \leq -1$. **282.** а) ± 3 ; б)-4 ва 0; в)ҳал надорад; г)ҳар гуна

- адади гайриманфӣ. 283. -4. 284. а) $\frac{4a}{a-a}$; б) $\frac{1}{(x+1)^2}$. 285. а)а; б)-а.
286. 2км/соат. 287. а)25,5; б)4,8. 289. а)Дуюмаш калон; б)якумаш калон; в)дуюмаш калон; г)якумаш калон. 291. а)3,4; б)-2,4; в)3,6; г)0,8; е)-5,2. 292. 4,1 ва 4,2 см. 294. а)6,9; б)17,2; в)2,6; г)-4. 295. а)Ҳа; б)не; в)не; г)ха. 297. Не. 298. $\frac{5}{6}$ хисса. 299. а) $-\frac{a-4}{a+4}$;
- б) $-\frac{3x-2y}{3x+2y}$. 301. $a = \sqrt{\frac{s}{6}}$. 303. а)Ҳа, дар нуктаи (1;1); г)не. 304. а)Дуюмаш калон; б)якумаш калон; в)якумаш калон; г)дуюмаш калон; д)якумаш калон; е)дуюмаш калон. 305. а) $\sqrt{1,4}$; $\sqrt{5}$;
- $\sqrt{6,3}$; г)0,3; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{\frac{1}{2}}$. 306. а) $\pm\sqrt{8}$ ва 64; б) $\pm\frac{1}{3}$ ва $\frac{1}{81}$. 307. а)6;
- б)1,8; в)0,35; г)6,6. 308. 9 ва 10. 309. 27 км. 310. а)Калон; б)хурд. 315. а)15; б)80; в)6; г)120; д)15; е)10; ж)16; з)12. 316. а)210; б)32; в)35; г)54. 317. а)30; б)26; в)15; г)28; д)15; е)21; ж)54; з)18. 318. а)21; б)22; в)0,4; г)1. 322. 1; б)-1. 323. 160 га. 324. а) $\frac{a}{3}$; б) $64a^{12}$;
- в) $2a^{11}$. 325. а) $5a-1$; б) $3x-1$. 328. а)2,8; б) $3\frac{11}{15}$; в) $\frac{8}{15}$; г) $1\frac{3}{8}$. 330. а)3; б) $\frac{2}{3}$; в)2; г)5; д) $\frac{1}{7}$; е)5. 331. а)2,5; б) $1\frac{1}{3}$; в)4; г) $\frac{6}{7}$; д) $\frac{7}{9}$;
- е) $\frac{4}{11}$. 332. а)1,1; б)1,5; в)0,6; г)0,225. 333. а)4; б)9; в)30; г)140.
334. 7 ва 9 см. 335. 16,38. 336. а)Барои $\pm\sqrt{5}$; б)барои $\pm\sqrt{14}$. 337. 3. 338. а) y^4 ; б) $2a^{10}$; в) y^7 ; г) $-4a^3$. 339. а) $0,5x^2$; б) $-2,1y^3$; в) $0,1a^{18}$; г) $-9a^9$. 340. а)9; б)64; в)625; г)64. 341. а)24; б)98; в)625; г)1024. 342. а)144; б)225; в)168; г)825; д)87; е)92; ж)167; з)504. 343. 3 бор. 344. Барои -4. 345. а)Ҳамаи ададҳо гайр аз 5; б)ҳамаи ададҳо гайр аз 0 ва 2. 346. Баъди 7 сол. 347. а) $\frac{11}{24}$; б) $\frac{73}{200}$. 348.

- а) $3\sqrt{2}$; б) $4\sqrt{2}$; в) $4\sqrt{3}$; г) $5\sqrt{7}$; д) $6\sqrt{3}$; е) $20\sqrt{2}$; ж) $13\sqrt{5}$;
 з) $25\sqrt{2}$. 349. а) $2\sqrt{5}$; б) $-7\sqrt{2}$; в) $10\sqrt{3}$; г) $-5\sqrt{10}$; д) $6\sqrt{2}$;
 е) $-2\sqrt{11}$; ж) $6\sqrt{5}$; з) $11\sqrt{3}$. 350. а) $1,5\sqrt{3}$; б) $9\sqrt{3}$; в) $-1,6\sqrt{6}$;
 г) $5\sqrt{3}$; д) $4y\sqrt{3y}$; е) $a\sqrt{3}$; ж) $2m^2$; з) $5\sqrt{a}$. 351. а) $\frac{p^3}{m\sqrt{3}}$;
 б) $\sqrt{2}(x+y)$; в) $a+v$; г) $\frac{2}{\sqrt{3v}}$. 352. а) $-4a\sqrt{v}$; б) $5av\sqrt{v}$; в) $av\sqrt{2av}$;
 г) $2a^2v\sqrt{6v}$. 353. а) $\sqrt{5x}$; б) $-\sqrt{6y}$; в) $x^2\sqrt{x}$; г) $a^4\sqrt{a}$; д) $5y^3\sqrt{y}$;
 е) $\frac{x\sqrt{2x}}{3}$. 354. а) $-4a\sqrt{3}$; б) $-3v^3\sqrt{3}$; в) $5a^2\sqrt{2}$; г) $3a^4$; д) $2x^6\sqrt{x}$;
 е) $\sqrt{2x}^m$. 355. а) Барои киматҳои манфӣ. 358. 36, 48 ва 60 кг. 359.
 а) $2x+1$; б) $-m$. 360. а) $2a^2vc$; б) $-a^3vc^3x$. 361. Барои кимати -4 . 362.
 а) $\sqrt{8}$; г) $\sqrt{25x}$; е) $\sqrt{32v^2}$; ж) $\sqrt{3}$. 363. а) $-\sqrt{18}$; б) $-\sqrt{175}$;
 в) $-\sqrt{0,04a}$; г) $-\sqrt{49v}$. 364. а) $\sqrt{2a^2}$; б) \sqrt{x} ; в) $\sqrt{a^3}$; г) $\sqrt{8v^2c}$;
 д) $\sqrt{a(a+1)^2}$; е) $\sqrt{5x}$; ж) $\sqrt{x^3y}$; з) $\sqrt{a+v}$. 365. а) $-\sqrt{9m^2n}$;
 б) $-\sqrt{3a^2}$; в) $-\sqrt{v^2c}$; г) $-\sqrt{2x^3y}$. 367. а) $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$, $\sqrt{21}$, $2\sqrt{6}$.
 368. 33,75 км. 369. а) 7; б) 85. 370. а) $\frac{(a-5)(a+3)}{a}$; б) $\frac{m+n}{2n}$. 371.
 47 ва 78 см. 372. а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{5\sqrt{2}}{6}$; е) $\frac{\sqrt{8}}{28}$; з) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$; и) $\frac{\sqrt{15}}{12}$. 373.
 а) $\frac{m\sqrt{p}}{p}$; б) $\frac{\sqrt{a}}{v}$; в) $\frac{3\sqrt{c}}{5}$; г) $\frac{\sqrt{xy}}{xy}$. 374. а) $2-\sqrt{3}$; б) $\frac{3+\sqrt{7}}{2}$;
 в) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$; г) $\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$; д) $\sqrt{5}(\sqrt{2}+1)$; е) $-1+2\sqrt{2}$. 375.
 а) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}$; б) $\frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{v})}{a-v}$; в) $\frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y}$; г) $\frac{v(a+\sqrt{v})}{a^2-v}$. 376.

а) $\frac{8}{5\sqrt{2}}$; б) $\frac{3}{7\sqrt{3}}$; д) $\frac{2a}{3\sqrt{a}}$; е) $\frac{6}{\sqrt{36}}$. 377. а) $\frac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$;

б) $\frac{4}{3(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$; в) $\frac{a-1}{2(\sqrt{a}+1)}$; г) $\frac{4+b}{3(2-\sqrt{b})}$; д) $\frac{a-b}{3(\sqrt{a}-\sqrt{b})}$;

е) $\frac{a-b}{4(\sqrt{a}-\sqrt{b})}$. 378. 3,8 ва 3,9. 379. а) $\pm\sqrt{11}$; б) хал надорад; в) 3

ва -1; г) $3-\sqrt{5}$ ва $3+\sqrt{5}$. 380. 5 соату 50 дак. 381. б) ва в)-аш.

382. 0,02. 384. а) $13\sqrt{5a}$; б) $4\sqrt{a}$; в) $7\sqrt{n}$; г) $-\sqrt{a}$; д) $-15\sqrt{5a}$; е) 0.

385. а) 0; б) $-17\sqrt{3}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $5\sqrt{2}$; д) $20\sqrt{2}$; е) $15\sqrt{2}$. 386.

а) $3(2+\sqrt{5})$; б) $\sqrt{10}(\sqrt{10}+2)$; в) $12(2-\sqrt{2})$; г) $-0,5\sqrt{3}$; д) $\sqrt{2}$;

е) $2\sqrt{6}(\sqrt{6}-1)$. 387. а) $\sqrt{2}-11$; б) $9+5\sqrt{3}$; в) $18-7\sqrt{6}$;

г) $17-\sqrt{10}(2\sqrt{5}+3)$; д) $24+13\sqrt{3}$; е) $9\sqrt{6}+102$. 388. а) $a-b$; б) $x-y^2$;

в) 2; г) $13+4\sqrt{3}$; д) $3-2\sqrt{2}$; е) $8-2\sqrt{15}$. 389. а) $8+2\sqrt{15}$; б) 32;

в) $2(2-\sqrt{3})$; г) $13+2\sqrt{3}$; д) $6(1-\sqrt{2})$; е) 6. 390. а) 1; б) 4;

в) $2(12+\sqrt{85})$; г) $-2(6+\sqrt{39})$. 391. а) $a+2+2\sqrt{2a}$; б) $5-2\sqrt{5x+x}$;

в) -6; г) $27-5\sqrt{2}$. 392. а) $(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})$; б) $(\sqrt{7}-a)(\sqrt{7}+a)$;

в) $(2x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3})$; г) $(\sqrt{10}-5a)(\sqrt{10}+5a)$; д) $(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})$;

е) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})$. 393. а) $\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$; б) $\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)$; в) $\sqrt{x}(1+\sqrt{x})$;

г) $\sqrt{a}(1-\sqrt{2})$; д) $\sqrt{11}(\sqrt{2}-1)$; е) $\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)$; ж) $\sqrt{11}(\sqrt{5}-\sqrt{2})$;

з) $\sqrt{m}(\sqrt{2}+\sqrt{7})$. 394. а) $a+\sqrt{6}$; б) $\sqrt{x}-2$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}-a}$; г) $-\frac{1}{\sqrt{x}+1}$;

д) $-(\sqrt{a} + \sqrt{b})$; е) $\frac{1}{3\sqrt{x} + 2\sqrt{y}}$; ж) $-a$; з) 8 ; и) $\frac{1}{\sqrt{a}}$. 395. а) $x - \sqrt{3}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{2+a}}$; в) $-\frac{1}{3+\sqrt{x}}$; г) $\sqrt{3} - 1$; д) 3 ; е) $\frac{4-\sqrt{5}}{3}$; ж) $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{3}}$;

з) \sqrt{x} ; и) \sqrt{a} . 396. 21. 397. б ва 5 сомонӣ. 398. а) $\frac{1}{16}$; б) $\frac{1}{10}$. 399.

а) 4 ва 2; б) 8 ва 2. 400. а) $x+y$; б) $x-y$. 407. а) $0,(846153)$;
б) $-0,(714285)$; в) $0,7(857142)$; г) $0,0(74)$; д) $0,0(571428)$; е) $-0,3(18)$;

ж) $0,7(6)$; з) $0,(2)$. 408. а) $\frac{4}{33}$; б) $-\frac{7}{330}$; в) $2\frac{1}{9}$; г) $-3\frac{2}{15}$; д) $4\frac{221}{990}$;

е) $-\frac{15}{99}$; ж) $2\frac{11}{999}$; з) $\frac{4093}{9900}$. 411. д) $10,22$; е) $2,25$; и) 0 . 414. б) $0,125$;

д) 27 ; е) 16 . 415. а) ± 2 ; б) $\pm \sqrt{13}$; в) хал надорад; г) $\pm \sqrt{8}$; д) $\pm \sqrt{11}$;

е) ± 1 . 417. а) Хамаи ададҳои гайриманфӣ; б) хамаи ададҳо;

г) хамаи ададҳои гайримусбат. 418. а) б) Хамаи ададҳои мусбат;

в) хамаи ададҳои мусбат гайр аз 1; г) ифода маъно надорад. 419.

а) $0,9$; е) 30 . 424. Нуқтаҳои А ва С. 426. а) $4\frac{1}{3}$; б) $\frac{7}{96}$; в) $\frac{15}{29}$; г) $\frac{77}{135}$.

427. а) $10,4$; б) 100 ; в) $1,2$; г) $0,1$. 429. а) $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$; б) $\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$. 432.

36; г) 40 ; д) 216 ; е) 450 . 435. а) a^2b^2 ; б) b^3c^4 ; в) $-3xy^2$; г) $\frac{a^2}{b^4}$; д) $\frac{3x}{y^3}$;

е) $-\frac{5a^2}{b^5}$. 436. а) $|a|$; б) $|a|b^2$. 437. а) $1,2|a|\sqrt{5}$; д) $2a|a|\sqrt{5b}$;

е) $-4m^3\sqrt{6}$. 438. а) $5|a|\sqrt{b}$; б) $4ab\sqrt{b}$; в) $9ab\sqrt{ab}$; г) $8a^2x\sqrt{x}$;

д) $-c\sqrt{-3c}$; е) $-a^3\sqrt{-5a}$. 439. а) $\sqrt{2a^2}$; б) $-\sqrt{5a^2}$; в) \sqrt{x} ;

г) $-\sqrt{-x}$. 440. а) $x \geq 0$; б) $a \leq 0$; в) $c \leq 0$; г) $a \leq 0$. 441. а) Дуюмаш калон; б) якумаш калон; в) якумаш калон; г) дуюмаш калон. 442.

а) $\frac{1}{2}\sqrt{62}$, $\sqrt{17}$, $5\sqrt{3,5}$; б) $12\sqrt{0,5}$, $\sqrt{89}$, $\frac{3}{4}\sqrt{160}$. 443.

а) $-(\sqrt{3} + \sqrt{7})$; б) $-4(\sqrt{12} + \sqrt{10})$ в) $\frac{1+\sqrt{5}}{3}$; е) $2 + \sqrt{3}$. 445.

а) $4\sqrt{5}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$; б) $4\sqrt{15} + 6\sqrt{6}$; в) $\frac{1}{6}(1 + \sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$;

г) $\frac{9 - 4\sqrt{3}}{11}$. 446. а) $\frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{x - y}$; б) $\frac{2\sqrt{2} - a\sqrt{2}}{4 - a}$. 447.

а) $\frac{\sqrt{6}(\sqrt{3} - 1) + 2(1 - \sqrt{2})}{4}$. 448. б) $\frac{3}{14(\sqrt{5} - \sqrt{2})}$; в) $\frac{a - b}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}$;

г) $\frac{16 - a}{64 - a\sqrt{a}}$. 449. а) 13; б) 43; в) 8; г) 3; д) $\sqrt{ax} + \sqrt{bx}$; е) $x - \sqrt{xy}$;

ж) $x - \sqrt{xy} - 2y$; з) $a + \sqrt{ab} - 2b$. 450. а) 0; б) 18; в) 1;

г) $\frac{\sqrt{3}(5 - \sqrt{15})}{32\sqrt{2}}$. 451. а) $2\sqrt{7}$; б) 2. 453. а) $4\frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{19}$. 454. а) -6;

б) $\frac{\sqrt{8}}{17}$; в) 6; г) $\frac{40\sqrt{19}}{81}$. 455. а) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$; б) $\frac{1}{y - \sqrt{7}}$; в) $a + \sqrt{11}$;

г) $-(x + \sqrt{10})$. 456. а) $\sqrt{2}$; б) $\sqrt{2,5}$; в) $\sqrt{2,5}$; г) $\sqrt{1,5}$. 457. Барои

кимати 0, қимати калонтарин ба $\frac{1}{\sqrt{3}}$ баробар аст. 458.

а) $\frac{1}{2(x^2 - y)}$; б) $-\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})}$; в) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$; г) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{2}$.

МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ

§ 8. МУОДИЛАҲОИ КВАДРАТӢ ВА РЕШАҲОИ ОН

25. ТАЪРИФИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ

Хар яке аз муодилаҳои $2x^2-3x+1=0$, $-x^2+4x-4=0$, $6x^2-11=0$

$2x^2 + \frac{4x}{25} = 0$ намуди $ax^2+bx+c=0$ -ро дорад, ки дар ин ҷо x адади

номаълум буда, a , b ва c ададҳои додашуда мебошанд. Дар муодилаи якум $a=2$, $b=-3$ ва $c=1$; дар муодилаи дуюм $a=-1$, $b=4$ ва $c=-4$; дар муодилаи сеюм $a=6$, $b=0$ ва $c=11$; дар муодилаи

чорум $a=2$, $b = \frac{4}{25}$ ва $c=0$ аст. Ин гуна муодилаҳоро *квадратӣ*

меноманд.

Муодилаҳои квадратӣ, ки мо ба омӯзиши онҳо шурӯъ мекунем, аз нуқтаи назари татбиқашон дар амалия, яке аз муҳимтарин маводи математикаи мактабӣ ба шумор мераванд.

Т а ъ р и ф. Муодилаи $ax^2+bx+c=0$, ки дар ин ҷо x -адади номаълум, a , b ва c -ададҳои маълум ва гайр аз ин $a \neq 0$ аст, муодилаи квадратӣ номида мешавад.

Одатан ададҳои a , b ва c -ро коэффитсиентҳои муодилаи квадратӣ ва дар айни ҳол a -ро *коэффитсиенти якум*, b -ро *коэффитсиенти дуюм* ва c -ро *аъзои озод* меноманд. Масалан, дар муодилаи квадратии $5x^2-x+4=0$ коэффитсиенти якум ба 5, коэффитсиенти дуюм ба -1 ва аъзои озод ба 4 баробар аст. Манз боз мисолҳои муодилаҳои квадратӣ: $2x^2+x-3=0$; $x^2-36=0$.

Бамавқеъ аст, қайд намоем, ки муодилаи квадратиро муодилаи дараҷаи дуюм ҳам мегӯянд, чунки қисми чапи он нисбати x бисёраъзогии дараҷаи дуюм мебошад. (Мисли он ки муодилаи хаттии $ax+b=0$ -ро муодилаи дараҷаи якум ҳам меноманд.)

Хотирнишон мекунем, ки *решаи муодила* гуфта, чунин қимати номаълумро меноманд, ки барояш муодила ба баробарии дуруст мубаддал мегардад.

Масалан, адади 2 *решаи муодилаи* $4x^2-5x-6=0$ мебошад, чунки ҳангоми $x=2$ будан баробарии $4\cdot 2^2-5\cdot 2-6=0$ баробарии дуруст аст.

Дар синфи VII хосиятҳои асосии зерини муодилаҳо, ки баробарқуввагии онҳо ро нигоҳ медоранд, муқаррар карда шуда буд:

1°. Аъзои дилхоҳи муодиларо аз як қисм ба қисми дигари муодила бо иваз кардани аломаташ гузаронидан мумкин аст;

2°. Ҳар ду қисми муодиларо ба адади дилхоҳи ғайринули зарб ё тақсим кардан мумкин аст.

Инчунин ислоҳ кардани аъзоҳои монанд, ба зарбқунандаҳо ҳамчун бисёраъзогӣ чудо кардани ин ё он қисми муодила ва чанде дигар табдилотҳо баробарқуввагии муодиларо нигоҳ медоранд. Дар оянда ҳангоми ҳалли муодилаҳои квадратӣ (дигар муодилаҳо ҳам) мо аз хосиятҳои 1°-2° ва ин гуна табдилотҳо васеъ истифода мекунем.

Масалан, муодилаи

$$3x^2+4x=x^2+5x+6$$

баъди ба қисми чап гузаронидани ҳамаи аъзоҳо ва ислоҳ кардани аъзоҳои монанд, ба муодилаи квадратии

$$2x^2-x-6=0$$

оварда мешавад (дар он $a=2$; $b=-1$; $c=-6$ аст).

М и с о л и 1. Барои кадом қимати m квадратӣ будани муодилаи

$$x^{3m+5}-3x+2=0$$

-ро муайян мекунем.

Барои квадратӣ будани ин муодила зарур аст, ки $3m+5=2$ бошад. Аз ин ҷо $m=-1$.

М и с о л и 2. Қимати k -ро меёбем, ки барояш муодилаи

$$3x^2-x^{k-2}+1=0$$

квадратӣ мебошад.

Барои квадратӣ будани муодилаи мазкур зарур аст, ки $k-2$ қиматҳои 0 ё 1 ва ё 2-ро қабул намояд. Яъне k қиматҳои 2, 3 ва 4 қабул кунад. Ҳангоми $k=2$ будан муодилаи $3x^2=0$, чунки барои

хар гуна қимати x қимати ифодаи x^{k-2} ба $x^{2-2}=x^0=1$ баробар аст, ҳангоми $k=3$ будан, муодилаи $3x^2-x+1$ ва ҳангоми $k=4$ будан, муодилаи $2x^2+1=0$ ҳосил мешавад.



1. Таърифи муодилаи квадратиро баён намуда мисолҳо оред.
2. Решаи муодила гуфта, чиро меноманд? 3. Хосиятҳои асосии муодилаҳоро номбар намоед.

459. Оё муодилаи зерин квадратӣ аст:

а) $x^2+1=0$; б) $3x^2-7x+2=0$; в) $4-2x=0$;

г) $3,2x^2-2x^4+0,8=0$; д) $4x^2-3=0$; е) $-x^2=0$;

ж) $x - \frac{1}{4} = 0$; з) $2x^3-3=0$; и) $x^2+x=0$?

460. Коэффициентҳои муодилаи квадратиро нишон диҳ:

а) $5x^2-8x+3=0$; б) $\frac{2}{3}x^2 - 4 = 0$; в) $3x^2+5x=0$;

г) $-2x^2-5=0$; д) $x^2-x-1=0$; е) $-3x^2+2x-7=0$;

461. Аз рӯи коэффициентҳои додашуда муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ -ро созад:

а) $a=2, b=3, c=4$; б) $a=-2, b=5, c=1$;

в) $a=-1, b=0, c=9$; г) $a=1, b=0, c=0$.

462. Кадоме аз ададҳои $-3, 0, 1, 2$ решаҳои муодилаҳои зерин мебошанд:

а) $x^2-9=0$; б) $x^2-x=0$; в) $x^2-3x+2=0$;

г) $x^2-5x-4=0$; д) $x^2-5x-4=0$; е) $x^2-4=0$?

463. Муодиларо бо муодилаи ба он баробарқувваи квадратӣ иваз намоед:

а) $(x-1)(x+1)=2x(x+2)$;

б) $x^2+(x-1)(x-2)=x$;

в) $-x(x+3)=2(x-1)+5$;

г) $2(x^2-3x-1)=5x(x+2)$;

д) $(2x-3)^2=(x+2)(x-4)$;

е) $-2x^2-5(x-1)=x^2+3x$.

464*. Барои кадом қимати k муодилаи:

а) $\frac{1}{k}x^2 - 2x + 3 = 0$;

б) $kx^2-x^{k+1}+5=0$

квадратӣ аст?

Машқҳо барои такрор

465. Графики функцияи

а) $y = (1 - \sqrt{2})x$;

б) $y = (\sqrt{8} - 2,1)x$

дар кадом чорякҳои координатавӣ ҷойгир аст?

466. Қимати ифодаи $\frac{4 + 4x + x^2}{x + 2} + \sqrt{x}$ -ро ҳангоми $x=0,25$

ва $x=36$ будан ҳисоб кунед.

467. Нишон диҳед, ки системаҳои

$$\begin{cases} 2x + 7y = 8, \\ 5x - 3y = -21 \end{cases}$$

ва

$$\begin{cases} 7x + 4y = -13, \\ 2x + 7y = 8 \end{cases}$$

баробарқувваанд.

468. Даравгарон бояд гандумзорро дар 18 рӯз медаравиданд. Ҳар рӯз аз супориш 1,4 га зиёдтар замиро даравида, онҳо 2 рӯз пеш аз мӯҳлат аз супориш 7,4 га зиёд замиро даравиданд. Супориши якрӯзаи даравгарон чанд гектарро ташкил меод?

469. Сурати касри $\frac{\sqrt{2} + 1}{3}$ -ро иррационалӣ озод намоед.

26. МУОДИЛАИ КВАДРАТИИ НОПУРРА

Агар дар муодилаи квадратии $ax^2 + bx + c = 0$ ақалан яке аз коэффитсентҳои a ё c баробари нул бошанд, он гоҳ ин гуна муодиларо *муодилаи квадратии нопурра* меноманд. Масалан, муодилаҳои $2x^2 = 0$, $-3x^2 + 5 = 0$ ва $7x^2 - 8x = 0$ муодилаҳои квадратии нопурраанд. Дар муодилаи якум $b = c = 0$, дар муодилаи дуҷум $a = 0$ ва дар муодилаи сеҷум $c = 0$ аст.

Умуман, муодилаҳои квадратии нопурра аз рӯи намудашон се хел мешаванд:

1) $ax^2 = 0$;

2) $ax^2 + c = 0$, ки дар ин ҷо $c \neq 0$ аст;

3) $ax^2 + bx = 0$, ки дар ин ҷо $b \neq 0$ аст.

Аз хосиятҳои асосии муодилаҳо, ки мо онҳоро дар п.25 овардаем, истифода карда, тарзи ҳалли ин гуна муодилаҳои квадратиро нишон медиҳем.

1) Муодилаи $ax^2=0$ ба муодилаи $x^2=0$ баробарқувва аст. Бинобар ин вай решаи ягонаи ба нул баробарро дорад, чунки танҳо квадрати адади нул ба нул баробар аст.

2) Барои пайхас кардани формулаи решаҳои муодилаи $ax^2+c=0$ аввал мисолхоро дида мебароем.

М и с о л и 1. Муодилаи $-4x^2+20=0$ -ро ҳал мекунем.

Аъзои озод 20-ро ба қисми рости муодила гузаронида ҳар ду қисми муодилаи ҳосилшударо ба -4 тақсим мекунем:

$$-4x^2=-20,$$

$$x^2=5.$$

Мо ин гуна муодиларо дар п. 15 муоина карда будем. Мувофиқи он $x=-\sqrt{5}$ ва $x=+\sqrt{5}$ решаҳои муодилаи охирин мебошанд.

Ҷ а в о б: $x_1 = -\sqrt{5}; x_2 = \sqrt{5}$.

М и с о л и 2. Ҳалли муодилаи $2x^2+7=0$ -ро меёбем.

Аъзои озодро ба қисми рости муодила гузаронида, ҳар ду қисми муодилаи ҳосилшударо ба 2 тақсим мекунем:

$$2x^2=-7,$$

$$x^2=-3,5.$$

Азбаски квадрати адад, адади манфӣ шуда наметавонад, пас муодилаи ҳосилшуда реша надорад.

Ҷ а в о б: Муодила реша надорад.

Чуноне, ки барои ёфтани ҳалли мисолҳо рафтор кардем, аъзои озоди муодилаи $ax^2+c=0$ -ро, ки нул нест, ба қисми рост гузаронида, ҳар ду қисмро ба a тақсим мекунем. Дар натиҷа муодилаи

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

ки ба муодилаи $ax^2+c=0$ баробарқувва аст, ҳосил мешавад.

Ду ҳолат имконпазир аст.

Ҳ о л а т и я к у м. Агар $\frac{c}{a} > 0$ бошад (аломатҳои a ва c

якхелаанд), он гоҳ $-\frac{c}{a} < 0$ аст, барои ҳамин муодилаи $x^2 = -\frac{c}{a}$

ва бо ин муодилаи ба он баробарқувваи $ax^2+c=0$ реша надорад.

Масалан, муодилаҳои $x^2+1=0$, $-3x^2-5=0$, $\frac{1}{2}x^2+0,9=0$ реша надоранд.

Ҳ о л а т и д у ю м. Агар $\frac{c}{a} < 0$ бошад (аломатҳои a ва c гуногунанд), он гоҳ $-\frac{c}{a} > 0$ аст. Барои ҳамин муодила ду реша дорад (ниг. ба п.15):

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}, \quad x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

Масалан, муодилаи $x^2-4=0$ дорoi решаҳои $x_1=-2$ ва $x_2=2$, муодилаи $9x^2-25=0$ бошад, дорoi решаҳои $x_1 = -\sqrt{\frac{25}{9}} = -\frac{5}{3}$ ва $x_2 = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$ мебошад.

3) Муодилаи $ax^2+bx=0$ -ро бо роҳи ба зарбкунандаҳо ҷудо кардани қисми чап, ҳал кардан мумкин аст. Зарбкунандаи умумии x -ро аз қавс бароварда ҳосил мекунем:

$$ax^2+bx=x(ax+b)=0.$$

Ҳосили зарб $x(ax+b)$ фақат ва фақат дар он маврид баробари нул аст, агар ақалан яке аз ҳамзарбшавандаҳо баробари нул бошад:

$$x=0 \quad \text{ё} \quad ax+b=0.$$

Аз муодилаи хаттии охирин меёбем: $x = -\frac{b}{a}$. Ҳамин тариқ, муодилаи $ax^2+bx=0$ ҳангоми $b \neq 0$ будан, дорoi ду решаи $x_1=0$ ва $x_2 = -\frac{b}{a}$ мебошад.

М и с о л и 3. Муодилаи $4x^2+7x=0$ -ро ҳал мекунем.

Дорем $4x^2+7x=x(4x+7)=0$. Аз ин ҷо $x=0$ ё $4x+7=0$. Аз муодилаи охирин $x = -\frac{7}{4} = -1,75$. Ҷ а в о б: $x_1=0$; $x_2=-1,75$.

Дар охир чамъбасти натиҷахоро барои ҳар се намуди муодилаи квадратии нопурра меорем.

1. Муодилаи $ax^2=0$ танҳо як решаи $x=0$ -ро дорад.

2. Муодилаи $ax^2+c=0$ ҳангоми якхела будани аломатҳои a ва c реша надорад. Ҳангоми муқобил будани аломатҳо ду реша дорад:

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}, \quad \text{ва} \quad x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

3. Муодилаи $ax^2+bx=0$ ду реша дорад: $x_1=0$ ва $x_2 = -\frac{b}{a}$.



1. Чӣ гуна муодиларо муодилаи квадратии нопурра меноманд?
2. Оид ба намудҳои гуногуни муодилаҳои квадратии нопурра мисолҳо оред.
3. Барои кадом қиматҳои b муодилаи $ax^2+bx=0$ ду решаи гуногун дорад?

470. Муодиларо ҳал кунед:

а) $9x^2-16=0$; б) $-x^2+6=0$; в) $-0,1x^2-10=0$;

г) $y^2 - \frac{1}{25} = 0$; д) $3v^2+17=0$; е) $2t^2-1=0$.

471. Решаҳои муодилаҳоро ёбед.

а) $1-4x^2=0$; б) $49-x^2=0$; в) $10x^2-12,1=0$;
г) $10x^2=0,4$; д) $3(x^2-2)=2(x^2-3)$; е) $6(3-x^2)=13+5(1-x^2)$

472. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2x^2-5x=0$; б) $-3x^2+4x=0$; в) $8x^2+7x=0$;
г) $5a^2-4a=0$; д) $9t^2-t=0$; е) $2z+z^2=0$

473. Муодиларо ҳал намоед:

а) $1,2x+6x^2=0$; б) $2,7x=0,1x^2$; в) $x(2-x)=x(7+x)$;

г) $\frac{1}{2}y + \frac{1}{8}y^2 = 0$; д) $\frac{2}{3}z(z+6) = \frac{1}{5}z(5z-10)$; е) $3x - \frac{5x^2}{4} = 0$.

474. Муодила ҳал карда шавад:

а) $2-4x+x^2=3x^2+2-5x$; б) $10-3x^2=x^2-x+10$;

в) $\frac{4x^2-3x}{2} = \frac{x^2+5x}{5}$; г) $\frac{3x^2+7x}{4} = \frac{7x^2-5x}{3}$.

475. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x-1)(x+2)=-2$;

б) $x(x-3)=2x(x-1,5)-4$;

в) $(x-3)(x+3)=2(x^2-3)$;

г) $8-(x-2)(x-4)=5x$;

д) $(x-7)(x+3)+(x-1)(x+5)=102$;

е) $(5x-1)^2-1=0$.

476*. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2-4=(x+4)(2x-1)$;

б) $(2x+1)(3x+2)=7x+20$;

в) $x-(x-1)^2=2x^2-1$;

г) $x(7-6x)=(1-3x)(1+2x)$;

д) $4a^2-(a+1)^2=-2(a-1)$;

е) $(6y+1)(y-2)=-11(y-1)$.

477. Ҳосили зарби ду адади бутуни пай дар пай аз квадрати дади якум 1,5 маротиба калон аст. Ин ададхоро ёбед.

478. Агар аз квадрат секунҷаи масоҳаташ 36 см^2 -ро бурида артоем, масоҳати қисми боқимондаи квадрат ба 64 см^2 баробар мешавад. Тарафи квадратро ёбед.

479. Масоҳати доира 1 м^2 аст. Радиуси доираро ёбед.

480. Масоҳати квадрат ба масоҳати доираи радиусаш R баробар аст. Тарафи квадрат ёфта шавад.

Машқҳо барои такрор

481. Қимати x -ро ёбед, агар:

$$\frac{2-x : \frac{4}{5}}{7\frac{2}{3}-1,3} = \frac{2,4}{1\frac{4}{5}}$$

бошад.

482. Ададхоро муқоиса намоед:

а) $\sqrt{6}$ ва 2,4;

б) 2,1 ва $\sqrt{4,21}$.

483. Исбот кунед, ки қимати ифодаи

$$\left(\frac{5}{a+2} - \frac{3}{a-2} + \frac{20}{a^2-4} \right) \cdot \frac{a-2}{2}$$

барои ҳамаи қиматҳом имконпазири a аз он вобаста нест.

484. Ба 96 сомони 4 тӯб ва 6 пойафзоли спорти ё 2 тӯб ва 7 пойафзол харидан мумкин аст. Тӯб ва пойафзол чанд сомонӣ меистанд?

485*. Қасрро ихтисор кунед:

а) $\frac{8+2\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$;

б) $\frac{4+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$.

27. ЁҲТАНИ ХАЛЛИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ БО ТАРЗИ ЧУДО КАРДАНИ КВАДРАТИ ПУРРА.

Муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ -ро, ки дар он ҳар се коэффитсент a , b ва c нобаробари нуланд, муодилаи квадратии пурра меноманд. Ин гуна муодиларо бо тарзи чудо кардани квадрати пурраи дуаъзогӣ ҳал кардан мумкин аст. Аљшон моҳият ва хусусиятҳои ин тарзро дар мисоли муодилаҳои мушаххас дида мебароем.

М и с о л и 1. Муодилаи квадратии

$$x^2-4x-5=0$$

-ро ҳал мекунем.

Қисми чапи муодиларо ҳамчун ҳосили ҷамъи ду ифода, ки якеаш квадрати дуаъзогӣ аст, тасвир мекунем:

$$x^2-4x-5=x^2-2x\cdot 2+2^2-2^2-5=(x-2)^2-9.$$

Ҳамин тариқ, муодилаи аввала ба муодилаи

$$(x-2)^2-9=0$$

ё ба муодилаи

$$(x-2)^2=9$$

баробарқувва аст. Решаҳои ин муодила мувофиқи п.15 бо формулаҳои

$$x-2=-\sqrt{9}=-3 \quad \text{ва} \quad x-2=\sqrt{9}=3$$

ифода мешаванд. Аз ин ҷо $x_1=2-3=-1$; $x^2=2+3=5$ Ҷ а в о б: $x_1=-1$; $x_2=5$.

М и с о л и 2. Муодилаи $x^2+8x-9=0$ -ро ҳал мекунем.

Ифодаи $x^2+8x=x^2+2x\cdot 4$ квадрати пурра нест. Агар ба он адади $4^2=16$ -ро ҷамъ кунем, он гоҳ ифодаи $x^2+2x\cdot 4+16$ ба квадрати дуаъзогии $x+4$ баробар аст. Барои ҳамин ба қисми чапи муодила адади 16-ро ҷамъу тарҳ карда, ба муодилаи ба аввала баробарқувваи

$$x^2+8x+16-16-9=0 \quad \text{ё} \quad x^2+8x+16-25=0$$

дуро мешавем. Муодилаи охиринро табдил дода, муодилаи

$$(x+4)^2=25$$

-ро ҳосил мекунем.

Аз ин ҷо $x+4=-5$ ё $x+4=5$. Ё ки $x=-4-5=-9$; $x=5-4=1$.

Ҷ а в о б: $x_1=-9$; $x_2=1$.

Мисоли 3. Муодилаи $x^2-7x+5=0$ -ро хал мекунем.

Табдилотҳои заруриро гузаронида ҳосил мекунем:

$$2x^2-2x \cdot 3,5+5=0,$$

$$x^2-2x \cdot 3,5+(3,5)^2-(3,5)^2+5=0,$$

$$(x-3,5)^2-12,25+5=0,$$

$$(x-3,5)^2=7,25,$$

$$x-3,5 = -\sqrt{7,25} \quad \text{ё} \quad x-3,5 = \sqrt{7,25},$$

$$x-3,5 - \sqrt{7,25} = 3,5 - \frac{\sqrt{29}}{2} \quad \text{ё} \quad x = 3,5 + \sqrt{7,25} = 3,5 + \frac{\sqrt{29}}{2}.$$

$$\text{Ҷавоб: } x_1 = \frac{7 - \sqrt{29}}{2}; \quad x_2 = \frac{7 + \sqrt{29}}{2}.$$

Мисоли 4. Решаҳои муодилаи $x^2-2x+5=0$ -ро меёбем.

Дорем

$$x^2-2x+5=0,$$

$$x^2-2x \cdot 1+1-1+5=0,$$

$$(x-1)^2+4=0,$$

$$(x-1)^2=-4.$$

Ҷавоб: Муодила реша надорад.

Мисоли 5. Решаҳои муодилаи $3x^2-7x+2=0$ -ро меёбем.

Дар ин муодила коэффитсиенти якум 3 буда, 1 нест, ҷи тавре ки дар мисолҳои 1-4 буд. Барои ҳамин ҳар ду қисми муодиларо ба 3 тақсим намуда, ба муодилаи квадратии

$$x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{2}{3} = 0$$

дору мешавем.

Дар муодилаи мазкур квадрати пурра ҷудо карда, онро хал мекунем:

$$x^2 - 2x \cdot \frac{7}{6} + \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \left(\frac{7}{6}\right)^2 + \frac{2}{3} = 0,$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 - \frac{49}{36} + \frac{2}{3} = 0,$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{25}{36},$$

$$x - \frac{7}{6} = -\sqrt{\frac{25}{36}} \quad \text{ё} \quad x - \frac{7}{6} = \sqrt{\frac{25}{36}},$$

$$x - \frac{7}{6} = -\frac{5}{6} \quad \text{ё} \quad x - \frac{7}{6} = \frac{5}{6},$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{ё} \quad x = 2.$$

Қ а в о б: $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = 2$.

Э з о х. Чй тавре аз ҳалли муодилаҳои 1-5 дарк кардан мумкин аст, барои аз дуаъзогии $x^2 + 2ax$ чудо кардани квадрати пурра ба он a^2 -ро зам кардан лозим аст. Мувофиқан, барои аз

$x^2 + ax$ квадрати пурра чудо кардан ба он $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$ -ро чамъ

кардан зарур аст.

? 1. Тарзи истифодаи формулаҳои зарби мухтасарро барои чудо кардани квадрати пурра аз дуаъзогии квадратӣ фахмонед. 2. Мохият ва хусусиятҳои тарзи чудо кардани квадрати пурраро барои ёфтани решаҳои муодилаи квадратӣ дар мисолҳои мушаххас фахмонед.

486. Чунин адади m -ро ёбед, ки ифодаи додашуда барои он квадрати пурра аст:

а) $x^2 + 4x + m$; б) $x^2 + 15x + m$; в) $x^2 - mx + 9$;

г) $x^2 + mx + 4$; д) $x^2 + mx + \frac{1}{4}$; е) $x^2 - 0,5x + m$.

487. Аз ифодаи квадрати пурра чудо кунед:

а) $x^2 + 2x + 5$; б) $x^2 + 8x - 7$; в) $5x^2 - 4x + 3$; г) $x^2 - \frac{x}{2} + 1$.

488. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2 + 10x + 25 = 0$; б) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$.

489. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $x^2 - 6x - 7 = 0$; б) $x^2 + 8x - 1 = 0$;

в) $x^2 - 4x + 10 = 0$; г) $x^2 - 8x - 9 = 0$.

490. Муодиларо ҳал намоед:

а) $x^2 - 5x + 6 = 0$; б) $x^2 + 2x + 1 = 0$;

в) $x^2 - 2x - 3 = 0$; г) $x^2 - 5x - 6 = 0$.

491. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$; б) $x^2 + 4x - 12 = 0$;

в) $x^2 + x - 6 = 0$; г) $x^2 - 2x - 1 = 0$.

492. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $3x^2 - 7x + 2 = 0$; б) $2x^2 - x - 3 = 0$;

в) $5x^2 + 4x - 12 = 0$; г) $3x^2 + 2x - 5 = 0$.

Машқҳо барои такрор

493. Нишон диҳед, ки қимати ифодаҳои

$a^2 + 1$; $(a+3)^2$; $3a^2 + 5$; $(a-5)^2 + 4$

барои ҳар гуна адади дилхохи a мусбат аст.

494. Ифодаро содда кунед:

а) $(\sqrt{21} + \sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{\sqrt{7}}{7} + \sqrt{20}$;

б) $(\sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{18})(\sqrt{6} - \sqrt{3}) + \sqrt{108}$.

495. Ифодаро ба зарбкунандаҳо ҷудо намоед:

а) $16 - x^4$; б) $16x^4 - 81y^4$.

496. Қасрро ихтисор кунед:

а) $\frac{(2x-4)^2}{(2-x)^2}$; б) $\frac{a^2 + 6a + 9}{(2a+6)^2}$.

497. Нишон диҳед, ки қимати ифодаи

$$(\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}})^2$$

адади бутун аст.

§ 9 ФОРМУЛАИ РЕШАҶОИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ

28. ҲАЛЛИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ АЗ РӢИ ФОРМУЛА

Тарзи ҷудо кардани квадрати пурра, ки мо онро дар пункти пешина дар мисоли муодилаҳои мушаххас муоина намудем, имкон медиҳад, ки муодилаи квадратии дилхоҳ ҳал карда шавад. Вале баъзан ин тарз табдилдиҳии зиёдеро талаб менамояд. Аз ҳамин сабаб, одатан муодиларо ба намуди умумӣ ҳал намуда, формулаи решаҳои онро ҳосил менамоянд ва сонӣ аз рӯи ин формула решаи муодилаи дилхоҳро меёбанд. Масалан, дар синфи VI барои решаи муодилаи хаттии $ax+b=0$ формулаи

$$x = -\frac{b}{a} \text{-ро ҳосил карда будем.}$$

Альон, ба формулаи решаи муодилаи хаттӣ монанд, формулае ҳосил мекунем, ки тавассути он решаҳои ҳар гуна муодилаи квадратиро ёфтан мумкин аст. Тарзи ҳосил кардани ин формула, айнан рафти ҳалли мисоли 5-и п. 27-ро мемунад.

Муодилаи квадратии

$$ax^2+bx+c=0$$

-ро, ки дар он $a \neq 0$ аст, дида мебароем. Ҳар ду қисми муодиларо ба a аъзо ба аъзо тақсим карда, муодилаи ба он баробарқувваи

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

-ро ҳосил мекунем. Ҳалли ин муодиларо бо тарзи ҷудо кардани квадрати пурра меёбем. Барои ин дар қисми чапи муодила квадрати пурра ҷудо мекунем:

$$x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}.$$

(Барои ҳосил кардани квадрати пурра ба ҳар ду қисми муодила адади $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ -ро зам карда, аъзои озои $\frac{c}{a}$ -ро аз қисми

чап ба қисми рост гузаронидем.) Баробарии болоиро акун ин тавр навишта метавонем:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \quad (2)$$

Муодилаи (2) бо муодилаи (1) баробарқувва мебошад.

Шумораи решаҳои он аз аломати касри $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ вобаста аст.

Азбаски $a \neq 0$ аст, пас $4a^2$ адади мусбат мебошад. Бинобар ин аломати ин каср бо аломати ифодаи $b^2 - 4ac$ якхела аст.

Т а ъ р и ф. Ифодаи $b^2 - 4ac$ дискриминанти муодилаи квадратии $ax^2 + bx + c = 0$ ном дошта, бо ҳарфи D ишорат карда мешавад: $D = b^2 - 4ac$.

("Дискриминант" калимаи латинӣ буда, маънои муайянкунандаро дорад, чунки аломати D , чӣ тавре хоҳем дид, мавҷудият ва миқдори решаҳоро муайян менамояд).

Вобаста ба аломати D се мавриди гуногуни имконпазирро дида мебароем:

1) Агар $D = b^2 - 4ac > 0$ бошад, он гоҳ ифодаи $\sqrt{D} = \sqrt{b^2 - 4ac}$ маъно дорад. Муодилаи (2)-ро дар намуди

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2$$

навишта, аз он мувофиқи п. 15 ҳосил мекунем:

$$x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \bar{\bar{e}} \quad x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Ҳамин тарик, дар ин маврид муодилаи (1) дорон ду решаи гуногун мебошад:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \bar{\bar{e}} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Дар амалия ба ҷои ин ду навиштаҷот чунин навишти мухтасар қабул шудааст:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (3)$$

ки онро формулаи решаҳои муодилаи квадратӣ меноманд.

2) Агар $D = b^2 - 4ac = 0$ бошад, муодилаи (2) чунин намуд мегирад:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0.$$

Аз ин ҷо

$$x + \frac{b}{2a} = 0; \quad x = -\frac{b}{2a}.$$

Ҳамин тариқ, дар ин маврид муодилаи (1) дорои як решаи $-\frac{b}{2a}$ аст.

Формулаи решаҳои муодилаи квадратӣ (3) дар ин ҳолат низ татбиқшаванда мебошад. Дар ҳақиқат, ҳангоми $D=0$ будан формулаи (3) намуди

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = -\frac{b}{2a}$$

-ро мегирад яъне дар ҳақиқат $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ аст.

3) Агар $D = b^2 - 4ac < 0$ бошад, он гоҳ қисми ростии (2), ки ба $\frac{D}{4a^2}$ баробар аст, адади манфӣ мебошад. Азбаски квадрати ҳар гуна адад адади манфӣ шуда наметавонад, пас дар ин маврид муодилаи (2) ва бо ҳамин муодилаи ба он баробарқувван (1) ҳал надорад.

Инак, муодилаи квадратӣ вобаста аз аломати дискриминант метавонад дорои ду реша (ҳангоми $D > 0$ будан) дорои як реша (ҳангоми $D = 0$ будан) бошад ё умуман реш надошта бошад (ҳангоми $D < 0$ будан).

Э з о х и 1. Формулаи (3) ҳангоми мусбат будани дискриминант, яъне ҳангоми $D=b^2-4ac>0$ будан, ҳосил карда шудааст. Дар ин маврид формулаи (3) ду решаи гуногуни муодилаи (1)-ро медиҳад. Вале дар амалия формулаи (3)-ро барои ёфтани ҳалли муодилаи квадратии дилхоҳ татбиқ кардан мумкин аст. Гап дар сари он аст, ки ҳангоми $D=0$ будан, дар (3) ифодаи дар таҳти реша буда нул аст, барои ҳамин вай як решаро муайян мекунад.

Рафту агар $D=b^2-4ac<0$ бошад, он гоҳ дар (3) ифодаи дар таҳти реша буда манфӣ аст. Бинобар ин қисми ростии (3) маъно надорад. Ин ба реша надоштани муодилаи (1) баробарқувва мебошад.

Хулоса, барои ёфтани решаҳои муодилаи квадратии дилхоҳ мо асосан формулаи (3)-ро истифода мекунем.

М и с о л и 1. Муодилаи $3x^2-10x+3=0$ -ро ҳал мекунем.

Дар ин муодила $a=3$, $b=-10$, $c=3$ аст. Мувофиқи формулаи (3):

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{6} = \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6}\end{aligned}$$

Аз ин ҷо

$$x_1 = \frac{10 - 8}{6} = \frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{10 + 8}{6} = 3.$$

Ҷ а в о б: $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = 3$.

М и с о л и 2. Решаҳои муодилаи $4x^2+12x+9=0$ -ро меёбем. Дар ин муодила $a=4$, $b=12$, $c=9$ аст. Аз рӯи формулаи (3):

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \\ &= \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{-12}{8} = -1,5.\end{aligned}$$

Ҷ а в о б: $-1,5$.

М и с о л и 3. Муодилаи $5x^2-11x+7=0$ -ро ҳал мекунем.
Дар ин муодила $a=5$, $b=-11$, $c=7$.

$$x_{1,2} = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 7}}{2 \cdot 5} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 140}}{10} = \frac{11 \pm \sqrt{-19}}{10}$$

Азбаски $\sqrt{-19}$ маъно надорад, пас муодила дорой реша нест.

Ҷ а в о б: Муодила реша надорад.

Э з о ҳ и 2. Агар b -коэффициенти дуҷуми муодилаи (1) адади чуфт бошад, он гоҳ формулаи решаҳои муодилаи квадратиро дар намуди қулайтар навиштан мумкин аст. Дар ҳақиқат, азбаски b чуфт аст, пас чунин адади бутуни n ёфт мешавад, ки $b=2n$ аст, яъне муодилаи (1) намуди

$$ax^2+2nx+c=0$$

-ро дорад. Пас, мувофиқи формулаи (3):

$$x_{1,2} = \frac{-2n \pm \sqrt{(2n)^2 - 4ac}}{2 \cdot a} = \frac{-2n \pm 2\sqrt{n^2 - ac}}{2a} = \frac{-n \pm \sqrt{n^2 - ac}}{a}$$

Зоҳиран фаҳмост, ки агар $n^2-ac < 0$ бошад он гоҳ муодила реша надорад.

М и с о л и 4. Муодилаи $3x^2-4x+1=0$ -ро ҳал менамоем.

Мувофиқи формулаи дар боло овардашуда ($n=-2$):

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \cdot 1}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{4-3}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{1}}{3} = \frac{2 \pm 1}{3}$$

Ҷавоб: $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = 1$.



1. Кадом нфодаро дискриминанти муодилаи квадратӣ меноманд?
2. Формулаи решаҳои муодилаи квадратиро нависед. 3. Муодилаи квадратӣ чанд реша дошта метавонад? 4. Ҳангоми адади чуфт будани коэффициентҳои дуҷуми муодилаи квадратӣ бо кадом формула ёфтани решаҳои он қулайтар аст?

498. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки вай реша дорад ё на:

а) $2x^2+5x-7=0$;

б) $3x^2-7x+11=0$;

в) $4x^2+4x+1=0$;

г) $t^2-2t+2=0$?

499. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки вай дуто решаи гуногун дорад ё на:

- а) $5x^2+7x-8=0$; б) $7x^2-6x+2=0$;
в) $9x^2+12x+4=0$; г) $6x^2+13x+6=0$?

500. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки вай якто реша (дуто решаи якхела) дорад ё на:

- а) $16x^2-24x+9=0$; б) $x^2-5x+6=0$;
в) $9x^2+30x+25=0$; г) $9x^2-3x+0,25=0$?

501. Муодилаи квадратиро ҳал кунед:

- а) $3x^2-7x+4=0$; б) $y^2-10y-24=0$;
в) $p^2+p-90=0$; г) $2x^2-5x+2=0$;
д) $2x^2-7x-4=0$; е) $3x^2-10x+3=0$;
ж) $5v^2-8v+3=0$; з) $4t^2-4t+1=0$.

502. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $9x^2-6x+1=0$; б) $7y^2+7y+5=0$;
в) $3p^2+9p+10=0$; г) $18x^2-15x+2=0$;
д) $50x^2-35x+6=0$; е) $12m^2+36m+27=0$;
ж) $45t^2+60t+20=0$; з) $x^2-6x+8=0$.

503. Решаҳои муодиларо ёбед:

- а) $4x^2+x-33=0$; б) $2x^2+x+1,4=0$;
в) $-y^2+3y+5=0$; г) $18+3x^2-x=0$;
д) $16x+12x^2-3=0$; е) $5-14x+18x^2=0$;
ж) $1+36y^2-12y=0$; з) $5t-2+12t^2=0$.

504. Барои кадом қиматҳои x :

- а) қимати сеъзогии x^2-5x-5 ба 1 баробар мешавад?
б) қиматҳои бисёраъзогиҳои x^2-5x+7 ва $2x-5$ баробаранд?
в) қимати дуъзогии $2x-1$ ба қимати сеъзогии $3x^2-5x+1$ баробар аст?
г) қимати сеъзогии $-2x^2+x+6$ бо қимати дуъзогии x^2-2x якхела аст?

505. Барои кадом қиматҳои x :

- а) дуъзогиҳои x^2-x ва $4x+6$;
б) сеъзогиҳои $7x^2-6x+8$ ва x^2+x+7 дорон қиматҳои баробаранд?

506. Муодилаи квадратиро ҳал кунед:

- а) $2x^2=10-x$; б) $-5x^2=9x-13$;
в) $10-y=2y^2$; г) $y-3=y^2-15$.

507. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 5 = 0;$

б) $\frac{1}{9}x^2 + 2x - 7 = 0;$

в) $2x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6} = 0;$

г) $3x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{6} = 0.$

508. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $16 = 15x - x^2;$

б) $2y^2 - 3 = 5y;$

в) $x^2 - 10x = 10x - 96;$

г) $x = 30 - x^2.$

509. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $x(x+3) = 3;$

б) $5x(x-4) = x^2 - 16x - 1;$

в) $9x(x+1) = 3x - 1;$

г) $(x+1)(x-2) = x - 4.$

510. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(2x+1)(x+2) = 1 + (x-1)(3x+1);$

б) $(3x-1)(x-2) + (x+1)(x+2) = 1;$

в) $-x(x+7) = (x-2)(x+1);$

г) $(3x-1)(x+3) = x(1+6x).$

511. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $(x+2)^2 = 10x - 1;$

б) $(2x-3)^2 = 8x + 9;$

в) $3x^2 + 51 = 7(x+1)^2;$

г) $(x-1)^2 - 5 = (2-x)^2.$

512. Муодиларо ҳал намоед:

а) $\frac{x^2 - 1}{2} - 7x = 7;$

б) $\frac{4x^2 - 1}{3} = x(10x - 9);$

в) $\frac{x^2 - x}{3} = \frac{5x - 5}{2};$

г) $\frac{4}{5}x^2 - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{5}.$

513. Муодиларо ҳал кунед:

а) $0,7x^2 = 1,3x + 2;$

б) $7 - 0,4y = 0,2y^2;$

в) $x^2 - 1,6x = 0,36;$

г) $x^2 - 2x = -2,31.$

514. Оё чунин қимати a вуҷуд дорад, ки барояш баробар дуруст аст (агар вуҷуд дошта бошад, онро ёбед):

а) $2a + 1,2 = 3a^2 + 1,45;$

б) $0,1a - 1,4 = 0,09a^2 + 0,01?$

Машқҳо барои такрор

515. Қимати ифодаро ҳангоми $x = 0,5$ будан ёбед:

$$\frac{x+1}{2x-1} - \frac{x-1}{2x+2} - \frac{2}{1-x^2}.$$

516. Ҳисоб кунед:

$$\sqrt{29-12\sqrt{5}} - \sqrt{29+12\sqrt{5}}.$$

517. Касри даҳии давриро ба касри ратсионалӣ гардонед:

а) 1,(10); б) 0,1(01).

518. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{2x}{5} - \frac{x+18}{6} = 23 + \frac{x}{30}$; б) $\frac{x-1}{3} + \frac{2x+1}{5} = \frac{3x-1}{4}$.

519. Бе сохтани графикҳо координатаҳои нуқтаи буриши графикҳои функсияҳои хаттӣ:

а) $y=5x-2$ ва $y=2x$ -ро ёбед;

б) $y=4x-9$ ва $y=3$ -ро ёбед.

29. ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲОИ МАТНӢ БО ЁРИИ МУОДИЛАҲОИ КВАДРАТӢ

То ҳол тарзҳои гуногуни ҳал кардани муодилаи квадратиро муоина карда, доир ба манбаҳои воқеии пайдоиши ин гуна муодила чизе нагуфтем. Вале дар п.25 қайд шуда буд, ки муодилаи квадратӣ яке аз муҳимтарин маводи (аппарати) математикӣ мебошад. Сабаби ин дар он аст, ки масъалаҳои гуногуни математика, физика, техника ва дигар илмҳои амалӣ бо ёрии муодилаҳои квадратӣ ҳал карда мешаванд. Ҳалли чанд масъалаи матнии поён гувоҳи ин гуфтаҳоианд.

М а с њ а л а и 1. Як тарафи росткунча аз дигараш 6 см хурд буда, масоҳаташ 40 см² аст. Тарафҳои росткунчаро ёбед.

Ҳ а л. Бигузур тарафи калони росткунча x см аст. Тарафи дигараш $(x-6)$ см буда, масоҳаташ ба $x(x-6)$ см² баробар аст.

Мувофиқи шарт масъала дорем

$$x(x-6)=40$$

$$x^2-6x-40=0.$$

Аз ин ҷо

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 40 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{6 \pm 14}{2}.$$

$$x_1 = -4; \quad x_2 = 10.$$

Қимати x мувофиқи маънои масъала бояд адади мусба бошад. Ин шартро танҳо решаи дуюм, яъне адади 10 қаноат мекунонад.

Ҷ а в о б: 10 ва 4 см.

М а с ъ а л а и 2. Қисм бо суръати аввали 25 м/сония амудан ба боло партофта шуд. Баъди чанд сония вай дар баландии 20 м мешавад?

Ҳ а л. Аз курси физика маълум аст, ки агар муковимат ҳаво ба эътибор гирифта нашавад, он гоҳ баландии h (бо метр) ки қисми ба таври амудӣ ба боло партофташуда баъди t сонӣ дар он воқеъ аст, бо формулаи

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

ифода мешавад, ки дар ин ҷо v_0 -суръати аввала (бо м/сония), g -шиتابи озодафтӣ, ки тақрибан 10 м/сония² мебошад.

Қиматҳои $h=20$ см ва $v_0=25$ м/сония-ро ба формула гузошта ҳосил мекунем:

$$20 = 25t - 5t^2.$$

Аз ин ҷо

$$5t^2 - 25t + 20 = 0.$$

Барои осонии ҳисоб ҳар ду қисми муодиларо аъзо ба аъзо ба 5 тақсим мекунем:

$$t^2 - 5t + 4 = 0.$$

Муодилаи квадратии ҳосилшударо ҳал намуда меёбем, ки $t_1=1$ ва $t_2=4$ мебошад.

Ҳамин тавр, қисм пас аз 1 сония дар баландии 20 м воқеъ буда, пас аз он як муддат амудӣ ҳаракат карда, сонӣ ба паст фурумадан сар мекунад. Қисм баъди 4 сония боз дар баландии 20 м мешавад.

Ҷ а в о б: Баъди 1 сония ва баъди 4 сонияи болопартоӣ қисм дар баландии 20 м аст.

М а с ъ а л а и 3. Оё секунҷаи росткунҷае вучуд дорад, ки тарафҳои он бо се адади тоқӣ пай дар пай ифода шаванд?

Ҳ а л. Фарз мекунем, ки чунин секунҷа вучуд дорад ва ададҳои тоқӣ пай дар пай $2n+1$, $2n+3$ ва $2n+5$ тарафҳои он ҳастанд. Мувофиқи теоремаи Пифагор квадрати гипотенуза ба суммаи квадрати катетҳо баробар аст, яъне

$$(2n+1)^2+(2n+3)^2=(2n+5)^2.$$

Муодилаи ҳосилшударо содда мекунем:

$$4n^2+4n+1+4n^2+12n+9=4n^2+20n+25,$$

$$4n^2-4n-15=0.$$

Аз ин ҷо меёбем: $n_1 = -1\frac{1}{2}$; $n_2 = 2\frac{1}{2}$.

Решаҳои ҳосилшуда бутун-нестанд, пас ба саволи масъала тунин ҷавоб додан мумкин аст: се адади тоқи пай дар пай мавҷуд аст, ки тарафҳои секунҷаи росткунҷа ба онҳо баробар бошанд.

520. Ҳосили зарби нисфи адад бар сеяки он ба 24 баробар аст. Ин ададро ёбед.

521. Ҳосили зарби ду адади натуралӣ, ки яке аз дигараш 2 воҳид калон аст, ба 63 баробар мебошад. Ин ададро ёбед.

522. Адади 130-ро ба намуди ҳосили зарби ду адад, ки яке аз дигаре 3 воҳид хурд аст, ифода намоед.

523. Оё секунҷаи росткунҷае мавҷуд аст, ки тарафҳояш бо се адади натуралӣ пай дар пай ифода меёбад?

524. Оё чунин секунҷаи росткунҷае вучуд дорад, ки тарафҳояш бо се адади чуфти пай дар пай ифода мешавад?

525. Мол ба миқдори фоизе, ки ба нархаш баробар аст, кимат карда шуд. Нархи молро ёбед, агар маълум бошад, ки вай 2,25 сомонӣ кимат шудааст.

526. Дарозии қитъаи росткунҷавӣ аз бараш 5 бор калон аст. Ҳангоми бари қитъаро 9 м зиёд кардан масоҳати он 4 маротиба меафзояд. Андозаҳои аввалаи қитъаро ёбед.

527. Дарозии қитъаи заминӣ росткунҷавӣ аз бараш 5 бор калон буда, масоҳаташ 720 м² аст. Дарозӣ ва бари қитъаро ҳисоб кунед.

528. Бари росткунҷа аз дарознаш се бор кам аст. Дарозии росткунҷаро ёбед, агар маълум бошад, ки масоҳаташ 27 см² мебошад.

529. Нисбати катетҳои секунҷаи росткунҷа 5:12 буда, гипотенузааш 26 см аст. Катетҳоро ёбед.

530. Тарафҳои росткунҷаеро ёбед, ки масоҳаташ 72 см² буда, периметраш 18 см аст.

531. Ҳосили зарби ду адади натуралӣ ба 75 ва ҳосили ҷамъашон ба 20 баробар аст. Ин ададхоро муайян намоед.

532. Гипотенузаи секунҷаи росткунҷа ба 13 см баробар аст. Яке аз катетҳо нисбати дигарӣ 7 см зиёд аст. Катетҳои секунҷаро ёбед.

533. Периметри росткунҷа ба 85 см баробар буда, диагоналаш 32,5 см аст. Тарафҳои росткунҷа ёфта шаванд.

534. Дарозии яке аз катетҳои секунҷаи росткунҷа аз гипотенуза 3 см хурд ва катети дигар аз гипотенуза 6 см хурд мебошад. Дарозии гипотенузаро ёбед.

535. Ду адади натуралӣ пай дар пайро ёбед, ки суммаи квадратҳои онҳо ба 221 баробар бошад.

536. Толори мактаб 192 ҷойи нишаст дорад. Шумораи ҷойҳои нишастӣ ҳар як қатор аз шумораи умумии қаторҳо 4-то зиёд аст. Дар толор чанд қатор ҷой ҳаст?

Машқҳо барои такрор

537. Ифодаро содда намоед:

$$\left(\frac{a+1}{2a-1} - \frac{1}{2a^2-2} \right) \cdot \frac{2a+2}{a+2}$$

538. Адади номаълуми x -ро аз таносуб ёбед:

$$\text{а) } 3,75 : 10,4 = 3 \frac{11}{13} : x; \quad \text{б) } \frac{a+1}{a-1} = \frac{a^2-1}{ax}$$

539. Зарбқунандаро аз таҳти реша бароред:

$$\text{а) } (a+v) \sqrt{\frac{1}{(a+v)^2}}; \quad \text{б) } \sqrt{5(x^2 + 2xy + y^2)}$$

540. Барои қадом қимати v баробарӣ дуруст аст:

$$\text{а) } v:3^2=3; \quad \text{б) } v^4:49=7^2?$$

541. Дар касса 98-то тангаҳои 1, 3 ва 5 сомонӣ ҳаст. Тангаҳои 3 сомонӣ нисбати 1 сомониҳо 10-то зиёд ва тангаҳои 5 сомонӣ нисбати 3 сомониҳо 7 бор зиёд аст. Дар касса чандтоғ тангаҳои 1, 3 ва 5 сомонӣ ҳаст?

30. МУОДИЛАИ КВАДРАТИИ ИСЛОҲШУДА. ТЕОРЕМАИ ВИЕТ

Т а ъ р и ф. Муодилаи квадратии коэффитсиенти якумаш баробари якро муодилаи квадратии ислоҳшуда меноманд.

Масалан, муодилаҳои $x^2-7x+10=0$ ва $x^2+10x-25=0$ муодилаҳои ислоҳшуда мебошанд.

Дар муодилаи квадратии ислоҳшуда коэффитсиенти дуюмро бо ҳарфи p ва аъзои озодро бо ҳарфи q ишорат мекунанд:

$$x^2+px+q=0, \quad (4)$$

Формулаҳои решаҳои ин муодиларо меорем. Барои ин аз формулаи (3)-и п.28, ки он решаҳои муодилаи квадратии умумии

$$ax^2+bx+c=0$$

-ро ифода мекунанд, истифода мебарем, яъне аз формулаи

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Муодилаи ислоҳшудаи (4) бо муодилаи намуди умумӣ, ки дар он $a=1$, $b=p$, $c=q$ аст, яхела мебошад. (Дискриминанти муодилаи (4) D ба p^2-4q баробар аст. Ҳангоми $D>0$ будан, вай дорони ду реша мебошад). Бинобар ин формулаи решаҳои (4) намуди

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

$$\bar{e} \quad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad (5)$$

-ро дорад.

Байни коэффитсиентҳои муодилаи квадратии ислоҳшудаи (4) ва решаҳои он вобастагӣҳое ҷой доранд, ки онҳо ба математики машҳури франсавӣ Франсуа Виет (1540-1603) мансуб буда, ҳамчун теоремаи ба ӯ ҳамном маъмул аст.

Т е о р е м а и В и е т. Суммаи решаҳои муодилаи квадратии ислоҳшудаи (4) ба коэффитсиенти дуюми бо аломати муқобил гирифташуда баробар буда, ҳосили зарби решаҳо ба аъзои озод баробар аст.

Исбот. Бигузор x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи (4) мебошанд. Нишон додан даркор аст, ки $x_1 + x_2 = -p$ ва $x_1 \cdot x_2 = q$ мебошад. Мувофиқи формулаи (5)

$$x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}; \quad x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Сумма ва ҳосили зарби решаҳо ҳисоб мекунем:

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} - \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p;$$

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right) = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \\ &- \left(\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right)^2 = \frac{p^2}{4} - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = \frac{p^2}{4} - \frac{p^2}{4} + q = q. \end{aligned}$$

Инак, $x_1 + x_2 = -p$ ва $x_1 \cdot x_2 = q$ аст.

Дурустии теорема исбот карда шудааст.

Эзоҳи 1. Ҳангоми $D = p^2 - 4q = 0$ будан муодилаи (4) якто реша дорад. Агар чунин шуморем, ки ҳангоми $D = 0$ будан, муодилаи квадратӣ дорой ду решаи баробар мебошад, яъне

$$x_1 = x_2 = -\frac{p}{2} \text{ аст, он гоҳ}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p; \quad x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right) \left(-\frac{p}{2}\right) = \frac{p^2}{4} = \frac{4q}{4} = q.$$

Ҳамин тарик, дар ин ҳолат ҳам теоремаи Виет дуруст аст.

Эзоҳи 2. Аз теоремаи Виет истифода карда, вобастагии байни решаҳо ва коэффитсиентҳои муодилаи квадратии умумии

$$ax^2 + bx + c = 0$$

-ро муқаррар мекунем. Ин муодила ба муодилаи квадратии ислоҳшудаи

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

баробаркувва аст. Бинобар ин мувофиқи теоремаи Виет

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Аҷоибаш ин аст, ки тасдиқоти баръакс нисбати тасдиқоти теоремаи Виет низ дуруст мебошад.

Т е о р е м а (теоремаи баръакси Виет). Агар суммаи ададҳои m ва n ба $-p$ ва ҳосили зарбашон ба q баробар бошад, он гоҳ онҳо решаҳои муодилаи квадратии ислухшудаи (4) мебошанд.

И с б о т. Мувофиқи шарт $m+n=-p$ ва $mn=q$ аст. Пас муодилаи (4)-ро дар намуди

$$x^2 - (m+n)x + mn = 0$$

навиштан мумкин аст. Ба ҷои x дар муодила адади m -ро гузошта, ҳосил мекунем:

$$m^2 - (m+n)m + mn = m^2 - m^2 - mn + mn = 0,$$

яъне адади m решаи муодилаи (4) аст. Айнан ҳамин тавр нишон дода мешавад, ки адади n решаи муодила мебошад.

Дурустии теоремаи баръаксро нишон додаем.

Акнун мисолҳои татбиқи теоремаи Виет ва теоремаи баръакси онро дида мебароем.

М и с о л и 1. Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодилаи $4x^2 - 7x + 3 = 0$ -ро меёбем.

Дискриминанти муодила $D = (-7)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 49 - 48 = 1$ адади мусбат аст. Пас муодила дорон ду решаи гуногун мебошад.

Мувофиқи эзохи 2 ҳосили ҷамъи решаҳо ба $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ ва ҳосили

зарбашон ба $\frac{3}{4}$ баробар аст.

Теоремаи баръакси Виет имконият медиҳад, ки дуруст будани решаҳои ёфташудаи муодила санҷида шавад.

М и с о л и 2. Муодилаи $x^2 + 3x - 54 = 0$ -ро ҳал карда, дуруст будани решаҳоро аз рӯи теоремаи баръакс месанҷем.

Мувофиқи формулаи решаҳои муодилаи квадратии ислухшудаи (5) дорем:

$$x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 54} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{225}{4}} = -\frac{3}{2} \pm \frac{15}{2}.$$

Аз ин чо $x_1 = -9$; $x_2 = 6$.

Акнун нишон мекунем, ки решаҳои муодила дуруст ёфт шудаанд. Дар муодила коэффитсиенти p ба 3, аъзои озод q ба -54 баробар аст. Суммаи ададҳои ёфташудаи -9 ва 6 баробари -3 ва ҳосили зарби онҳо баробари -54 мебошад. Пас, мувофиқи теоремаи баръакси Виет ин ададҳо решаҳои муодилаи $x^2 + 3x - 54 = 0$ мебошанд.

М и с о л и 3. Муодилаи:

а) $6x^2 - x - 12 = 0$;

б) $6x^2 - 17x + 12 = 0$

-ро ҳал накарда, аломати решаҳои яшро муайян мекунем.

а) Азбаски $a = 6 > 0$, $c = -12 < 0$ аст, пас $D = b^2 - 4ac > 0$, яъне муодила дорои ду решаи гуногун аст. Ҳосили зарби ин решаҳо ба адади манфӣ -12 баробар аст, бинобар ин аломати решаҳо гуногун мебошад.

б) Азбаски $D = (17)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 12 = 289 - 288 = 1 > 0$ аст, пас муодила ду реша дорад. Ҳосили зарби решаҳо ба адади мусбат $\frac{12}{6} = 2$ баробар аст, бинобар ин аломати решаҳои якхела аст. Суммаи решаҳо адади мусбати $\frac{17}{6}$ аст, пас ҳар ду реша мусбатанд.

Аз теоремаи баръакси Виет истифода карда аз рӯи ду адади додашудаи дилхоҳ муодилаи квадратие сохтан мумкин аст, ки ин ададҳо решаҳои он мебошанд.

М и с о л и 4. Муодилаи квадратиро, ки решаҳои яш ададҳои $x_1 = -4$ ва $x_2 = 6$ ҳастанд месозем.

Мувофиқи додашудаҳо

$$x_1 + x_2 = -4 + 6 = 2,$$

$$x_1 \cdot x_2 = -4 \cdot 6 = -24.$$

Муодилаи матлуб муодилаи $x^2 - 2x - 24 = 0$ мебошад.

Қайд мекунем, ки барои ҳар гуна $a \neq 0$ ададҳои -4 ва 6 решаҳои муодилаи $a(x^2 - 2x - 24) = 0$ низ ҳастанд.

Мисоли 5. Муодилаи квадратиро, ки решаҳояш $x_1 = -\frac{8}{9}$

ва $x_2 = \frac{5}{6}$ мебошанд, менависем:

$$x_1 + x_2 = -\frac{8}{9} + \frac{5}{6} = -\frac{1}{18}, \quad x_1 \cdot x_2 = -\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{20}{27}$$

Муодилаи матлуб

$$x^2 + \frac{1}{18}x - \frac{20}{27} = 0 \quad \text{ё} \quad 54x^2 + 3x - 40 = 0$$

мебошад.

? 1. Теоремаи Виетро баён кунед ва онро исбот намоед. 2. Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ ба чӣ баробар аст? 3. Теоремаи баръакси Виетро баён карда, онро исбот намоед. 4. Татбики ин теоремаҳоро дар мисолҳо фаҳмонед.

542. Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодиларо ёбед:

а) $2x^2-9x-10=0$;

б) $y^2-10y+14=0$;

в) $x^2-270x=0$;

г) $5x^2+12x+7=0$;

д) $-x^2+x=0$;

е) $x^2-14x+46=0$;

ж) $x^2+12x+31=0$;

з) $x^2+9x-6=0$.

543. Муодиларо ҳал накарда, аломати решаҳояшро муайян намоед:

а) $x^2+4x-5=0$;

б) $x^2+5x+3=0$;

в) $x^2-5x+3=0$;

г) $x^2-8x-7=0$;

д) $5x^2+17x+16=0$;

е) $\sqrt{3}x^2 - 12x - 7\sqrt{3} = 0$;

ж) $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$;

з) $3x^2+6x-5=0$.

544. Муодиларо ҳал намуда, дурустии решаҳоро аз рӯи теоремаи баръакси Виет санҷед:

а) $4x^2-5x-6=0$;

б) $5x^2-8x-4=0$;

в) $x^2-2x-5=0$;

г) $2x^2+5x-3=0$;

д) $12x^2-4x-1=0$;

е) $x^2-8=0$;

ж) $3x^2-7=0$;

з) $7x^2-9x=0$.

545. Дар муодилаи $x^2+px-24=0$ яке аз решаҳо ба 6 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти p -ро ёбед.

546. Яке аз решаҳои муодилаи $x^2-12x+q=0$ ба 12,5 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти q -ро ёбед.

547. Яке аз решаҳои муодилаи $3x^2+qx+15=0$ ба 7 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти q -ро ёбед.

548. Яке аз решаҳои муодилаи $8x^2-12,5x+c=0$ ба 2 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти c -ро ёбед.

549. Фарқи решаҳои муодилаи квадратии $x^2-12x+q=0$ ба 2 баробар аст. Решаҳо ва q -ро ёбед.

550. Фарқи решаҳои муодилаи квадратии $2x^2-x+c=0$ ба 6 баробар аст. Решаҳо ва c -ро ёбед.

551*. Решаҳои x_1 ва x_2 -и муодилаи $3x^2-8x-15=0$ -ро ҳисоб накarda, қимати ифодаи:

а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;

б) $x_1^2 + x_2^2$.

-ро ёбед.

552. Нишон диҳед, ки муодила решаҳои аломаташон якхеларо надорад:

а) $4x^2+231x-1=0$;

б) $2x^2-437x-7=0$.

553. Муодилаи квадратии ислохшударо аз рӯи решаҳои додашудааш соzed:

а) 5 ва 7;

б) -2 ва 3;

в) -4 ва -0,4;

г) 2,5 ва -3;

д) $-\frac{4}{5}$ ва $\frac{4}{5}$;

е) $1\frac{1}{5}$ ва 0,2;

ж) 0,2 ва -3,2;

з) -0,1 ва 0,2;

и) 0,5 ва -0,3.

Машқҳо барои такрор

554. Қасрро ихтисор кунед:

а) $\frac{4x^2-9}{2x+3}$;

б) $\frac{(a-3)^2}{6-2a}$.

555. Қимати ифодаи

$$\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2+4\sqrt{xy}}{x+\sqrt{xy}+1}$$

-ро ҳангоми $x=4$ ва $y=6$ будан ҳисоб кунед.

556. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{x(x-3)}{6} - \frac{x}{2} = 0;$

б) $\frac{x(x+3)}{3} + \frac{8+x}{4} = 2.$

557. Графикро насохта, координатаҳои нуқтаҳои буриши графики функсияи $y=11x-2,2$ -ро бо тирҳои координатавӣ муайян намоед.

§10. МУОДИЛАҲОИ РАТСИОНАЛИИ КАСРӢ

31. ҲАЛЛИ МУОДИЛАҲОИ РАТСИОНАЛИИ КАСРӢ

Муодилаҳое, ки қисми чап ё рости онҳо, ё ҳар ду қисм, ифодаҳои ратсионалианд, *муодилаҳои ратсионалий* ном доранд. Масалан, муодилаҳои

$$\frac{2x+1}{3} = 3(7-x), \quad 3x^2-2x=1, \quad x - \frac{6}{x} = -3x-2, \quad \frac{x-3}{2x+3} = \frac{2x-7}{x+7}$$

муодилаҳои ратсионалианд.

То ҳол мо муодилаҳои ратсионалиеро муоина карда будем, ки қисмҳои чапу рости онҳо ифодаҳои бутун буданд, яъне махраҷҳояшон тағйирёбанда надоштанд. Ин гуна муодилаҳоро *муодилаҳои бутун* меноманд. Муодилаи ратсионалий, ки қисми чап ё росташ ва ё ҳар ду қисмаш ифодаи касрӣ аст, *муодилаи касрӣ* ном дорад.

Масалан, дутои муодилаҳои аввалин дар боло овардашуда муодилаҳои бутун буда, дутои боқимонда муодилаҳои ратсионалии касрӣ мебошанд.

Мисол 1. Муодилаи бутуни

$$\frac{2x-1}{4} + \frac{x}{3} = 2,5x$$

-ро ҳал менамоем.

Ҳар ду қисми муодиларо ба хурдтарин махраҷи умумии касрҳои дар он дохилбуда, адади 12 зарб мекунем. Дар натиҷа муодилаи ба муодилаи додашуда баробарқувваи аз каср озоди

$$3(2x-1)+4x=30x$$

хосил мешавад.

Муодилаи охиринро ҳал карда меёбем, ки $x = -\frac{3}{20}$ аст.

М и с о л и 2. Муодилаи ратсионалии касрии

$$\frac{4}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} = 3 \quad (1)$$

-ро ҳал мекунем.

Ба монанди мисоли пешина ҳар ду қисми муодиларо ба махраҷи умумии касрҳо, яъне ба ифодаи $x^2-4=(x-2)(x+2)$ зарб карда, муодилаи бутуни

$$4-(x+2)=3(x^2-4) \quad (2)$$

-ро ҳосил менамоем.

Зоҳиран фаҳмост, ки ҳар як решаи муодилаи (1) решаи муодилаи (2) мебошад. Вале муодилаи (2) метавонад бо муодилаи (1) баробарқувва набошад, чунки ҳар ду тарафи онро мо на ба адади аз нул фарқкунанда, балки ба ифодаи дорои тағйирёбанда зарб кардаем ва ин ифода метавонад, барои ягон қимат баробари нул шавад. Бинобар ин на ҳар як решаи муодилаи (2) ҳатман решаи муодилаи (1) аст.

Муодилаи (2)-ро содда карда, муодилаи квадратии

$$3x^2+x-14=0$$

-ро ҳосил мекунем, ки решаҳои он ададҳои $x_1 = -2\frac{1}{3}$ ва $x_2=2$ мебошанд.

Акнун месанҷем, ки ин ададҳо решаҳои муодилаи (1) ҳастанд ё на.

Ҳангоми $x = -2\frac{1}{3}$ будан, махраҷи умумӣ x^2-4 ба нул

мубаддал намешавад. Пас, адади $-2\frac{1}{3}$ решаи муодилаи (1) аст.

Ҳангоми $x=2$ будан, махраҷи умумӣ x^2-4 баробари нул аст, бинобар ин ифодаҳои $\frac{1}{x^2-4}$ ва $\frac{1}{x-2}$ маъно надоранд. Аз ин сабаб, адади 2 решаи муодилаи (1) нест.

Инак, танҳо адади $-2\frac{1}{3}$ решаи муодилаи (1) мебошад.

Умуман, тарзи ҳал кардани муодилаҳои касриро ба марҳалаҳои зерин ҷудо кардан мумкин аст:

- а) ёфтани махраҷи умумии касрҳои дар муодила буда;
- б) зарб кардани ҳар ду қисми муодила ба махраҷи умумӣ;
- в) ҳал кардани муодилаи бутуни ҳосилшуда;
- г) хориҷ кардани ҳамон решаҳои муодилаи бутун, ки онҳо махраҷи умумиро ба нул мубаддал мекунанд.

М и с о л и 3. Муодилаи

$$\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} = \frac{4-x}{x^2+2x}$$

-ро ҳал мекунем.

Махраҷро ба зарбкунандаҳо ҷудо карда ҳосил мекунем:

$$\frac{2}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x(x-2)} = \frac{4-x}{x(x+2)}$$

Махраҷи умумӣ: $x(x-2)(x+2)$.

Схемаи умумии ёфтани ҳалли муодилаи касриро татбиқ менамоем:

$$\begin{aligned} 2x-(x+2) &= (x-2)(4-x), \\ 2x-x-2 &= 4x-x^2-8+2x, \\ x^2-5x+6 &= 0, \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2},$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 3.$$

Агар $x=2$ бошад, он гоҳ $x(x-2)(x+2)=0$; агар $x=3$ бошад, он гоҳ $x(x-2)(x+2) \neq 0$ аст.

Ҷ а в о б: 3.

- ?** 1. Мисолҳои муодилаҳои бутун ва касриро оред. 2. Чаро муодилаи бутуне, ки дар натиҷа ба махраҷи умумӣ зарб кардани қисмҳои муодилаи касрӣ ҳосил мешавад, на ҳамеша ба муодилаи касрӣ баробарқувва аст? 3. Марҳалаҳои ҳалли муодилаҳои касриро номбар кунед.

558. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{x^2}{x+4} = \frac{x}{x+4}$; б) $\frac{x^2-3x+5}{2x-1} = \frac{-x^2-2x+8}{2x-1}$; в) $\frac{y^2}{y^2-4} = \frac{5y-6}{y^2-4}$

г) $\frac{y^2}{y-2} = \frac{-7y+6}{2-y}$; д) $\frac{1+3x}{1-2x} = \frac{5-3x}{1+2x}$; е) $\frac{2y+1}{y+1} = \frac{3}{y}$

ж) $\frac{10}{x-3} = \frac{8+x}{x}$; з) $\frac{x-1}{2x+3} = \frac{2x-1}{3-2x}$; и) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-5}{1-x}$

559. Муодиларо ҳал намоед:

а) $\frac{3x-2}{x+1} - 1 = 0$; б) $\frac{5}{2x-3} = x-6$; в) $\frac{10}{7-x} = x$

г) $\frac{x^2-9}{3} = \frac{3(x-3)}{2}$; д) $\frac{6}{x} = 2x-1$; е) $\frac{x^2+2x}{x+1} = \frac{2x}{5}$

ж) $\frac{x^2-3x+2}{8x-4} = 0$; з) $\frac{16x^3-x}{x+3,2} = 0$; и) $2x = \frac{8}{x+3}$

560. Решаи муодиларо ёбед:

а) $\frac{15}{x-2} = \frac{14}{x} + 1$; б) $\frac{2}{x-3} + \frac{14}{x} = 3$

в) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x} = \frac{5}{4}$; г) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{20}$

д) $\frac{40}{x-20} - \frac{40}{x} = 1$; е) $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+4} = 1$

ж) $\frac{180}{x} - 1 = \frac{180}{x+6}$; з) $\frac{2}{x-1} + \frac{4}{x} = 4$

561. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} = \frac{5}{8}$; б) $\frac{4}{x-2} + \frac{4}{x+2} = 1,5$

в) $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1$; г) $\frac{2y-3}{y+3} + \frac{y+3}{y-3} = 5$

$$д) \frac{6}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = \frac{x-2}{x+1};$$

$$е) \frac{2}{x^2-4} + \frac{x-4}{x(x+2)} = \frac{1}{x(x-2)};$$

$$ж) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{10}{3};$$

$$з) \frac{1}{4x^2-1} + \frac{1}{54} = \frac{1}{2(2x-1)}.$$

562. Барои кадом қиматҳои x :

а) қимати функцияи $y = \frac{3x-2}{x+6}$ ба $-4; 0; 2$ баробар мебошад?

б) қимати функцияи $y = \frac{x^2-2x+3}{x+3}$ ба $-16; 2; 6$ баробар

мешавад?

563. Нишон диҳед, ки муодила реша надорад:

$$а) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{10}{3} + \frac{36}{x^2-9};$$

$$б) \frac{1}{1-x} + \frac{1}{2-x} = \frac{1}{(x-1)(x-2)}.$$

564. Муодиларо ҳал кунед:

$$а) \frac{5+2x}{4x-3} = \frac{3(x+1)}{7-x};$$

$$б) \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} = \frac{10}{y};$$

$$в) \frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12};$$

$$г) \frac{7y-3}{y-y^2} - \frac{1}{y-1} = \frac{5}{y(y-1)}.$$

565. Решаи муодиларо ёбед:

$$а) 5x+2 = \frac{8}{1-3x};$$

$$б) \frac{15}{7x-3} = 2x-1;$$

$$в) 2x + \frac{23}{2x-7} = -4;$$

$$г) 2x + \frac{70,5}{4x+9} = 7,5.$$

566. Муодиларо ҳал кунед:

$$а) \frac{18}{x+3} = \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x-1};$$

$$б) \frac{3}{2+x} + \frac{6}{x+1} = \frac{16}{x+3};$$

$$в) \frac{27}{x+4} - \frac{8}{x+3} = \frac{20}{x+5};$$

$$г) \frac{5}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{16}{x-3}.$$

567. Муодиларо ҳал кунед:

$$\text{а) } \frac{x-4}{3-x} - \frac{x+1}{x+3} = \frac{x-9}{x^2-9}; \quad \text{б) } \frac{6-x}{x-5} + \frac{2x+1}{x^2-25} = \frac{x+7}{5+x};$$

$$\text{в) } \frac{x^2-8}{x^2-4} = \frac{1}{x+2} - \frac{3}{x-2}; \quad \text{г) } \frac{10}{y^2-y} + \frac{1}{y-y^2} = \frac{1}{1+y};$$

568*. Решаҳои муодиларо ёбед:

$$\text{а) } \frac{x-2}{x-1} + \frac{x+2}{x-1} = \frac{x+11}{x+3} + \frac{1}{3}; \quad \text{б) } \frac{5}{x-1} - \frac{4}{3-6x+3x^2} = 3;$$

$$\text{в) } \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2-1} = 0; \quad \text{г) } \frac{4}{9x^2-1} + \frac{1}{3x^2-x} = \frac{4}{9x^2-6x+1};$$

Машқҳо барои такрор

569. Оё ададҳои:

$$\text{а) } x_1 = \sqrt{2}, \quad x_2 = 1 + \sqrt{2}; \quad \text{б) } x_1 = \sqrt{2}, \quad x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

решаҳои муодилаи квадратии $x^2+px+q=0$, ки дар ин ҷо p ва q ададҳои ратсионалианд, шуда метавонанд?

570. Қимати ифодаи $x^2-2xy+y^2$ -ро ҳангоми $x = 4 + 3\sqrt{2}$, $y = 4 - 3\sqrt{2}$ будан ёбед.

571. Исроҳот кунед, ки фарқи куби адад ва ҳуди он ба 6 тақсим мешавад.

572. Суммаи секаратаи рақамҳои адади дурақама ба ҳуди адад баробар аст. Агар ба ин адад 45-ро зам кунем, он гоҳ ададери ҳосил мекунем, ки ҳангоми ҷойиваз кардани рақамҳои он адади аввала ҳосил мешавад. Адади аввалари ёбед.

573. Ифодаро содда намоед:

$$\text{а) } \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \sqrt{y}; \quad \text{б) } \sqrt{x} - \frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}.$$

32. ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҶОИ МАТНӢ БО ЁРИИ МУОДИЛАҶОИ РАТСИОНАЛӢ

Бисёр масъалаҳоро бо ёрии муодилаҳои ратсионaлӣ ҳал кардан мумкин аст. Барои тасдиқи ин ақида чанд масъалаҳои мушаххасро муоина менамоем.

М а с ъ а л а и 1. Мототсиклон 105 км роҳро тай намуда, аз сабаби вайронии роҳ дар қисми боқимондаи роҳ, ки 132 км-ро ташкил меод, суръати худро 2 км/соат кам намуд. Суръати аввалии мототсиклонро ёбед, агар маълум бошад, ки тамоми роҳро вай дар муддати 7 соат тай кардааст.

Ҳ а x км/соат суръати аввалии мототсиклон аст. Суръати камшуда бошад ба $(x-2)$ км/соат баробар мешавад.

Мототсиклон қисми якуми роҳро дар муддати $\frac{105}{x}$ соат ва қисми

дуюми роҳро дар муддати $\frac{132}{x-2}$ соат тай мекунад. Пас, вақти дар

тамоми роҳ сарф кардашуда ба $\left(\frac{105}{x} + \frac{132}{x-2}\right)$ соат баробар аст.

Мувофиқи шарти масъала ин вақт ба 7 соат баробар аст. Аз ин ҷо

$$\frac{105}{x} + \frac{132}{x-2} = 7.$$

Ин муодиларо ҳал мекунем:

$$105(x-2) + 132x = 7x(x-2),$$

$$237x - 210 = 7x^2 - 14x,$$

$$7x^2 - 251x + 210 = 0,$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{251 \pm \sqrt{(251)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 210}}{2 \cdot 7} = \frac{251 \pm \sqrt{63001 - 5880}}{14} = \\ &= \frac{251 \pm \sqrt{57121}}{14} = \frac{251 \pm 239}{14}. \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{251 - 239}{14} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}, \quad x_2 = \frac{251 + 239}{14} = \frac{490}{14} = 35.$$

Решаи якум $x_1 = \frac{6}{6}$ ношоам аст, чунки $x_1 - 2 = \frac{6}{7} - 2 < 0$.

(Суръат адади мусбат аст).

Ҷавоб: 35 км/соат.

М а с ъ а л а и 2. Ду чумак ҳавзро дар 16 соат аз об пур мекунанд. Пас аз 4 соат чумаки якумро бастанд ва чумаки дуюм дар муддате ҳавзро аз об пур кард, ки он аз муддати пур кардани тамоми ҳавз аз тарафи чумаки якум 12 соат зиёд аст. Дар алоҳидагӣ ҳар як чумак дар чанд соат ҳавзро аз об пур карда метавонист?

Ҳ а л. Фарз мекунем, ки чумаки якум ҳавзро дар x соат пур мекунад. Пас, дар як соат вай $\frac{1}{x}$ қисми ҳавзро пур менамояд.

Ҳангоми якҷоя кор кардан, онҳо дар як соат $\frac{1}{16}$ қисми

ҳавзро аз об пур менамоянд. (Дар 4 соати кори якҷоя онҳо $\frac{1}{4}$ ҳиссаи ҳавзро пур мекунанд). Пас, чумаки дуюм дар як соат $\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{x}\right)$ қисми ҳавзро аз об пур мекунад. Аз тарафи дигар, дар $(x+12)$ соат чумаки дуюм ҳавзро аз об пур кард, яъне дар ин муддат $\frac{3}{4}$ ҳиссаи ҳавзро. Пас, дар як соат ин чумак

$\frac{3}{4} : (x+12) = \frac{3}{4(x+12)}$ ҳиссаи ҳавзро аз об пур мекунад.

Ин мулоҳизаҳо ба муодилаи зерин меоранд:

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{x} = \frac{3}{4(x+12)}$$

Қисмҳои чап ва рост муодила ҳамон як бузургӣ-ҳиссаи ҳавзро, ки дар як соат чумаки дуюм онро бо об пур менамояд, ифода менамоянд.

Муодилаи ҳосил кардаамонро ҳал мекунем. Ба махраҷи умумӣ $-16x(x+12)$ ҳар ду қисми муодиларо зарб карда ҳосил менамоем:

$$\begin{aligned}x(x+12)-16(x+12)&=12x, \\x^2-16x-192&=0,\end{aligned}$$

$$x_{1,2} = 8 \pm \sqrt{64 + 192} = 8 \pm \sqrt{256} = 8 \pm 16.$$

$$x_1 = -8, \quad x_2 = 24.$$

Решаи якум шарти масъаларо каноат намекунад. Чумаки дуум

дар як соат $\frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{1}{48}$ хиссаи хавзро пур мекунад. Пас, вай

дар 48 соат хавзро пур менамояд.

Ч а в о б: 24 ва 48 соат.

М а с ъ а л а и 3. Коргар дар мӯхлати муайян бояд 200 детал истехсол намояд. Вай ҳар соат аз нақша 5-тогӣ зиёд детал истехсол намуда, супоришро 2 соат пеш аз мӯхлат иҷро кард. Супоришро коргар дар чанд соат иҷро намудааст.

Ҳ а л. Бигузор микдори детале, ки коргар дар як соат истехсол мекунад, ба x баробар аст. $\frac{200}{x}$ вақтест, ки дар муддати

он коргар супоришро иҷро менамояд. Мувофиқан, $\frac{200}{x+5}$

вақтест, ки дар муддати он коргар ҳар соат $x+5$ детал истехсол карда, супоришро 2 соат пеш иҷро намудааст.

Мувофиқи шарти масъала, муодилаи

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2$$

-ро ҳосил мекунем. Ин муодиларо табдил дода ба муодилаи квадратии

$$2x^2 + 10x - 1000 = 0$$

дору мешавем. $x_1 = -\frac{70}{4}$ ва $x_2 = 20$ решаҳои ин муодилаанд.

Решаи якум ношоям аст. Решаи дуум нишон медиҳад, ки коргар ҳар соат 20 детал истехсол карда, супоришро дар 10 соат иҷро мекунад. Вале вай ҳар соат $x_2 + 5 = 20 + 5 = 25$ детал истехсол карда, супоришро дар $10 - 2 = 8$ соат иҷро кардааст.

Ч а в о б: Коргар супоришро дар 8 соат иҷро кардааст.

574. Махраҷи касри один дуруст аз сураташ 3 воҳид калон аст. Агар ба сурати каср 6 ва ба махраҷаш 7-ро зам кунем,

касре ҳосил мешавад, ки махрачи он аз махрачи касри аввала 2 воҳид кам аст. Касри авваларо ёбед.

575. Сурати касри оддин дуруст аз махрачаш 7 воҳид хурд аст. Агар суратро якто кам ва махрачро 9-то зиёд кунем, касре ҳосил мешавад, ки аз касри аввала 4 бор камтар аст. Касри авваларо ёбед.

576. Қайқи мотордор дар 8 соат 39 км ба самти чараёни дарё ва 35 км ба муқобили чараён шино кард. Агар суръати чараёни дарё 3 км/соат бошад, суръати қайқ дар оби ором чӣ қадар аст?

577. Киштӣ 45 км масофаро ба самти чараёни дарё тай карда, дар бандар 4 соат истод ва баъд ба ҷои аввала баргашт. Тамоми ин муддат 12 соатро ташкил дод. Суръати чараёнро ёбед, агар суръати ҳаракатӣ киштӣ дар оби ором 12 км/соат бошад.

578. Ду мошин дар як вақт аз шаҳр ба қишлоқ, ки масофаашон 120 км аст, равон шудаанд. Суръати мошини якум назар ба суръати мошини дуюм 20 км/соат зиёд буд, бинобар ин вай ба ҷои таъиншуда 1 соат пештар омада расид. Суръати ҳар як моширо ёбед.

579. Автобус аз вокзал ба фурудгоҳ, ки дар масофаи 40 км воқеъ аст, равон шуд. Баъди 10 дақиқа аз паси ӯ таксӣ ба роҳ баромад. Ба фурудгоҳ ҳар ду дар як вақт омада расиданд. Суръати таксӣ аз суръати автобус 20 км/соат зиёд мебошад. Суръатҳои таксӣ ва автобусро муайян кунед.

580. Як велосипедрон масофаи 30 км-ро назар ба велосипедрони дигар, ки суръаташ нисбатан 3 км/соат камтар аст, 20 дақиқа тезтар тай намуд. Ҳар як велосипедрон бо қадом суръат ҳаракат кардааст?

581. Масофаи ду шаҳрро, ки 300 км аст, қаторай одамқаш аз қаторай борқаш 1,5 соат тезтар тай менамояд. Суръати қаторай одамқаш аз суръати қаторай борқаш 10 км/соат зиёд аст. Суръати ҳар як қатора чанд аст?

582. Қатора барои баргараф кардани ақибмони 1 соата суръаташро дар тӯли 720 км назар ба суръати аввалааш 10 км/соат зиёд намуд. Суръати аввалаи қатораро ёбед.

583. Қаторай тезгард масофаи 96 км-ро назар ба қаторай одамқаш 40 дақиқа зудтар тай мекунад. Суръати ҳар як

катораро ёбед, агар маълум бошад, ки фарқи байни суръати онҳо ба 12 км/соат баробар мебошад.

584. Ҳавзро ду чумак дар $1\frac{7}{8}$ соат аз об пур мекунанд.

Чумаки якум дар алоҳидагӣ назар ба чумаки дуҷум ҳавзро 2 соат зудтар пур менамояд. Ҳар як чумак алоҳида ҳавзро дар чанд соат аз об пур мекунад?

585. Ду кас алафзорро дар 12 соат медараванд. Агар нисфи алафзорро шахси якум даравида, баъд нисфи дигарашро шахси дуҷум даравад, 25 соат вақт сарф мешавад. Ҳар кадоми онҳо дар алоҳидагӣ алафзорро дар чанд соат медараванд?

586. Аҳмад дар 6 соат ва Алӣ дар 8 соат қитъаи заминро нарм карда метавонанд. Агар онҳо ҳамроҳ кор кунанд, замин дар чанд соат нарм карда мешавад?

587. Ду қатора аз ду шаҳри масофаи байнашон 720 км ба пешвози якдигар ҳаракат карданд ва дар нимроҳа дучор омаданд. Агар қаторани дуҷум нисбати қаторани якум 1 соат дертар равон шуда, бо суръати 4 км/соат зиёдтар (нисбати суръати қаторани якум) ҳаракат карда бошад, суръати ҳар як қатора чӣ қадар аст?

588. Ду бригада ба дарахтшинонӣ машғул буданд. Бригадаи якум назар ба дуҷум ҳар рӯз 40 дарахтӣ зиёд мешинанд ва ҳамагӣ 270 дарахт шинонд. Бригадаи дуҷум ду рӯз зиёд кор карда, ҳамагӣ 250 дарахт шинонд. Ҳар як бригада чанд рӯзӣ ба дарахтшинонӣ машғул шудааст?

589. Якчанд кас хӯрок хӯрда, бояд 175 сомонӣ меоданд. Азбаски дутои онҳо пул надоштанд, дигарон мачбур шуданд, ки 10 сомонӣ зиёд диҳанд. Чанд кас хӯрок хӯрдааст?

590. Микдори тухмҳои ду зани ба бозор омада 100-то аст. Микдори тухмҳои ҳар кадом гуногун аст, вале аз фурӯш ҳар ду пули баробар ба даст оварданд. Яке аз онҳо ба дигараш гуфт: «Агар тухмҳои ту дар дасти ман мебуданд, ҳамаашро ба 15 сомонӣ мефурӯхтам». Дигарӣ ҷавоб гардонд: «Агар тухмҳои ту дар дастам мебуданд, ман онҳоро ба $6\frac{2}{3}$ сомонӣ мефурӯхтам». Ҳар як зан чанд дона тухм дошт?

Машқҳо барои такрор

591. Исробот кунед, ки баробарӣ дуруст аст:

а) $\frac{\sqrt{17} + 4}{\sqrt{17} - 4} + \frac{\sqrt{17} - 4}{\sqrt{17} + 4} = 66$; б) $\frac{1}{13 + 2\sqrt{40}} + \frac{1}{13 - 2\sqrt{40}} = \frac{26}{9}$

592. Баробарӣ барои кадом қиматҳои x дуруст аст:

а) $(5x+1)^2=5x+1$; б) $4(x+3)^2=(2x+6)^2$?

593. Қасро иҳтисор намоед:

а) $\frac{a^3 - 1}{1 - 2a + a^2}$; б) $\frac{ax - 2x - 4a + 8}{3a - 6 - ax + 2x}$

594. Қимати q -ро ёбед, ки барояш фарқи решаҳои муодилаи $x^2 - 4x + q = 0$ ба 2 баробар аст.

595. Муодилаи квадратии ислоҳшударо созед, ки ададҳои

$\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$ ва $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$ решаҳоиаш мебошанд.

596. Махраҷи қасри $\frac{3}{2 - \sqrt{3}}$ -ро аз иррационалӣ озод кунед.

33. ТАРЗИ ГРАФИКИИ ҲАЛЛИ МУОДИЛАҲО

Муодилаи $x^2=4$ -ро дида мебароем. Мо ҳанӯз тарзи ҳал кардани ин муодиларо намедонем. Агар ҳар ду қисми ин муодиларо ба $x \neq 0$ тақсим намоем, он гоҳ муодилаи ба пешина

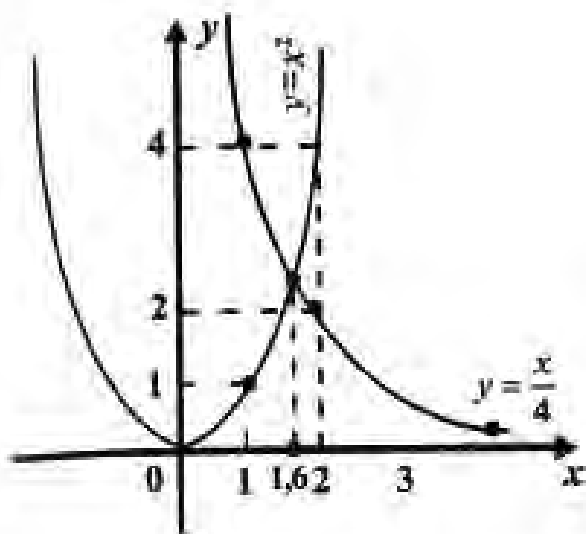
баробарқувваи $x^2 = \frac{4}{x}$ -ро ҳосил мекунем. Қимати тақрибии решаҳо бо ёрии графикҳо ёфтани мумкин аст. Барои ин дар як

ҳамвории координатавӣ графики функсияҳои $y=x^2$ ва $y = \frac{4}{x}$ -ро (расми 9) месозем. Ин графикҳо ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд. Абсиссаи нуқтаи буриш ҳамон қимати тағйирёбандаи

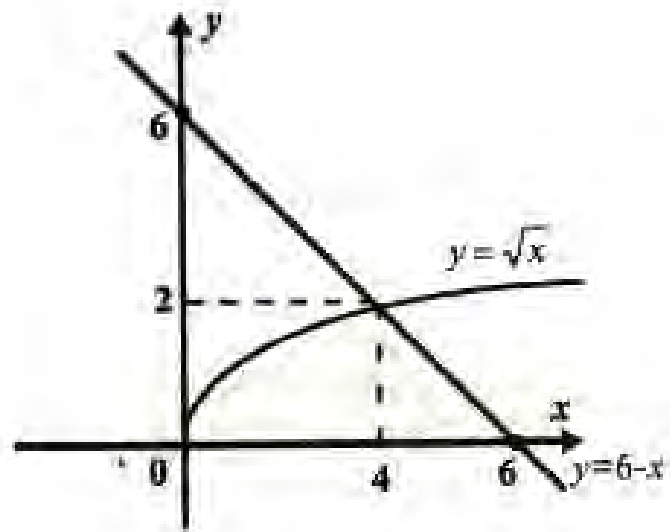
x мебошад, ки дар он ифодаҳои x^2 ва $\frac{4}{x}$ қиматҳои якхела мегиранд. Ин аст, ки абсиссаи нуқтаи буриши графикҳои функ-

сияҳои $y=x^2$ ва $y = \frac{4}{x}$ решаи муодилаи $x^2 = \frac{4}{x}$ мебошанд. Ба

1,6 баробар будани қимати тақрибии реша аз расм намоён аст.



Расми 9.



Расми 10.

Ин тарзи ҳалли муодиларо *тарзи графикӣ* ҳалли муодила меноманд.

Боз як мисоли бо ин тарз ҳал кардани муодиларо муоина мекунем. Муодилаи $\sqrt{x} = 6 - x$ -ро ҳал мекунем. Соҳаи муайянии функсияи $y = \sqrt{x}$ маҷмӯи ададҳои гайриманфӣ аст. Графикҳои ин функсияро дар п.17 муоина карда будем. Графикҳои функсияи хатии $y = 6 - x$ хатии рост аст. Дар як системаи координатавӣ ин графикҳоро месозем (расми 10). Графикҳо ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд. Аз расм аён аст, ки абсиссаи ин нуқта 4 аст. Пас $x = 4$ решаи матлуби муодилаи мазкур мебошад.



1. Моҳияти тарзи графикӣ ҳалли муодиларо дар мисоли мушаххас фаҳмонед.

597. Бо тарзи графикӣ решаи мусбати муодиларо ёбед:

а) $x^2 = x + 2$;

б) $x^2 + 1,5x - 2,5 = 0$.

598. Муодиларо аввал бо тарзи графикӣ, баъд бо ёрии формулаи решаҳо ҳал кунед:

а) $x^2 = 0,5x + 3$;

б) $x^2 - 4x + 3 = 0$.

599. Муодиларо бо тарзи графикӣ ҳал намоед:

а) $\frac{10}{x} = -x + 7$;

б) $\frac{8}{x} = x^2$;

в) $\frac{6}{x} = x^2$.

600. Графики функцияҳои $y = \frac{1}{x}$ ва $y = ax + b$ -ро, ки дар ин чо a ва b ягон ададанд, дар як системаи координатавӣ кашида, аз рӯи онҳо муайян намоед, ки муодилаи

$$\frac{1}{x} = ax + b$$

дорои чанд реша буда метавонад.

601. Муодиларо графикӣ ҳал намоед:

а) $\sqrt{x} = x - 6$; б) $\sqrt{x} = -x + 2$; в) $\sqrt{x} = \frac{4}{x}$.

Машқҳо барои такрор

602. Маълум, ки $\left(3\frac{2}{5} - x\right) : 4,2 = 6,24 - x$. x -ро ёбед.

603. Аҳмад ва Алӣ дар як вақт ба шаҳр, ки дар масофаи 30 км воқеъ аст, равон шуданд. Аҳмад дар як соат назар ба Алӣ 1 км зиёд роҳ гашта, ба шаҳр 1 соат пештар расид. Суръати онҳоро муайян кунед.

604. Ифодаро содда кунед:

а) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$; б) $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{a}}{a - 7}$.

605. Дар фурӯдгоҳ 800 кас интизори тайёраанд. 35%-и онҳо мардҳо мебошанд. Аз миқдори умумии занҳою кӯдакон 75%-ро занҳо ташкил медиҳанд. Дар фурӯдгоҳ чандто зан ва чандто кӯдак интизори тайёра мебошанд?

606. Маълум, ки адади 3 решаи муодилаи $4x^2 + ax + 9 = 0$ аст. Коэффитсиенти a -ро ёбед.

Маълумоти таърихӣ

Муодилаҳои квадратӣ ва тарзҳои ҳалли онҳо дар замони қадимтарин маълум буданд. Вавилониҳо қариб чор ҳазор сол пеш муодилаҳои квадратиро, ки бо чен кардани қитъаҳои замин алоқаманд буданд, ҳал мекарданд. Дар Юнони қадим (Пифагор,

Уқлидус) муодилаҳои квадратиро бо тарзи геометрӣ ҳал менамуданд. Аввалин шуда тарзи алгебравии ҳалли муодилаи квадратиро Диофант (асри III) пешниҳод кардааст. Аз 13 китоби ӯ, ки бо номи умумии «Арифметика» маълум аст, дар 6-тоаш чандин масъалаҳо бо ёрии муодилаи квадратӣ ҳал шудаанд. Масалан, масъалаи зерин: «Ду ададҳо ёбед, ки суммашон ба 20 ва ҳосили зарбашон ба 96 баробар аст». Диофант моҳирона тағйирёбандаро интихоб карда муодилаи $(10+x)(10-x)=96$ ё $100-x^2=96$, ё ки $x^2-4=0$ -ро ҳосил мекунад. Решаи муодила $x=2$ -ро ёфта, баъд ададҳои матлубро ҳамчун $10+x=12$ ва $10-x=8$ ҳосил мекунад. Ҳалли $x=-2$ барои Диофант вучуд надорад, чунки математикаи Юнон танҳо бо ададҳои мусбат сару кор дошт.

Олими ҳинд Брахмагупта (асри VII) қондан ҳалли муодилаи квадратии намуди $ax^2+bx=c$ -ро, ки дар ин ҷо $a>0$ аст, баён кардааст. Қондан Брахмагупта моҳиятан бо қондан имрӯза якхела аст.

Математики хоразмӣ Абӯабдулло Муҳаммад ибни Мусои Хоразмӣ (ал-Хоразмӣ) (780-850) асосгузори илми математикаи асрҳои миёнаи Осиёи Марказӣ буда, ба ақидаи муаррихи маъруфи илм – америкоӣ Чорч Сартон математики бузургтарини замони худ ва дар мавриди ба инобат гирифтани ҳамин вазъиятҳо, яке аз барҷастатарин математикҳои тамоми замонҳо мебошад. Калонтарин хизмати ӯ дохил кардани ҳисоби мавқеӣ аст. Хоразмӣ дар асари арифметикии худ «Дар бораи ҳисоби ҳиндӣ» рақамгузори мавқеиро, ки онро альфон ҳамма медонанд, пешниҳод кардааст. Дар ин рисола бо рақамҳои 0, 1, 2, ..., 9, ки ҳамчун рақамҳои арабӣ маъмуланд (дар асл рақамҳои ҳиндӣ буда, дар ҳазораи 1 то миллод пайдо шудаанд), тарзи ифода кардани адади дилхоҳ нишон дода мешавад. Қоидаҳои иҷроӣ амалҳои арифметикӣ бо ададҳои натуралӣ, ки онҳо айнан қоидаҳои ҳозирро мемуранд ва қондан азрешабарорӣ (аз рӯи 2 бор зиёд ё кам кардани адад) дар китоб низ дарҷ гардидаанд.

Асари дигари Хоразмӣ «Китоб ул мухтасар фи ҳисоб ал-ҷабр ва-л-муқобала» зинаи нави тараққиёти математика аст. Дар асар маълумоти мухтасар доир ба иҷроӣ амалҳо бо ифодаҳои алгебраӣ, баъзе мисолҳо оиди тарзи ҳалли алгебравии сеқунҷаҳо ва миқдори зиёди масъалаҳо роҷеъ ба тақсимооти мерос, ки бо муодилаҳои тартиби як ифода карда мешаванд,

гирд оварда шудаанд. Вале дар он диққати асосӣ ба омӯзиши муодилаҳои квадратӣ равона шудааст. Муттафакир нишон медиҳад, ки ҳар гуна муодилаи квадратӣ бо истифодаи амалиётҳои ал-ҷабр ва ал-муқобала ба яке аз намудҳои зерин оварда мешавад ($a, b, c > 0$): 1) $ax^2 = bx$; 2) $ax^2 = c$; 3) $bx = c$; 4) $ax^2 + bx = c$; 5) $ax^2 + c = bx$; 6) $bx + c = ax^2$. «Ал-ҷабр» (истилоҳи «алгебра» дар натиҷаи ба латинӣ гардондани ин калима пайдо шудааст!) мусбат гардондани аъзоҳои манфии муодила мебошад, ки моҳияташ аз як қисм ба қисми дигари муодила гузаронидани аъзои манфии он аст.

Масалан, муодилаи $4x^2 + 30 - 18x = 18 + 2x^2 - 8x$ дар натиҷаи истифодаи ал-ҷабр ба муодилаи $4x^2 + 30 + 8x = 18 + 2x^2 + 18x$ мубаддал мешавад. Акнун мувофиқи методи «ал-муқобала» аъзоҳои монандро ихтисор бояд кард. Барои ин онҳоро муқоиса намуда, аз аъзои калон аъзои ба он монанди хурдро тарҳ кардан лозим аст: $2x^2 + 12 = 10x$. Ғайри ин муодиларо бош ба шакли каноникӣ ($a = 1$) бояд овард, яъне ба шакли $x^2 + 6 = 5x$, чунки танҳо барои ҳамин ҳолат қоидаи ёфтани решаи мусбат пешниҳод шудааст. Диққати асосӣ ба омӯзиши муодилаҳои намудҳои 4) - 6) ҷалб карда мешавад. Онҳо дар мисоли муодилаҳои $x^2 + 10x = 39$; $x^2 + 21 = 10x$; $3x + 4 = x^2$ муҳокима мешаванд. Олим нишон медиҳад, ки муодилаҳои намуди 4) ва 6) фақат якто ва танҳо якто реша доранд (решаи дигарӣ, манфӣ аст); муодилаи намуди 5) 2 реша дорад ғ умуман реша надорад. Шартҳои мавҷудияти решаҳо, аз он ҷумла шартҳои ягона (дучанда) будани реша, оварда мешаванд. Қоидаҳо барои мисолҳои мушаххас тавсиф шудаанд, вале ҳамин тавр, ки умумӣ кардани онҳо мушқилоте надорад. Қоидаҳо бо ёрии табдилдиҳиҳои геометрии фигураҳои росткунҷавӣ асоснок карда шудаанд, ки ин ба табдилдиҳиҳои алгебравии мо рост меоянд.

Масалан, қоидаи ҳалли муодилаи

	x	5
x	x^2	$5x$
5	$5x$	25

$x^2 + 10x = 39$ ин тавр асоснок карда мешавад: номаълуми x чун ҳат, x^2 чун квадрат, ки дар ин ҳат сохта шудааст, ҳосили зарби $10x$ ҳамчун суммаи ду росткунҷаи тарафҳояшон x ва 5 тасвир карда мешаванд. Ин росткунҷаҳо ва квадрат фигураи шакли Г доштаи

масоҳаташ ба 39 баробарро ташкил медиҳанд. Баъд ин фигура бо квадрати тарафаш 5, то квадрати масоҳаташ ба 64 баробар, пурра карда мешавад. Тарафи квадрати пурра якбора ҳам ба $x+5$ ва ҳам ба 8 баробар аст. Пас $x+5=8$ ва $x=3$. Чӣ тавре мебинем, Хоразмӣ решаҳои муодиларо бо ёрии элементҳои геометрия меёбад.

Акнун тарзи алгебравии ҳалли муодилаи $x^2+21=10x$ -ро, ки ба Хоразмӣ тааллуқ дорад, меорем.

1. Миқдори решаҳоро нисф намо: $10:2=5$.

2. Ин ададро бо худаш зарб намо: $5 \cdot 5=25$.

3. Аз он ададро тарҳ намо: $25-21=4$.

4. Аз реша барор: $\sqrt{4} = 2$.

5. Ин решаро ба нисфи решаҳо ҳам намо ё аз он тарҳ намо: $5+2=7$; $5-2=3$.

Агар ҳамаи амалиётҳои зикршударо бо як формула ифода намоед, он гоҳ формулаи

$$x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21}$$

-ро ҳосил мекунем. Чуноне мебинем, ҳалли Хоразмӣ бо ҳалли ҳозираамон аз рӯи формула якхела аст.

Ҳамин тариқ, хизмати асосии илмии Хоразмӣ аз он иборат аст, ки ӯ аввалин шуда, алгебраро чун илми мустақил тавсиф намуд, онро ба қолаби муайян даровард ва то асри XVIII, алгебра зери таъсири вай ҳамчун назарияи муодилаҳо тавсиф карда мешуд.

Ҳамзамони Хоразмӣ, Ибни Турк ал-Хутталӣ (аз атрофи ш. Душанбе) низ бо муодилаҳои 1) -6) машғул шудааст. Вай барои ёфтани ҳал, нисбат ба Хоразмӣ таҳлили муфассал ва шаклҳои дигари исботҳои геометриро батафсил баён кардааст.

Қоидаи умумии ёфтани ҳалли муодилаҳои квадратии намуди $x^2+bx=c$ дар Аврупо танҳо соли 1544 аз тарафи математикони немис М.Штифел (1487-1567) баён карда шудааст. Виет низ формулаи ҳалро ҳосил карда буд, вале решаҳои манфиро эътироф намекард. Математикҳои италявӣ Тарталья, Кардано, Бомбелли аввалин шуда, решаҳои манфиро дар асри XVI ба эътибор гирифтаанд. Тарзи ҳалли муодилаҳои квадратӣ, баъди

дастрас шудани асарҳои математики нидерландӣ А. Жирар (1595-1632) ва инчунин Декарту Нютон намуди ҳозиразамонро гирифт.

Вобастагии решаҳои муодилаи квадратиро аз коэффитсиентҳояш соли 1591 Виет кашф кардааст. Дар ишоратҳои ҳозираи алгебравӣ, теоремаи Виет ин тавр тавсиф карда мешавад: решаҳои муодилаи $x^2-(a+b)x+ab=0$ ададҳои a ва b мебошанд.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ Ш

Ба параграфи 8

607. Иббот кунед, ки муодила ба муодилаи квадратӣ баробарқувва аст:

а) $(x-2)(x^2+2x+4)=x(x-4)(x+3)$;

б) $(4+3x)^2-(5+2x)(5-2x)=10+(4x+1)^2$;

в) $(y+7)(y^2-7y+49)-y(y+8)(y-7)=0$;

г) $(2x+3)^3-316=(2x-1)^3$.

608. Барои кадом қиматҳои k муодилаи:

а) $\frac{1}{k^2-1}x^2-x+5=0$;

б) $2x^2-x^{k^2}+1=0$

квадратӣ аст?

609. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $x^2-25=0$; б) $\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{9}=0$; в) $-0,1y^2+22,5=0$; г) $-\frac{3}{8}y^2+2\frac{2}{3}=0$.

610. Муодиларо ҳал кунед:

а) $7x^2-4x=0$; б) $-3x^2+5x=0$; в) $x^3+x=0$; г) $3x^3-40x=0$.

611. Муодиларо ҳал намоед:

а) $(x+1)^2+(x-2)^2=5$; б) $(3x-4)^2-(2x+1)^2=-21$;

в) $(x+2)^2=(3x-1)^2-13x$; г) $(x-4)(x^2+4x+16)+28=x^2(x-25)$.

612. Барои кадом қимати a , муодила ҳал дорад:

а) $x^2=a$; б) $x^2=a^2$; в) $x^2+4a=0$; г) $x^2-9a=0$?

613. Ҳосили зарби ду адади пай дар пай аз суммаи онҳо 1-то зиёд аст. Ин адалҳоро ёбед.

614. Агар ба масоҳати квадрат, масоҳати секунҷаро, ки 28 см^2 аст, ҳамчун намоем, 77 см^2 -ро ҳосил менамоем. Тарафи квадратро ёбед.

615. Муодиларо бо тарзи чудо кардани квадрати пурра ҳал намоед:

а) $x^2-8x-1=0$;

б) $x^2+3x-2=0$;

в) $x^2-5x+6=0$;

г) $x^2-4x-5=0$;

д) $x^2+7x+12=0$;

е) $x^2+9x+14=0$;

ж) $9x^2-6x+1=0$;

з) $3x^2-2x+4=0$.

616. Тарзи чудо кардани квадрати пурраро истифода карда, исбот кунед, ки қимати ифода барои қимати дилхоҳи тағйирёбанда мусбат аст:

а) a^2+5a+7 ;

б) n^2-3n+3 ;

в) $\frac{x^2-2x+3}{11}$;

г) $\frac{p^2-7p+13}{p^2+1}$.

Ба параграфи 9.

617. Муодиларо аз рӯи формула ҳал кунед:

а) $2x^2-5x-3=0$;

б) $x^2+x-56=0$;

в) $3x^2-8x+5=0$;

г) $x^2-x-1=0$;

д) $4x^2-4x+1=0$;

е) $3x^2-3x+1=0$;

ж) $x^2+9x+20,25=0$;

з) $x^2-12x+32=0$.

618. Барои қадом қиматҳои x баробарӣ дуруст аст:

а) $3(x+4)^2=10x+32$;

б) $15(x+1)^2=31x+77$;

в) $(5x+3)^2=5(x+3)$;

г) $(5x+4)^2=5x+4$;

д) $(4x+5)^2=5x^2+4x$;

е) $(5x+3)^2=(3x+5)^2$;

ж) $(2x-3)^2=2x^2-7x$;

з) $(2x+1)^2=5x^2+4x$?

619. Решаҳои муодиларо ёфта, дурустии онҳоро санҷед:

а) $3x^2-10x+3=0$;

б) $x^2-8x-84=0$;

в) $16x^2+8x+4=0$;

г) $x^2+14x+33=0$;

д) $x^2+4x+1=0$;

е) $2y^2+11y+10=0$;

ж) $y^2+12y-13=0$;

з) $2x^2+7x-9=0$.

620. Баробарӣ айнӣ аст ё муодила? Агар муодила бошад, решаҳояшро ёбед:

а) $10x^2+19x-2=10(x-0,1)(x+2)$;

б) $x-1+(x+1)^2=(x+2)^2-2x+5$;

в) $0,5(x-6)(x-5)=0,5x^2-5,5x+15$;

г) $(2x-3)(2x+3)-1=5x+(x-2)^2$.

621. Маълум, ки яке аз решаҳои $ax^2-2x+5=0$ ба 2 баробар аст. Қимати a -ро ёбед.

622. Исбот кунед, ки яке аз решаҳои муодилаи:

а) $ax^2-(a+c)x+c=0$;

б) $ax^2-(a-b)x-b=0$

ба 1 баробар аст.

623*. Исбот кунед, ки агар муодилаҳои $ax^2+bx+c=0$ ва $cx^2+bx+a=0$, ки дар ин ҷо $a \neq 0$ ва $c \neq 0$ аст, реша дошта бошанд, он гоҳ ин решаҳо нисбати ҳамдигар адалҳои чаппаанд.

624. Барои кадом қиматҳои тағйирёбандаи x сеъзогии x^2+5x-6 ва дуъзогии $3x+2$ қиматҳои баробар қабул менамоянд? Сеъзогии $2x^2-5x+4$ ва $3x^2-7x+5$ чӣ?

625. Панҷ адади бутуни пай дар пайро ёбед, ки суммаи квадратҳои се адади аввалини онҳо ба суммаи квадратҳои ду адади охирин баробар бошад.

626. Се адади чуфти пай дар пайро ёбед, ки суммаи квадратҳои ду адади аввалини онҳо ба квадрати адади сеюм баробар бошад.

627. Квадрати суммаи ду адади натуралӣ пай дар пай аз суммаи квадрати онҳо 60 воҳид зиёд аст. Ин адалҳоро ёбед.

628. Масоҳати майдони росткунҷавӣ 160 м² аст. Дарозии майдон аз бараш 6 м зиёд мебошад. Андозаҳои майдонро ёбед.

629. Як тарафи росткунҷа аз тарафи дигараш 14 см дарозтар буда, диагоналаш ба 34 см баробар аст. Дарозии тарафҳои росткунҷаро ёбед.

630. Суммаи ду адал ба 8 ва ҳосили зарби онҳо ба 12 баробар аст. Ин адалҳоро ёбед.

631. Фарқи ду адал ба 8 ва ҳосили зарби онҳо ба 240 баробар аст. Ин адалҳоро ёбед.

632*. Периметри росткунҷа ба 12 см ва суммаи масоҳатҳои квадратҳое, ки дар тарафҳои он сохта шудаанд ба 40 см² баробар аст. Дарозии тарафҳои росткунҷа ёфта шавад.

633. Муодиларо ҳал намуда, дуруст будани решаҳоро аз рӯи теоремаи Виет санҷед:

а) $x^2 - 5\sqrt{2}x + 12 = 0$;

б) $x^2 + 2\sqrt{3}x - 72 = 0$;

в) $y^2 - 4y - 12 = 0$;

г) $z^2 - 10z + 16 = 0$.

634. Аввал коэффитсиентро ёфта, баъд муодиларо ҳал намоед:

а) $ax^2+3x-7=0$, агар решааш 3 бошад;

- б) $3x^2+6x+9=0$, агар решааш 5 бошад;
 в) $2x^2-x+c=0$, агар решааш 2 бошад;
 г) $x^2-6x+q=0$, агар фарқи решаҳо 2 бошад.

635*. Иҷбот кунед, ки барои қимати дилхоҳи v решаҳои муодилаҳои $5x^2+6x-17=0$ дорой аломати гуногунанд.

636*. Иҷбот кунед, ки барои қимати дилхоҳи a муодилаи $2x^2+7x+(a+1)^2=0$ решаҳои мусбат надорад.

637*. Фарқи решаҳои муодилаи $5x^2+6x+10=0$ ба 3 баробар аст. Адади v -ро ёбед.

638. Як решаи муодилаи $x^2+6x+q=0$ аз дигараш 2 бор калон аст. Адади q -ро ёбед.

639. Як решаи муодилаи $x^2+px+3=0$ аз дигараш 3 бор калон аст. Адади p -ро ёбед.

640*. Як решаи муодилаи $3x^2+6x+c=0$ ба $\frac{1}{2}$, дигараш ба аъзои озод баробар аст. Ададҳои v ва c -ро ёбед.

641*. Дар муодилаи $x^2+px+q=0$ коэффитсиентҳои p ва q , ки дар ин ҷо $q \neq 0$ аст, решаҳо мебошанд. Ададҳои p ва q -ро ёбед.

642*. Муодилаи $2x^2-8x-11=0$ -ро ҳал накарда: а) суммаи ҷаъбаи решаҳо; б) суммаи квадрати решаҳоро ёбед.

643*. Сумма квадрати решаҳои муодилаи $x^2+px-3=0$ ба 10 баробар аст. Адади p -ро ёбед.

644*. Муодилаи квадратие тартиб дихед, ки решаҳояш ба решаҳои муодилаи $ax^2+6x+c=0$ муқобиланд.

645*. Маълум, ки x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи $x^2+px+6=0$ буда, $x_1^2+x_2^2=13$ аст. Адади p -ро ёбед.

646*. Маълум, ки $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$ аст, ки дар ин ҷо x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи $x^2+x+q=0$ мебошанд. Адади q -ро ёбед.

647*. Муодилаи квадратие тартиб дихед, ки ҳар як решааш аз ҳар як решаи муодилаи $x^2-6x+2=0$ ду воҳид кам аст.

Ба параграфи 10.

648. Муодиларо ҳал кунед:

$$\text{а) } x + \frac{1}{x} = 2,5; \quad \text{б) } \frac{7}{x+4} + x = 4; \quad \text{в) } \frac{x^2 - 16}{x+3} = 0;$$

$$\text{г) } \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} = 0; \quad \text{д) } \frac{x}{x+1} - \frac{x+2}{x-2} = 1; \quad \text{е) } \frac{x}{2x+3} = \frac{1}{x};$$

$$\text{ж) } \frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1; \quad \text{з) } \frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} = 4; \quad \text{и) } \frac{4}{x-1} - x = 2.$$

649. Муодилаи ратсионалиро ҳал намоед:

$$\text{а) } \frac{6}{x^2 - 1} - \frac{2}{x-1} = 2 - \frac{x+4}{x+1}; \quad \text{б) } \frac{4}{x+2} - \frac{3}{x-2} - \frac{12}{4-x^2} = \frac{1}{7};$$

$$\text{в) } \frac{3}{x+2} - \frac{2x-1}{x+1} = \frac{2x+1}{(x+2)(x+1)}; \quad \text{г) } \frac{4}{x} + 5 = \frac{1}{x^2};$$

$$\text{д) } \frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+2} = \frac{3x-6}{(x-1)(x+2)}; \quad \text{е) } \frac{x-6}{x-12} - \frac{x-12}{x-6} = \frac{5}{6};$$

$$\text{ж) } \frac{14x^2}{16-x^2} + \frac{11}{x-4} = \frac{49}{x+4}; \quad \text{з) } \frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1.$$

650. Координатаҳои нуқтаи буриши графики функсияро бо тири Ox муайян намоед:

$$\text{а) } y = \frac{3x-4}{2x+1}; \quad \text{б) } y = \frac{x^2 - 7x + 10}{x-2}; \quad \text{в) } y = \frac{x^3 - 4x^2}{x-1}.$$

651. Координатаҳои нуқтаҳои буриши графики функсияҳои:

$$\text{а) } y=2x+5 \text{ ва } y = \frac{26}{x-2}; \quad \text{б) } y = \frac{x^2 - x}{x-2} \text{ ва } y=2x \text{-ро ёбед.}$$

652*. Муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{а) } \frac{x+3}{3(x-2)} + \frac{1+8x}{5(2+x)} = \frac{3(2x-1)}{x^2-4}; \quad \text{б) } \frac{5x+1}{4-x} = \frac{4x+11}{16-x^2} + \frac{2x+3}{x+4};$$

$$\text{в) } \frac{9x+12}{x^3-64} - \frac{1}{x^2+4x+16} = \frac{1}{x-4}; \quad \text{г) } \frac{3}{8y^3+1} - \frac{1}{2y+1} = \frac{y+3}{4y^2-2y+1}.$$

653*. Решаҳои муодиларо ёбед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{3x+\sqrt{2}}+\sqrt{3x-\sqrt{2}}}{\sqrt{3x-\sqrt{2}}+\sqrt{3x+\sqrt{2}}}=\frac{10}{3x-2}; \quad \text{б) } \frac{1-\sqrt{5y}}{1+\sqrt{5y}}+\frac{1+\sqrt{5y}}{1-\sqrt{5y}}=\frac{9y}{1-5y^2}.$$

654. Қимати тағйирёбандан y -ро ёбед, ки барояш:

а) суммаи касрҳои $\frac{y+1}{y-5}$ ва $\frac{10}{y+5}$ ба ҳосили зарбашон баробар аст;

б) суммаи касрҳои $\frac{2}{y-3}$ ва $\frac{6}{y+3}$ ба ҳосили тақсимашон баробар аст;

в) фарқи касрҳои $\frac{6}{y-4}$ ва $\frac{y}{y+2}$ ба ҳосили зарбашон баробар аст.

655. Қайқ дар кӯл 12 км шино карда, баъд ба муқобили ҷараёни дарё 11 км шино кард. Қайқ ба ҳамаи роҳ 1 соат вақт сарф намуд. Суръати ҷараёни дарё 2 км/соат аст. Суръати шинои қайқро дар кӯл ёбед.

656. Киштӣ дар муддати 5 соат 42 км ба самти ҷараёни дарё ва 20 км ба муқобили ҷараёни дарё шино кард. Суръати ҷараёни дарё 2 км/соат мебошад. Суръати киштиро дар оби ором муайян намоед.

657. Қайқ дар 5 соат 45 км ба самти ҷараёни дарё ва 22 км ба муқобили ҷараёни дарё шино намуд. Суръати шинои қайқро ба муқобили ҷараёни дарё ёбед, агар маълум бошад, ки суръати ҷараёни дарё 2 км/соат аст.

658. Суръати киштӣ дар оби ором 20 км/соат аст. Вай дар 3 соат 36 км ба муқобили ҷараёни дарё ва 22 км ба самти ҷараён шино кард. Суръати ҷараёни дарёро ёбед.

659. Қаторра дар тӯли 600 км баъди 0,25 ҳиссаи роҳро тай намудан 1,5 соат боздошта шуд. Барои ба ҷои зарурӣ дар вақташ омада расидан, ба қаторра лозим омад, ки суръаташро 15 км/соат зиёд намояд. Қаторра дар роҳ чӣ қадар вақт сарф кардааст?

660. Ду тайёра дар як вақт аз як фурӯдгоҳ ба фурӯдгоҳи дигар, ки масофаашон 1800 км мебошад, парвоз намуданд. Суръати тайёраи якум назар ба суръати тайёраи дуюм 100 км/соат камтар буд, бинобар ин вай ба ҷои муқарраршуда 36 дақиқа дертар омада расид. Суръати ҳар як тайёраро ёбед.

661. Мошин аз шаҳри А ба шаҳри В, ки масофаи байнашон 234 км аст, равон шуд. Баъди як соат ба пешвози \bar{y} аз шаҳри В мошини дуюм, ки суръаташ нисбати суръати мошини аввала 12 км/соат зиёд аст, ба роҳ баромад. Суръати ҳар як мошинро ёбед, агар маълум бошад, ки онҳо дар масофаи 108 км аз шаҳри В вохӯрдаанд.

662. Баъди 4 соат дарав кардани Аҳмад ба \bar{y} Алӣ ҳамроҳ шуд. Онҳо якҷоя 8 соат кор карда даравро ба итмом расонданд. Ҳар кадоми онҳо алоҳида даравро дар чанд соат ба охир мерасонд, агар маълум бошад, ки барои ин Аҳмад 8 соат зиёд вақт сарф мекард?

663. Ду кас барои дар компютер ҷоп кардани дастхат супориш гирифтанд. Пас аз 2 соат ҳамроҳ кор кардан яке аз онҳо супориши дигар гирифт ва шахси дуюм танҳо корро баъди 1 соату 20 дақиқа анҷом дод. Ҳар кадоми онҳо алоҳида дастхатро дар чанд соат ҷоп карда метавонист, агар маълум бошад, ки шахси дуюм назар ба якум барои ин 1 соату 10 дақиқа зиёд вақт сарф менамуд?

664*. Ду мошини пахтачин пахтаи майдонро нисбати мошини пахтачини якум 9 рӯз ва нисбати мошини пахтачини дуюм 4 рӯз камтар ҷамъоварӣ мекунанд. Ҳар як мошини пахтачин алоҳида пахтаро дар чанд рӯз ҷамъоварӣ карда метавонад?

665. Мувофиқи нақша бригада дар муддати якчанд рӯз бояд 216 асбоб созад. Бригада се рӯз аз рӯи нақша кор карда, дигар рӯзҳо аз нақша 8-тогӣ асбоб зиёд истехсол кард. Дар натиҷа як рӯз пеш аз мӯҳлати муқарраршуда бригада аллакай 232 асбоб истехсол карда буд. Мувофиқи нақша супориши якрӯзаи бригада чӣ қадар буд?

666. Бригадаи якум 160 костюм ва дуюмаш 100 костюм бояд дӯзанд. Бригадаи якум нисбати дуюм рӯзе 10-тогӣ зиёд костюм дӯхта, супоришро 2 рӯз пеш аз мӯҳлат иҷро намуд. Бригадаи дуюм рӯзе чандтогӣ костюм бояд дӯзад, то ки супоришро дар мӯҳлати зарурӣ иҷро намояд.

667. Велосипедрон 20 км роҳи ноҳамвор ва 60 км роҳи ҳамворро дар 6 соат тай намуд. U роҳи ноҳамворро назар ба роҳи ҳамвор бо суръати 5 км/соат кам тай кард. Суръати велосипедрон дар ҳар як қисми роҳ ёфта шавад.

668*. Муодиларо бо тарзи графикӣ ҳал намоед:

а) $\sqrt{x} = 4x$; б) $\sqrt{x} = x - 2$; в) $\sqrt{x} = \frac{1}{x}$; г) $\sqrt{x} = \frac{8}{x}$.

669*. Бо ёрии график муайян намоед, ки муодилаи $\sqrt{x} = ax + b$ вобаста ба аломати ададҳои a ва b , чандто реша дошта метавонад.

ҶАВОБҲО

461. в) $-x^2 + 9 = 0$; г) $x^2 = 0$. 463. а) $x^2 + 4x + 1 = 0$; е) $-3x^2 - 8x + 5 = 0$. 464.

а) $k \neq 0$; б) $k = -1$. 465. а) Дар чорҷағҳон 2 ва 4; б) дар чорҷағҳон 1 ва 3. 466. 2,75 ва 42. 467. Ҷуғти $(-3; 2)$ ҳалли ҳар ду система аст.

468. 7,5 га. 469. $\frac{1}{3\sqrt{2}-1}$. 470. а) $-\frac{4}{3}$; $\frac{4}{3}$; б) $-\sqrt{6}$; $\sqrt{6}$; в) реша

надорад; г) $-0,2$; $0,2$; д) реша надорад; е) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$. 471. а) $-0,5$;

$0,5$; б) -7 ; 7 ; в) -1 ; 1 ; г) $-0,2$; $0,2$; д) 0 ; е) 0 . 472. а) 0 ; $2,5$; б) 0 ; $\frac{4}{3}$; в) $-\frac{7}{8}$;

0 ; г) 0 ; $0,8$; д) 0 ; $\frac{1}{9}$; е) -2 ; 0 . 473. а) $-0,2$; 0 ; б) 0 ; 27 ; в) $-2,5$; 0 ; г) -4 ; 0 ;

д) 0 ; 18 ; е) 0 ; $2,4$. 474. а) 0 ; $0,5$; б) 0 ; $0,25$; в) 0 ; $1\frac{7}{18}$; г) 0 ; $2\frac{3}{19}$. 475.

а) 0 ; 2 ; б) -2 ; 2 ; в) реша надорад; г) 0 ; 1 ; д) -7 ; 7 ; е) 0 ; $0,4$. 476. а) -7 ; 0 ;

б) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; в) 0 ; 1 ; г) $0,125$; д) -1 ; 1 ; е) $-\sqrt{\frac{13}{6}}$; $\sqrt{\frac{13}{6}}$. 477. 2 ва 3.

478. 10 см. 479. $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$. 480. $\sqrt{\pi}R$. 481. $-5\frac{43}{225}$. 482. а) Якумаш калон; б) якумаш калон. 483. 1, 484. 6 ва 12 сомони. 485. а) $1 + \sqrt{7}$; б) $1 + \sqrt{3}$. 486. а) 4; б) $\frac{225}{4}$; в) 6; г) 4; е) $\frac{1}{16}$. 488. а) -5; б) $\frac{1}{2}$. 489. а) -1; 7; б) $-4 - \sqrt{17}$; $-4 + \sqrt{17}$; в) реша надорад; г) -1; 9. 490. а) 2; 3; б) -1; 3; г) -1; 6. 491. а) $-\frac{1}{2}$; б) -6; 2; в) -3; 2; г) $1 - \sqrt{2}$; $1 + \sqrt{2}$. 492. а) $\frac{1}{3}$; 2; б) -1; 1,5; в) -2; 1,2; г) $-\frac{5}{3}$; 1. 494. а) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$; б) $9 + \sqrt{18}(\sqrt{3} - 2)$. 495. а) $(2-x)(2+x)(4+x^2)$; б) $(2x-3y)(2x+3y)(4x^2+9y^2)$. 496. а) 4; б) 0,125. 497. 12. 498. а) Ха; б) не; в) ха; г) не. 499. а) Ха; б) не; в) не; г) ха. 500. а) Ха; б) не; в) ха; г) ха. 501. а) 1; $\frac{4}{3}$; б) -2; 12; в) -10; 9; г) $\frac{1}{2}$; 2; д) $-\frac{1}{2}$; 4; е) $\frac{1}{3}$; 3; ж) $\frac{3}{5}$; 1; з) $\frac{1}{2}$. 502. а) $\frac{1}{3}$; б) реша надорад; в) реша надорад; г) $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{3}$; д) 0,3; 0,4; е) $-\frac{3}{2}$; ж) -2; $-\frac{2}{9}$; з) 2; 4. 503. а) -3; 2,75; б) реша надорад; в) $\frac{3 - \sqrt{29}}{2}$; $\frac{3 + \sqrt{29}}{2}$; г) реша надорад; д) $\frac{-8 - 5\sqrt{5}}{12}$; $\frac{-8 + 5\sqrt{5}}{12}$; е) 0,5; 1,25; ж) $\frac{1}{6}$; з) $-\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$. 504. а) Барои $x = -1$ ва $x = 6$; б) барои $x = 3$ ва $x = 4$; в) барои $x = \frac{1}{3}$ ва $x = 2$; г) барои $x = -1$ ва $x = 2$. 505. а) Барои $x = -1$ ва $x = 6$; б) барои $x = \frac{1}{6}$ ва $x = 1$. 506. а) -2,5; 2; б) $\frac{-9 - \sqrt{341}}{10}$; $\frac{-9 + \sqrt{341}}{10}$; в) -2,5; 2;

- г)-3; 4. **507.** а)2;10; б)-21; 3; в) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{6}$; г) $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$. **508.** а) $\frac{15-\sqrt{161}}{2}$;
 $\frac{15+\sqrt{161}}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$; 3; в)8; 12; г)-6; 5. **509.** $\frac{-3-\sqrt{121}}{2}$;
 $\frac{-3+\sqrt{121}}{2}$; б)0,5; в) $-\frac{1}{3}$; г)-1; 2. **510.** а) $\frac{7-\sqrt{57}}{2}$; $\frac{7+\sqrt{57}}{2}$;
 б) $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$; в) $-3-\sqrt{13}$; $-3+\sqrt{13}$; г) $\frac{7-\sqrt{13}}{6}$; $\frac{7+\sqrt{13}}{6}$;
511. а)1; 5; б)0; 5; в)-5,5; 2; г)4. **512.** а)-1; 15; б) $\frac{1}{26}$; 1; в)1; 7,5;
 г)1; 4. **513.** а)-1; $2\frac{6}{7}$; б)-7; 5; в)-0,2; 1,8; г) реща надорад; **514.**
 а)Ҳа, барои $x = \frac{1}{6}$ ва $x = \frac{1}{2}$; б)не. **515.** -4. **516.** -6. **517.** а)1 $\frac{10}{99}$;
 б) $\frac{10}{99}$. **518.** а)130; б)7. **519.** а) $(\frac{2}{3}; \frac{4}{3})$; б)(3; 3). **520.** 12 ва -12. **521.**
 7 ва 9. **522.** 10, 13 ва -13, -10. **523.** Ҳа, 3, 4 ва 5. **524.** Ҳа, 6,8 ва
 10. **525.** 15 сомони. **526.** 15 см, 3 см. **527.** 60 см, 12 см. **528.** 9 см.
529. 10 ва 24 см. **530.** Чунин росткунҷа вучуд надорад. **531.** 5 ва
 15. **532.** 5 ва 12 см. **533.** 12,5 см, 30 см. **534.** 15 см. **535.** 10, 11.
536. 12 қатор. **537.** $\frac{a}{a-1}$. **538.** а)10 $\frac{26}{39}$; б) $\frac{(a-1)^2}{a}$. **540.** а)Барои
 27; б)барои 7. **541.** 2, 12 ва 84-то. **542.** а)4,5 ва -5; г)-2,4 ва 1,4.
543. а)Ғуногун; д)реща надорад; е)ғуногун; ж)якхела ва мусбат;
 з)ғуногун. **544.** а) $-\frac{3}{4}$; 2; б) $-\frac{2}{5}$; 2; в)-3; 5; г)-3; $\frac{1}{2}$; д) $-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$;
 е) $\pm\sqrt{8}$; ж) $\pm\sqrt{\frac{7}{3}}$; з)0; $1\frac{2}{7}$. **545.** -4; $p=-2$. **546.** -0,5; $q=-6,25$. **547.**

$\frac{5}{7}$; $a = -23\frac{1}{7}$. **548.** $-\frac{7}{16}$; $c = -7$. **549.** 5; 7; $q = 35$. **550.** -3,25; 2,75;
 $c = -17\frac{7}{8}$. **551.** а) $-\frac{8}{15}$; б) $17\frac{1}{9}$. **553.** а) $x^2 - 12x + 35 = 0$;
 з) $x^2 - 0,1x - 0,02 = 0$; и) $x^2 - 0,2x - 0,15 = 0$. **554.** а) $2x - 3$; б) $\frac{3-a}{2}$. **555.** 2.
556. а) 0; 6; б) -1,75; 0. **557.** (0,2; 0) ва (0; -2,2). **558.** а) 0; 1; б) -2; 3;
 в) 3; г) -6; 1; д) $\frac{2}{9}$; **559.** а) 2; б) 1; 7,5; в) 2; 5; г) 1,5; 3; д) -3; 4; е) $-2\frac{2}{3}$;
 0; ж) 1; 2; з) -0,25; 0; 0,25; и) -4; 1. **560.** -4; 7; б) $\frac{7}{3}$; 6; в) 0,6; 4;
 г) $-\frac{5}{3}$; 12; д) -20; 40; е) -24; 20; ж) -36; 30; з) $\frac{1}{2}$; 2. **561.** а) -1,8; 5;
 б) $-\frac{2}{3}$; 6; в) $3 \pm \sqrt{5}$; г) $\frac{-3 \pm \sqrt{513}}{4}$; д) 2; е) 3; ж) -6; 6; з) 13. **562.**
 а) Барои $x = -3\frac{1}{7}$; $x = \frac{2}{3}$; $x = 14$. **564.** а) $-\frac{11}{7}$; 2; б) 5; в) -3; $\frac{2}{3}$;
 г) -0,25. **565.** а) Реша надорад; б) $-\frac{4}{7}$; $\frac{3}{2}$; в) $\frac{3 \pm \sqrt{29}}{4}$; г) $\frac{6 \pm \sqrt{12}}{8}$.
566. а) $\frac{9}{17}$; 3; б) $-\frac{13}{7}$; 1; в) -1; 5; г) -3; 0,8. **567.** а) 4; б) -5,5; 6; в) 0;
 г) $5 \pm \sqrt{34}$. **568.** а) 0; $\frac{9 \pm \sqrt{97}}{2}$; б) $\frac{4}{3}$; $\frac{7}{3}$; в) $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$; г) $-\frac{1}{9}$; 1. **569.**
 а) Не; б) не. **570.** 72. **572.** 27. **573.** а) \sqrt{x} ; б) \sqrt{y} . **574.** $\frac{2}{5}$. **575.** $\frac{2}{9}$.
576. 10 км/соат. **577.** 3 км/соат. **578.** 60 ва 40 км/соат. **579.** 80 ва
 60 км/соат. **580.** 15 ва 18 км/соат. **581.** 40 ва 50 км/соат. **582.** 80
 км/соат. **583.** 38 ва 48 км/соат. **584.** Дар 3 ва 5 соат. **585.** 30 ва

20 соат. **586.** Дар $3\frac{3}{7}$ соат. **587.** 36 ва 40 км/соат. **588.** 3 ва 5 рӯз.
589. 7 кас. **590.** 40 ва 60 дона тухм. **592.** а) Барои $x = -0,2$ ва $x = 0$;
 б) барои ҳар гуна x . **593.** а) $\frac{a^2 + a + 1}{a - 1}$; б) $\frac{x - 4}{3 - x}$. **594.** 3. **595.**
 $x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{4} = 0$. **596.** $3(2 + \sqrt{3})$. **602.** $7\frac{51}{400}$. **603.** 6 км ва 5 км.
604. а) $\frac{x + y}{x - y}$; б) $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{7}}$. **605.** 429 зан ва 143 кӯдак. **606.** -15.
608. а) Барои $k \neq -1$ ва $k \neq 1$; б) барои $k = 2, k = 3$ ва $k = 4$. **609.** а) ± 5 ;
 б) $\pm \frac{2\sqrt{2}}{4}$; в) ± 15 ; г) $\pm \frac{8}{3}$; **610.** а) 0; $\frac{4}{7}$; б) 0; $\frac{5}{3}$; в) 0; г) $-\frac{\sqrt{40}}{3}$; 0;
 $\frac{\sqrt{40}}{3}$. **611.** а) 0; 1; б) 2; -3,6; в) $-\frac{1}{8}$; 3; г) $\pm 1\frac{1}{5}$. **612.** а) Барои $a \geq 0$;
 б) барои ҳар гуна a ; в) барои $a \leq 0$; г) барои $a \geq 0$. **613.** -1 ва 0 ё
 2 ва 3. **614.** 7 см. **615.** а) $4 \pm \sqrt{17}$; б) $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$; в) 2; 3; г) -1; 5; д) -4;
 -3; е) -7; -2; ж) $-\frac{1}{3}$; з) реша надорад. **617.** а) $-\frac{1}{2}$; 3; б) -8; 7; в) 1; $\frac{5}{3}$;
 г) $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$; д) $\frac{1}{2}$; е) реша надорад; ж) -4,5; з) 4; 8. **618.** а) -2; $-2\frac{2}{3}$;
 б) -2; $2\frac{1}{15}$; в) $-\frac{6}{5}$; $\frac{1}{5}$; г) -0,8; -0,6; д) $-2\frac{3}{11}$; -1; е) ± 1 ; ж) реша
 надорад; з) ± 1 . **619.** а) $\frac{1}{3}$; 3; б) -6; 14; в) реша надорад; г) -11; -3;
 д) $-2 \pm \sqrt{3}$; е) $\frac{-11 \pm \sqrt{41}}{4}$; ж) -13; 1; з) -4,5 1. **620.** а) ва