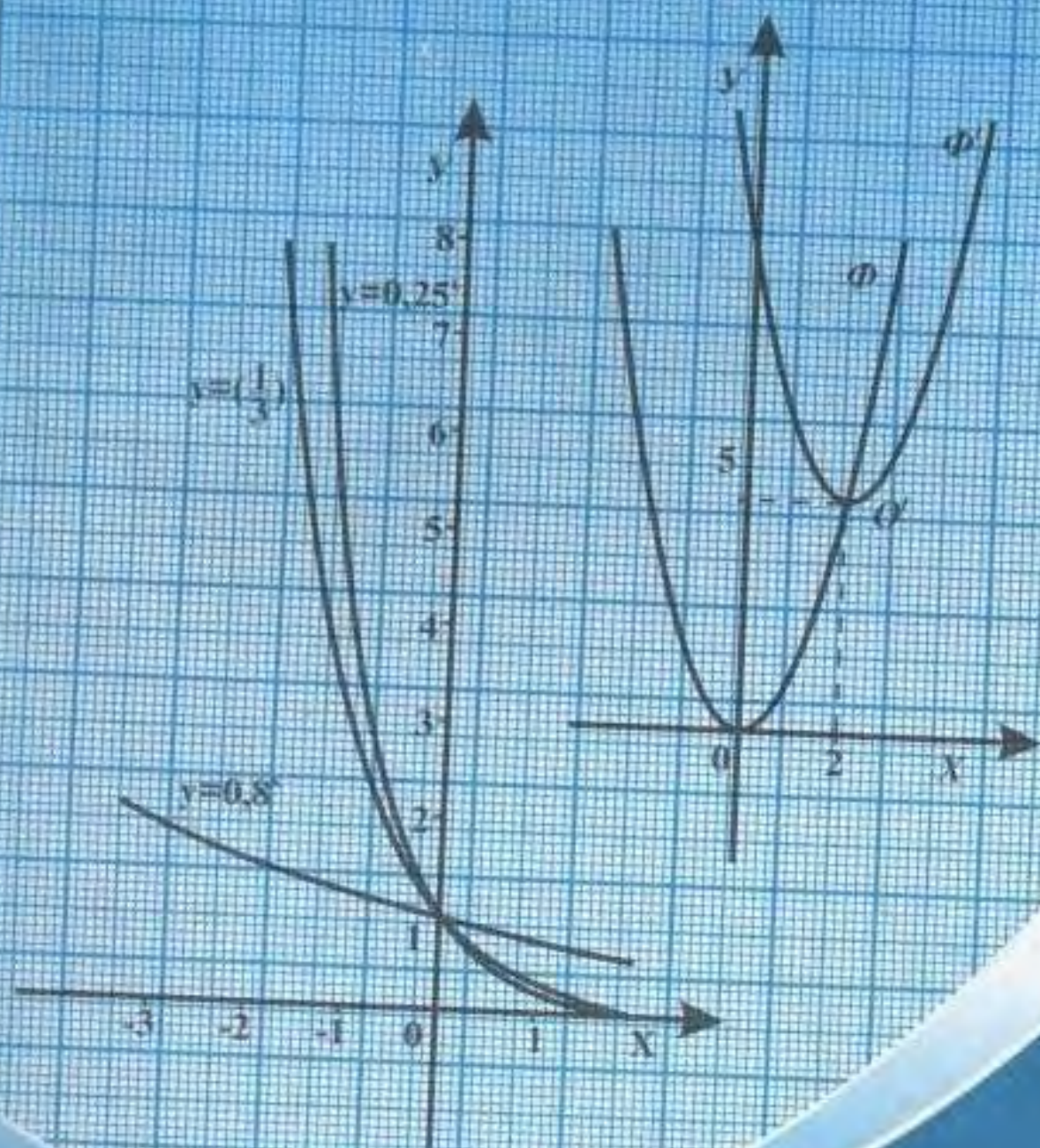


Боймурод Алиев



АЛГЕБРА



БОЙМУРОД АЛИЕВ

АЛГЕБРА

Китоби дарсӣ барои синфи 8

**Вазорати маорифи Ҷумҳурии Тоҷикистон ба чоп
тавсия кардааст.**

Душанбе
«Маориф ва фарҳанг»
2005

ББК 22.14

А-45

Алиев Б. Алгебра. Китоби дарсӣ барои синфи 8. - Душанба, «Маориф ва фарҳанг», 2005, 328 саҳ.

БОЙМУРОД АЛИЕВ

АЛГЕБРА

китоби дарсӣ барои синфи 8

Мухаррир *М.Бозорова*
Мухаррири ороиш *Р.Имоддинов*
Мухаррири техникӣ *А.Камолов*

Ба матбаа 08.07. 2005 сол супорида шуд. Ба чопаш 15.07.2005 сол имзо шуд. Андозааш $60 \times 84 \frac{1}{16}$. Қоғаз офсет. Ҳаҷми қоғаз 20,5. Чузби наشري ҳисобӣ 19,53. Супориши № . Адади наشر 10 000 нусха.

$\frac{A 8601000000}{504(12) - 2005} - 2005$

ISBN 5-670 - 00877 - 4

© Маориф ва фарҳанг, 2005

САРСУХАН

Китоби дарсии мазкур дар асоси "Барномаи алгебра барои синфҳои VII-XI" (Душанбе, "Матбуот", 2002), ки онро Вазорати маорифи Ҷумҳурии Тоҷикистон маъқул доништааст ва стандарти давлатии маълумот аз математика навишта шудааст. Амалан мундариҷаи китоб аз доираи барнома васеътар буда, қариб тамоми маводи таълимро аз фанни алгебра барои синфи 8-уми мактабҳои таълими табиӣ риёзӣ дарбар мегирад.

Дар китоб зиёда аз 4 ҳазор мисолу масъалаҳо гирд оварда шудаанд, ки ҳалли онҳо зарурияти истифодаи тамоми пахлуҳои маводи назариявиро инъикос мекунанд. Мисолу масъалаҳои ҳар як пункт чунин ҷойгир карда шудаанд, ки бо зиёд шудани рақамашон процесси ҳалли онҳо андаке мушкил мегардад. Аз ҳамаи сабаб чанд машқи аввалин дар пункти пас аз назария омадаро ҳамчун машқи шифоӣ шумурдан мумкин аст.

Дар китоб машқҳои, ки онҳоро шифоӣ ё ҳагӣ иҷро кардан зарур аст, мушаххас нишон дода намешаванд. Бо назардошти сатҳи тайёрии синф ин кор бар зиммаи омӯзгор гузошта мешавад. 8-12 машқи аввалин ҳар пункт ба сатҳи натиҷаҳои ҳатмии таълим мувофиқ меоянд. Машқҳои барои кори хонагӣ ва кори синфӣ аз ҳама ҷудо карда нашудаанд. Ин имконият медиҳад, ки вобаста ба вазъи донишу малакаи синф омӯзгор дар ин кор мустакилона рафтор намояд. Ғайр аз ин доираи васеи машқҳои китоб имконияти ба ҳар талаба бо назардошти қобилияташ фардӣ супурдани вазифаи хонагиро фароҳам меоварад, хусусан аз қисми "Машқҳои иловагӣ доир ба боб", ки дар охири ҳар як боб нисбати ҳар параграф оварда мешавад.

Ҷавобҳои машқҳои ҳар як боб дар охири ҳамаи боб оварда мешаванд. Ин имконият медиҳад, ки вақти барои санҷидани дурустии ҷавоби ёфташудаи машқ сарфа карда шавад.

Қисми зарурии маълумоти назариявиро, ки дар китоб аз курси алгебраи синфи VII баррасӣ шудааст, пеш аз гузаштани мавзӯи нав бояд хотирнишон кард.

Қисми назариявии ҳар як пункт бо овардани саволҳои барои мустаккам кардани маводи омӯзиш ва қисми машқҳои бо машқҳои

барои такрор ба охир мерасад. Дар қисми машқҳои такрорӣ мисолу масъалаҳои гирд оварда шудаанд, ки онҳо ба материалҳои синфҳои IV-VII ва пунктҳои пешина тааллуқ доранд. Рафту агар дар машқҳои пункт масъалаҳои матнӣ набошанд, он гоҳ дар қисми такрор ҳатман чунин масъала оварда мешавад.

Яке аз талаботи стандарти давлатии маълумоти умумӣ дар Тоҷикистон омӯзиши осори илмӣ ниёгон аст. Хонандагон бояд аз манзараҳои таърихи илм, аз бахшҳои илмӣ дар гирди ин ё он гоҳ, аз тақдирӣ кашфиёт, муаллифонҳои ва таъсири бевоситаи онҳо ба инкишофи ояндаи илм воқиф гарданд. Бо ҳамин мақсад дар ҳар боб доир ба пайдоиш ва ривоҷи мафҳумҳои математикии он, таърихи дохил кардани ишоратҳо ва ғайра маълумоти таърихӣ оварда мешавад. Дар айни ҳол диққати асосӣ ба кашфиёте дода мешавад, ки онҳо ба нобиғаҳои илми Шарқ, алаҳқусус Осӣён Марказӣ мансубанд. Ба андешаи мо мавҷуд будани чунин мавод дар китоби дарсӣ аз умумибашарии натиҷаҳои илмӣ гувоҳӣ дода, боиси дарки ифтихор ва ҳештаншиносӣ хоҳанд гардид.

Дар китоб як силсила масъалаҳои ҳаллашон нисбатан мураккаб оварда мешаванд. Ин масъалаҳоро ҳангоми тайёрии ба олимпиадаҳо истифода кардан мумкин аст. Дар пунктҳо бошад, машқҳои мураккабтар бо аломати * ишорат карда мешаванд.

Ҳангоми навиштани китоб баъзе машқҳо аз китоби дарсии синфи 8-ум "Алгебра" (дар зери таҳрири С.А.Теляковский - Душанбе, "Маориф", 1990), китобҳои дарсии озмоишии "Алгебра 6-8" (муаллифон Ш.О.Алимов, В.А.Илйин ва дигарон - М., "Просвещение", 1981), "Алгебра, 6-9" (муаллифон М.С.Гелфанд, В.П.Простосердов - М., "Просвещение", 1983), гирифта шудаанд. Инчунин маводи таълимии чунин мамлакатҳо ба монанди Россия, Англия, Германия, Туркия, Ўзбекистон, Қирғизистон ва ҷанде дигар мамолиқ истифода шудаанд.

Таълифи китобҳои дарсӣ барои мактабҳои миёнаи Тоҷикистон аз математика идома дорад. Китоби мазкур қадами аввалин дар қори навиштани китоби дарсӣ аз фанни алгебра барои синфи VIII мебошад. Бинобар ин муаллиф фикру мулоҳизаҳоро роҷеъ ба китоб бо қамоли қаноатмандӣ қабул хоҳад кард. Хоҳиш мешавад, ки онҳо ба суроған: 734012, Душанбе, хиёбони Айни, 45, Паҷӯхишгоҳи илмҳои педагогии Тоҷикистон фиристонда шаванд.

§1. КАСРИ РАТСИОНАЛӢ. СОҲАИ МУАЙЯНИИ ОН

1. ИФОДА ВА ҚИМАТҲОИ ОН

Чӣ тавре медонем, амалҳои ҷамъ, тарҳ, зарб, тақсим ва бадараҷабардорӣ ба нишондиҳандаи бутуни натуралӣ *амалҳои арифметикӣ* ном доранд. Аз ададҳо ва тағйирёбандаҳо бо ёрии амалҳои арифметикӣ ва қавсҳо ифода тартиб додан мумкин аст. Масалан,

$$\frac{2,4}{(5-2^2) \cdot 3\frac{1}{4}}, \quad \frac{1}{2}(m^2+n), \quad \frac{3x+2y}{(x-y)^2}, \quad \frac{1}{a+s}, \quad \frac{1}{6} \quad (1)$$

ифода мебошанд.

Ифодаи тағйирёбанда нашошта *ададӣ* номида мешавад. Ифодаи ададиро *ифодаи арифметикӣ* ҳам мегӯянд. Аз ифодаҳои дар (1) овардашуда аввалин ва охирин ададианд. Агар дар ифодаи ададӣ ҳамаи амалҳои дар он бударо мувофиқи қоидаи тартиби иҷрошон иҷро намоем, ададе ҳосил мекунем, ки он қимати ифодаи ададӣ аст. Ҳар гуна ифодаи ададӣ дорон як қимат мебошад. Ё чӣ тавре мегӯянд, якқимата аст, агар дар он ба нул тақсимшавӣ мавҷуд набошад.

Мисоли 1. Қимати ифодаи $\frac{2,4}{(5-2^2) \cdot 3\frac{1}{4}}$ ба $\frac{48}{65}$ баробар

аст.

Дар ҳақиқат,

$$\frac{2,4}{(5-2^2) \cdot 3\frac{1}{4}} = \frac{2\frac{2}{5}}{(5-4) \cdot 3\frac{1}{4}} = 2\frac{2}{5} : 3\frac{1}{4} = \frac{12}{5} : \frac{13}{4} = \frac{12 \cdot 4}{5 \cdot 13} = \frac{48}{65}$$

Қимати ифодаи тағйирёбандадор аз қимати тағйирёбандаҳои дар таркиби он буда вобаста аст. Агар қимати тағйирёбандаҳо иваз шаванд, чун қоида қимати ифода низ тағйир меёбад.

Мисоли 2. Қимати ифодаҳои зеринро ҳисоб мекунем:

а) $\frac{3a+2b}{b+4}$ ҳангоми $a=0,2$ ва $b=-0,1$ будан.

Барои чунин a ва b қимати ифода ба

$$\frac{3 \cdot 0,2 + 2 \cdot (-0,1)}{-0,1 + 4} = \frac{0,6 - 0,2}{3,9} = \frac{0,4}{3,9} = \frac{4}{39}; \frac{39}{10} : \frac{39}{10} = \frac{4}{39} \text{ баробар аст.}$$

б) $a(a^2-6a+11)$ барои $a=1$, $a=2$, $a=3$ ва $a=-1$.

Ҳангоми $a=1$ будан $1 \cdot (1^2 - 6 \cdot 1 + 11) = 1 - 6 + 11 = 6$;

Ҳангоми $a=2$ будан $2 \cdot (2^2 - 6 \cdot 2 + 11) = 2 \cdot (4 - 12 + 11) = 6$;

Ҳангоми $a=3$ будан $3 \cdot (3^2 - 6 \cdot 3 + 11) = 3 \cdot (9 - 18 + 11) = 6$

Ҳангоми $a=-1$ будан $-1 \cdot [(-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 11] = -(1 + 6 + 11) = -18$.

Ҳамин тарик, *барои ёфтани қимати ифода ҳангоми дода шудани қимати тағйирёбандаҳо дар ифодаи мазкур ба ҷои тағйирёбандаҳо қиматҳои онҳоро гузошта бо ададҳои ҳосилшуда амалҳои дар ифода бударо иҷро намудан кифоя аст.*

Вале агар ҳангоми ҳисоб кардани қимати ифода барои баъзе қиматҳои тағйирёбанда ба зарурияти ба нул тақсим кардан дучор оем, он гоҳ мегӯянд, ки *барои чунин қиматҳои тағйирёбанда, ифода қимат надорад* (ифода маъно надорад).

Мисоли 3. а) Ифодаи $\frac{4a+1}{5a-1}$ ҳангоми $a=0,2$ будан маъно

надорад, чунки ҳангоми дар ифода ба ҷои a гузоштани $0,2$ махраҷ ба нул баробар мешавад, ба нул бошад тақсим номумкин аст.

б) Ифодаи $\frac{2xy+3}{2x-3y}$ ҳангоми $x=3$ ва $y=2$ будан маъно

надорад; ҳангоми $x=6$ ва $y=4$ будан ё ҳангоми $x=9$ ва $y=6$ будан низ.

Ҳангоми ҳалли масъалаҳои матнӣ ифодаҳои гуногунро ҳосил кардан мумкин аст.

Мисоли 4. Аз ду шахр, ки масофаи онҳо S км аст, дар як вақт ба пешвози ҳамдигар ду мошин равон шуданд. Суръати якум V_1 ва суръати дуум V_2 км/соат аст. Онҳо баъди чанд соат вомехӯранд? Ба савол ҷавоб дода шавад, агар: а) $S=400$ км/соат, $V_1=40$ км/соат, $V_2=60$ км/соат; б) $S=450$ км, $V_1=53$ км/соат, $V_2=37$ км/соат бошад.

Ҳал. Бигузур t вақти вохӯрии мошинҳо аст. Мошини якум дар ин муддат $V_1 \cdot t$ км ва дуум $V_2 \cdot t$ км масофаро тай мекунанд. Зоҳиран фаҳмост, ки $V_1 t + V_2 t = S$ мебошад. Аз ин ҷо

$$t = \frac{S}{V_1 + V_2}. \quad (2)$$

Ҳамин тарик, вақти матлуб қимати ифодаи $\frac{S}{V_1 + V_2}$

буда, баробарии (2) формулаи ҳалли масъала аст. Бо ҳарфҳои S , V_1 , V_2 ва t 4 - то тағйирёбанда ишорат карда шудааст. Ададҳои дар шарти масъала буда - 400 ва 450 қиматҳои тағйирёбандаи S ; 40 ва 53 қиматҳои тағйирёбандаи V_1 ; 60 ва 37 қиматҳои тағйирёбандаи V_2 ҳастанд.

Қимати тағйирёбандаи t -ро ҳангоми дода шудани дигар тағйирёбандаҳо ҳисоб мекунем:

$$\text{а) } t = \frac{400}{40 + 60} = 4, \quad t = 4 \text{ соат}; \quad \text{б) } t = \frac{450}{53 + 37} = 5, \quad t = 5 \text{ соат}.$$

? 1. Ифодаро чӣ тавр тартиб додан мумкин аст? 2. Чӣ гуна ифода ададӣ ном дорад? Ифодаи гайриададӣ чист? 3. Ҳангоми дода шудани тағйирёбандаҳо қимати ифодаро чӣ тавр меёбанд? 4. Ибораи "ифода маъно надорад"-ро шарҳ диҳед. Мисоли чунин ифодаҳоро оред. Тағйирёбандаҳои мувофиқашонро нишон диҳед.

1. Қимати ифодаи ададиро ёбед:

$$\text{а) } 2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{2} \cdot 2,3; \quad \text{б) } \frac{4\frac{2}{5} - 3}{2,6 \cdot (1 - \frac{4}{5})};$$

$$в) \frac{6\frac{1}{15} \cdot 0,5 - 2,5 : 1,2}{0,6 : 2,4 + \frac{2}{3} \cdot 0,15};$$

$$г) 2\frac{4}{7} - \frac{4,7}{2\frac{1}{5} \cdot (4,6 - 2\frac{1}{4})};$$

2. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

$$а) 10\frac{2}{3} \cdot 0,6 + 7 : 2\frac{1}{2} - 8,6 : 1,5;$$

$$б) \frac{2,5 \cdot 1\frac{13}{15} - 4,5 : 1\frac{4}{15}}{6\frac{1}{2} : 4\frac{3}{4} - 0,5 \cdot \frac{2}{19}};$$

3. Қимати ифодаро ёбед:

$$а) \frac{2a-5}{2a+5} \quad \text{ҳангоми } a=-2;$$

$$б) x + \frac{x^2-1}{x+2} \quad \text{ҳангоми } x = \frac{1}{2};$$

$$в) \frac{v^2+4}{3v} \quad \text{ҳангоми } v=4;$$

$$г) \frac{c+2}{c} - \frac{c}{c-2} \quad \text{ҳангоми } c=1,5 \text{ будан.}$$

4. Қимати ифодаи $\frac{(a+v)^2-2}{a^2+v^2}$ хангоми:

а) $a=-1$ ва $v=-2$; б) $a=-0,5$ ва $v=1\frac{1}{2}$ будан ба чӣ баробар аст?

5. Қимати ифода ҳисоб карда шавад:

$$а) \frac{a^2-v^2}{a-v} \quad \text{ҳангоми } a=6, v=4,5; \quad б) 2a + \frac{4a^2-1}{a+1} \quad \text{ҳангоми } a = \frac{1}{2};$$

в) $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ ҳангоми $x=10, y=5$; г) $\frac{(t+z)^2-(t-z)^2}{t+z}$ ҳангоми $t=7, z=5$ будан.

6. Ифодаи зерин барои кадом қимати тағйирёбанда маъно надорад:

а) $\frac{2-a}{a-4}$; б) $\frac{4}{5x+10}$; в) $\frac{2a+1}{a}$;

г) $\frac{y}{(y-1)^2}$; д) $\frac{2x^2+1}{2x-1}$; е) $\frac{-10}{11+2x}$?

7. Барои ифода ва қиматҳои додашудаи тағйирёбанда ҳамоношро нишон диҳед, ки барояш ифода маъно надорад:

а) $\frac{a-1}{(a-5)(a+5)}$, $a=-5; -2,5; 1,2; 5; 6; 7$.

б) $\frac{4-t^2}{2t^2+t-1}$, $t=-2; -1; 0; \frac{1}{2}; 1\frac{1}{2}; 2$.

в) $\frac{x^2-x-2}{36-12x+x^2}$, $x=-1; 2; 5; 6; 7$.

г) $\frac{2y-1}{(1+y)(y-3)}$, $y=-2; -1; 0; \frac{1}{2}; 3; 3,5$.

8. Барои кадом қимати тағйирёбанда, қимати ифода ба нул баробар аст:

а) $\frac{x-2}{x^2+1}$; б) $\frac{a(a-1)}{2a-1}$; в) $\frac{t^2-9}{t^4+5}$; г) $\frac{2x-5}{x-1}$.

9. Ҷадвалро пур кунед:

x	-12	-4	-0,6	0	$\frac{1}{5}$	1	$4\frac{2}{3}$	8
$\frac{x+1}{x+2}$								

10. Қатора бо суръати V_1 км/соат t_1 соат ва бо суръати V_2 км/соат t_2 соат ҳаракат намуд. Бо кадом суръати миёна қатора тамоми роҳро тай намудааст? Суръати миёнаи қатораро бо воситаи V_1, t_1, V_2 ва t_2 ифода намоед. Суръати миёнаро ёбед, агар:
 а) $t_1=2, V_1=70, t_2=1, V_2=80$; б) $t_1=1, V_1=90, t_2=2, V_2=80$ бошад.

Машқҳо барои такрор

11. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $-6x=17$; б) $-4x = \frac{1}{7}$; в) $2x+3=1$;
 г) $(x-1)(x-2)=0$; д) $-0,7x+2=1$; е) $2-3x=5$.

12. Ифодаро содда намоед:

- а) $(x+y)(x^2-xy+y^2)-x(x^2+y^2)$;
 б) $3(a-2b)(2b+a)-0,5b(a-24b)$.

13. Аз формулаҳои зарби мухтасар истифода карда, бисёраъзогиро ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

- а) x^4-1 ; б) $9z^2-25$; в) $9a^2+24ab+16b^2$; г) $16x^2-9$.

14. Собун шакли параллелепипедро дорад ва андозаҳои он ба 8 см, 4 см ва 2 см баробар аст. Баъди 7 рӯзи истифода андозаҳои он 2 маротиба кам шуданд. Агар миқдори истифодаи ҳаррӯза тағйир наёбад, собуни боқимонда ба чанд рӯз мерасад?

2. ИФОДАҲОИ БУТУН ВА РАТСИОНАЛӢ

Т а ъ р и ф и 1. Ифода бутун номида мешавад, агар он аз ададҳо ва тағйирёбандаҳо бо воситаи амалҳои ҷамъ, тарҳ, зарб, инчунин тақсим ба адади аз нул фарқкунанда ва қавсҳо тартиб дода шуда бошад.

Масалан, ифодаҳои $8a^2b^3, (m-n)^2, (x^2-y^2)(3a+b),$

$\frac{2}{3}(a-b), \frac{9a^2-1}{2}$ бутунанд. Ифодаҳои зерин, масалан, бутун

нестанд:

$$\frac{3a-b}{4a+3b}, \quad \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}, \quad \frac{1}{y}, \quad \frac{4(x+y)}{7z^3}.$$

Воқеан, намуди соддатарини ифодаи бутун якаъзогиҳоанд.

Масалан, $2x^2y^2$, $3a^4z$, $\frac{1}{5}xy$ ва ҳоказо.

Зохиран фаҳмост, ки ҳар гуна ифодаи ададӣ ифодаи бутун аст, агар махраҷаш гайринулӣ бошад. Ифодаи бутун барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаҳои маъно дорад, яъне якқимата аст. Барои ёфтани қимати ифодаи бутун қифоя аст, ки дар он қиматҳои тағйирёбандаҳо гузошта амалҳои зарурӣ ба тартиби зарурӣ иҷро намоем.

Мисоли 1. Қимати ифодаи бутуни $(3x^2-4y^2)^2+(2x^2-5)^3+9$ -ро ҳангоми $x=1$ ва $y=2$ будан ҳисоб мекунем:

$$\begin{aligned}(3x^2-4y^2)^2+(2x^2-5)^3+9 &= (3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 2^2)^2 + (2 \cdot 1^2 - 5)^3 + 9 = \\ &= (3 - 4 \cdot 4)^2 + (2 - 5)^3 + 9 = (-13)^2 + (-3)^3 + 9 = 169 - 27 + 9 = 151.\end{aligned}$$

Таърифи 2. Ифодаи аз ададҳо ва тағйирёбандаҳо иборат буда, раціоналӣ номида мешавад, агар дар он бо тағйирёбандаҳо танҳо амалҳои ҷамъ, тарҳ, зарб, тақсим ва бадараҷабардорӣ мавҷуд бошад.

Ин ифодаҳо, масалан, мисоли ифодаҳои раціоналӣ ҳастанд:

$$\frac{3a-5b}{7a+b^2}, \quad 4x^2y^2, \quad a + \frac{1}{a}, \quad 3a(b+c)^2, \quad \frac{2(x+y)}{3a^2}, \quad \frac{1}{x}, \quad 2a + \frac{3b}{c}, \quad \frac{1}{2}c \quad (3)$$

Возех аст, ки ҳар гуна ифодаи бутун ифодаи раціоналӣ аст. (Барои чунин ифода тақсимкунанда ба воҳид баробар аст!) Ифодаи бутунро, *бутунан раціоналӣ* ҳам мегӯянд. Агар ифода дар таркиби худ тақсимро ба тағйирёбандаҳо ё ба ягон ифодаи тағйирёбандаҳои дигар дошта бошад, вай *касран раціоналӣ* ном дорад. Ифодаи раціоналиро *ифодаи алгебраӣ* ҳам меноманд. Дар (3) ифодаҳои дуҷум, чорум ва охири бутунан раціоналӣ буда, дигарҳояшон касран раціоналианд.

Тарзи ёфтани қимати ифодаи дилхоҳро дар пункти 1 дида будем. Дар ин ҷо бо ҳисоби қимати ду ифода, ки барои қиматҳои додашудаи тағйирёбандаҳои маъно доранд, маҳлуд мешавем.

Мисоли 2. Қимати касри $\frac{3(x-y)}{x^2+y^2}$ -ро ҳангоми $x = \frac{2}{3}$, $y = -1,5$ будан меёбем:

$$\frac{3(x-y)}{x^2+y^2} = \frac{3\left(\frac{2}{3} - (-1,5)\right)}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + (-1,5)^2} = \frac{3\left(\frac{2}{3} + 1,5\right)}{\frac{4}{9} + 2,25} = \frac{3\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right)}{\frac{4}{9} + \frac{9}{4}} = \frac{\frac{13}{2}}{\frac{97}{36}} = \frac{234}{97} = 2\frac{40}{97}$$

Мисоли 3. Қимати касри $\frac{a^2+b^3}{3ab}$ ҳангоми $a=2$ ва $b=3$

будан ба $\frac{2^2+3^3}{3 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{4+27}{18} = \frac{31}{18} = 1\frac{13}{18}$ баробар аст.



1. Чӣ гуна ифода ифодаи бутун номида мешавад? Мисолҳо оред. Ифодаи бутун чандқимата аст? 2. Яққиматагии ифодаро чӣ хел маънидод кардан мумкин аст? 3. Таърифи ифодаи ратсионалиро диҳед. 4. Оё ҳар гуна ифодаи бутун ратсионалӣ аст? Чаро? 5. Бо мисол нишон диҳед, ки ҳосили чамъ ё тарҳи ду ифодаи ратсионалӣ ифодаи бутун шуда метавонад.

15. Аз ифодаҳои зерин кадомашон бутун ва кадомашон ратсионалӣ мебошанд:

$$2+a^2; \quad \frac{3}{4x}; \quad \frac{(x-y)^2}{2x+y}; \quad \frac{x}{y+1}; \quad \frac{2}{5}; \quad \frac{7a+5}{a^2+1};$$

$$a^2+(b-c)^3; \quad \frac{x-2z}{x^2+y^2+z^2}; \quad \frac{z}{2}+i; \quad \frac{4}{5} - \frac{2\frac{1}{3}}{7}?$$

16. Оё ҳамаи ифодаҳои зерин бутунанд:

$$\frac{2\frac{1}{7}}{4-2\frac{1}{2}}; \quad a+\frac{1}{b}; \quad \frac{x-3}{3}; \quad \frac{3x-y^2}{x^2-y^2}; \quad 4a^7b^2; \quad \frac{x^2-y^2}{3\frac{1}{3}-2,7}?$$

17. Қимати ифодаи $\frac{(2x-y)^2+1}{x-y^2}$ -ро ҳангоми: а) $x = \frac{2}{3}$ ва

$y=-1$; б) $x=1,2$ ва $y=2$ будан ҳисоб кунед.

18. Ифодае тартиб диҳед, ки он ба:

а) нисбати адади a бар фарқи се каратаи a ва квадрати адади a ;

б) нисбати ду адад, ки фарқи квадраташон ба 36;

в) ҳосили зарби суммаи m ва n бар адади a ;

г) куби ҳосили зарби квадрати a бар a баробар аст.

19. Масофаи байни ду бандар S км аст. Қайки мотордор ин масофа ва масофаи ба он баробарро ба самти муқобил дар чанд соат тай менамояд, агар суръати чараёни дарё V км/соат ва суръати қайқ дар оби ором u км/соат бошад.

Соати матлубро бо t ишорат намуда, формулаи ҳалли масъаларо тартиб диҳед ва натиҷаро ҳангоми: а) $S=28$, $u=12$, $V=2$; б) $S=18$, $u=16$, $V=4$ будан ёбед.

20. Қорғар дар муддати m рӯз a -тоғӣ маҳсулот истеҳсол кард. Баъд ташкили меҳнатро беҳтар карда, ҳар рӯз a -тоғӣ маҳсулот истеҳсол мекард. Барои иҷрои тамоми супориш ба вай n рӯз зарур шуд. Супориш аз чанд дона маҳсулот иборат буд?

Барои ҳалли масъала ифода ҳосил намуда, қимати онро ҳангоми:

а) $a=73$, $a=80$, $m=20$, $n=35$; б) $a=100$, $a=120$, $m=12$, $n=27$ будан ҳисоб намоед.

21. Барои қайки қимати тағйирёбанда ифодаҳои зерин қимати нулро қабул мекунад:

$$\frac{3x-2}{x^2+1}, \quad \frac{2-3,2a}{2x+1}, \quad \frac{4(x-1)(x+2)}{x^2+6x+9}, \quad \frac{y^2-4}{y+3}$$

22. Ифодаҳои зерин барои қайки қимати тағйирёбанда маъно надоранд:

$$\frac{x-1}{x}, \quad \frac{y(y-1)}{3y+4}, \quad \frac{3,5x+2}{y-1}, \quad \frac{7x+3}{2x-5}$$

Машқҳо барои такрор

23. Ба бисёраъзогӣ таъдил диҳед:

- а) $(a+1)(a+4)$; б) $(3a-1)(2a+3)$; в) $(x-7)^2$;
г) $(5x-1)^2-(x+2)^2$; д) $(1-x)(2x-3)$; е) $(x^2+1)(x-1)$.

24. Ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

- а) x^2-16 ; б) $16x^2-a^2$; в) x^2-4x+4 ;
г) a^3-27 ; д) a^2y^2-1 ; е) $8-a^3x^3$.

25. Графики функсияи $y = -\frac{1}{3}x + 2$ -ро созед. Оё нуқтаи:

- а) А(9;-1); б) В(-6;4); в) С(-2;3) ба ин график тааллуқ дорад?

26. Мошин ба муддати $\frac{5}{6}$ соат 50 км роҳро тай намуда, баъд суръати худро 8 км/соат зиёд намуд. Дар 2 соат мошин чанд километр мегардад?

3. СОҶАИ МУАЙЯНИИ КАСРИ РАТСИОНАЛӢ

Т а ъ р и ф и 1. Ифодаи намуди $\frac{u}{v}$, ки дар он u ва v ифодаҳои дорон ададҳо ва тағйирёбандаҳо ҳастанд, касри ратсионалӣ ё каср номида мешавад.

Ифодаҳои

$$\frac{2x-y}{3+x}, \quad \frac{x+y}{2a^2}, \quad \frac{1}{x}, \quad \frac{a+\frac{6}{c}}{\frac{a}{b}+c}, \quad \frac{1}{1+\frac{1}{x}}, \quad \frac{4}{5}$$

мисоли касрҳои ратсионалианд. Таъкид мекунем, ки на ҳар гуна

ифодаи ратсионалӣ каср аст. Масалан, ифодаи касри $a + \frac{1}{b}$ касран ратсионалӣ буда, касри ратсионалӣ нест. Фаҳмост, ки ҳар гуна ифодаи касран ратсионалӣ дар таркиби худ касри ратсионалӣ дорад.

Ифодаеро, ки дар таъриф бо u ишорат шудааст, *сурати каср* ва бо v - *махраҷи каср* меноманд.

Барои ҳисоби қимати каср ҳангоми дода шудани қимати тағйирёбандаҳои амали охирин амали тақсим аст. Агар барои баъзе қимати тағйирёбандаҳо махраҷи каср v ба нул мубаддал гардад, он гоҳ барои ин қимат каср маъно надорад. (ниг. ба мисоли

3-и пункти 1). Масалан, касри $\frac{x}{x^2 - y^2} = \frac{x}{(x - y)(x + y)}$ барои ҳамон

қиматҳои x ва y , ки $x - y \neq 0$ ё $x \neq y$ ва $x + y \neq 0$ ё $x \neq -y$ мебошанд,

маъно дорад. Дар навбати худ, касри $\frac{2}{a(a-1)}$ маъно надорад, агар

$a(a-1)=0$ шавад, яъне дар ҳолати $a=0$ ва $a=1$ будан.

Т а ъ р и ф и 2. Соҳан муайянии каср ё соҳан қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо гуфта, ҳамаи ҳамон қиматҳои тағйирёбандаҳоро меноманд, ки барояшон каср маъно дорад.

Зоҳиран фаҳмост, ки соҳан муайянии ифодаи касран ратсионалӣ аз ҳамаи ҳамон қиматҳои тағйирёбандаҳо иборат аст, ки барояшон ҳар як касри ифода маъно дорад. Рафту агар сурат ва махраҷи каср ифодаҳои бутун бошанд, он гоҳ соҳан муайянии чунин каср аз ҳамаи ҳамон қиматҳо иборат аст, ки барояшон қимати махраҷ адади гайринулӣ аст.

М и с о л и 1. Касри $\frac{2x+1}{x-3}$ ҳангоми $x=-3, -1, 0, \frac{4}{5}$ ва 2 будан,

мувофиқан қиматҳои $\frac{5}{6}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, -1, \frac{2}{11}$ ва -5 -ро қабул менамояд.

Ҳангоми $x=3$ будани махраҷи каср $x-3$ ба нул мубаддал мегардад. Ба нул бошад тақсим номумкин аст. Пас, ҳамаи қиматҳо, ба гайр аз қимати $x=3$, соҳан муайянии каср ё қиматҳои имконпазири тағйирёбандан x аст.

М и с о л и 2. Соҳан муайянии касри $\frac{2a+v}{a^2-4}$ -ро меёбем.

Азбаски $a^2-4=(a-2)(a+2)$ аст, пас касрро дар намуди

$\frac{2a+b}{(a-2)(a+2)}$ навишта мебинем, ки хангоми $(a-2)(a+2)=0$, яъне $a-2=0$ ё $a+2=0$ будан махраҷи он нул мешавад. Ҳамин тариқ, агар $a=2$ ё $a=-2$ бошад, махраҷ a^2-4 баробари нул аст.

Инак, соҳаи муайянии каср ҳамаи қиматҳои a , ғайр аз қиматҳои $a=2$ ва $a=-2$ аст. Кӯтоҳ, соҳаи муайянии каср $a \neq 2$ ва $a \neq -2$ аст.

М и с о л и 3. Соҳаи муайянии ифодаи $x^3 + \frac{2}{x} - \frac{3x}{x-1}$ -ро меёбем.

Ин ифода дар таркиби худ як ифодаи бутун ва ду касрро дорост. Касри якум маъно дорад, агар $x \neq 0$ бошад. Касри дуюм хангоми $x-1 \neq 0$ ё $x \neq 1$ будан маъно дорад.

Ҳамин тариқ, ҳамаи қиматҳои тағйирёбанда, ки ба 0 ё ба 1 баробар нестанд, соҳаи муайянии ин ифода мебошанд.

М и с о л и 4. Қимати тағйирёбандаро, ки барояш қимати касри $\frac{2y-5}{y+4}$ ба нул баробар аст, меёбем.

Каср ба нул баробар аст, агар сурати он (тақсимшаванда) нул бошад: $2y-5=0$. Аз ин ҷо, $2y=5$, $y=2,5$.

Инак, хангоми $y=2,5$ будан қимати касри мазкур нул аст.

? 1. Касри раҷсионалӣ чист? 2. Оё ҳар гуна ифодаи касран раҷсионалӣ каср аст? 3. Дар кадом ҳолат каср маъно надорад? 4. Кадам қиматҳои тағйирёбандаҳо соҳаи муайянии каср ё соҳаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо ро ташкил медиҳанд? 5. Соҳаи муайянии касреро, ки сурату махраҷаш ифодаи бутун аст, чӣ тавр меёбанд?

27. Кадоме аз ифодаҳои раҷсионалини

$$\frac{a^2-1}{a^3+1}, \quad \frac{x+y}{2} + x, \quad a^2+2a-6, \quad a^6 + \frac{8^4}{c^3}, \quad \frac{a^2+3}{4a}, \quad -\frac{2}{5},$$

$$5a^2 + 2, \quad 4a + \frac{2}{a}, \quad x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}, \quad \frac{4}{3}x^2, \quad \frac{2x+1}{x-1}, \quad \frac{4x}{x^3+1}$$

бутуан ратсионалӣ ва кадомашон касран ратсионалианд?
Кадоми онҳо каср ҳастанд?

28. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифода маъно дорад:

$$\text{а) } \frac{2x-1}{4x+3}; \quad \text{б) } \frac{2}{a-1}; \quad \text{в) } \frac{4}{5}x^2 + 1;$$

$$\text{г) } a + \frac{3}{2a+4}; \quad \text{д) } \frac{2}{(x-1)(x-2)}; \quad \text{е) } \frac{4}{5}a?$$

29. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифода маъно надорад:

$$\text{а) } \frac{3x-1}{2-x}; \quad \text{б) } a + \frac{1}{2a-1}; \quad \text{в) } \frac{4x+1}{(4x-1)(2x+5)}; \quad \text{г) } \frac{x}{x^2-25}?$$

30. Соҳаи муайяни касро ёбед:

$$\text{а) } \frac{3x}{2x-7}; \quad \text{б) } \frac{2x+1}{3x+5}; \quad \text{в) } \frac{2x+6}{(x-2)(x-4)}; \quad \text{г) } \frac{2x-1}{(x+5)(2x-3)};$$

$$\text{д) } \frac{3x+4}{5x-1}; \quad \text{е) } \frac{4x}{x^2-9}; \quad \text{ж) } \frac{x+1}{(2x-5)(x+1)}; \quad \text{з) } \frac{5x}{(4x-3)(x-6)};$$

31. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда қимати касри:

$$\text{а) } \frac{y-6}{5}; \quad \text{б) } \frac{2x+1}{7}; \quad \text{в) } \frac{x(x-2)}{x+3}; \quad \text{г) } \frac{x(x-1)}{x-2}$$

ба нул баробар аст?

32. Қимати тағйирёбандаҳоро, ки барои онҳо ифода нул нест, ёбед:

$$\text{а) } \frac{2x-3}{5}; \quad \text{б) } \frac{x-2}{x+4}; \quad \text{в) } \frac{x^2-36}{x}; \quad \text{г) } \frac{x(x+3)}{4x-5}.$$

33. Соҳаи муайяни функцияро ёбед:

$$\text{а) } y = \frac{1}{x-1}; \quad \text{б) } y = \frac{2x+1}{x(x+3)}; \quad \text{в) } y = \frac{1}{1+x}; \quad \text{г) } y = x + \frac{1}{x+2}.$$

34. Барои кадом қимати тағйирёбанда касри $\frac{2x-3}{5}$ ба:

а) -2; б) -1; в) 3; г) -5 баробар мешавад?

35. Нишон диҳед, ки барои қиматҳои дилхоҳи тағйирёбанда қимати касри:

а) $\frac{2}{x^2+2}$ мусбат; б) $\frac{y^2+1}{-2}$ манфӣ; в) $\frac{(x-1)^2}{10}$ гайриманфӣ;

г) $\frac{(y+2)^2}{-y^2-4}$ гайримусбат мебошад.

36. Оё аломати касри $\frac{a}{b}$ ҳангоми $a>0$ ва $b<0$ будан мусбат аст? Ҳангоми $a<0$ ва $b>0$ будан чӣ?

37. Қасре тартиб диҳед, ки:

а) сурати он фарқи квадратҳои тағйирёбандаҳои x ва y буда, махраҷаш ҳосили ҷамъи онҳост;

б) сураташ фарқи тағйирёбандаҳои x ва y буда, махраҷаш дучандаи ҳосили зарби онҳо аст.

38. Ҷадвалро пур кунед:

x	-2	-1,5	0	$\frac{1}{2}$	2	2,5	3
x^2+4x							

39. Чунин қимати тағйирёбандаро ёбед, ки барои он қиматҳои ифодаҳо ба ҳам баробаранд:

а) $4+5a$ ва $3a+4$; б) $2+\frac{x-1}{2}$ ва $3x-5$.

40. Нисбати суммаи кубҳои ададҳои a ва b -ро бар суммаи квадратҳои онҳо тартиб дода, қимати нисбатро ҳангоми $a=-4$ ва $b=-2$ будан ҳисоб кунед.

41. Барои кадом қиматҳои a решаи муодила нул аст:

а) $ax-7=2a-x$;

б) $3ay+12=3a+4$;

в) $a^2+ax=4x+1$;

г) $a^2+az=z+9$?

Машқҳо барои такрор

42. Бисёраъзогиро ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

а) $mx+2m$;

б) x^3+x^2+x ;

в) $20ax-10ay$;

г) $-15a^2x^2+5a^3x$;

д) x^2-5ax ;

е) $5v^3-10v^2+5v$.

43. Ифодаро содда намоед:

а) $v^2-(v+1)(v-5)$;

б) $(4x-0,5)(4x+0,5)-16x^2$;

в) $3x(1-3x)+9x^2$;

г) $2(x-2y)(2y+x)-0,5y(x-16y)$.

44. Баъди 5 соату 25 дақиқа пас аз он ки амад равон шуд, қанқ ба ҳаракат сар кард. Дар кадом масофа аз бандаш онҳо вохӯранд, агар суръати оби дарё 3 км/соат ва суръати қанқ дар оби ором 13 км/соат бошад?

45. Ҳангоми хушк кардан, ангур чоряки массаи худро нигоҳ медорад. $\frac{3}{4}$ ҳиссаи ангури хушк қанд аст. 42 кг ангур чӣ қадар қанд дорад?

4. ХОСИЯТИ АСОСИИ ҚАСР. ИХТИСОРИ ҚАСРҲО.

Хотиррасон мекунем, ки дар курси математикаи синфи VI

нисбати ду адад $\frac{m}{n}$ -ро қасри оддӣ ё қасри ададии оддӣ номида

будем, ки дар ин ҷо m ва n ададҳои бутунанд. Инчунин дида будем, ки агар сурату махраҷи қасро яқбора ба ҳамон адади гайринулӣ зарб ё тақсим намоем, аз ин бузургии қаср тағйир

намеёбад. Яъне $\frac{m}{n} = \frac{mp}{np}$ ва $\frac{m}{n} = \frac{p}{\frac{n}{p}}$ барои ҳар гуна $p \neq 0$.

Ин хосияти асосии қаср аст. Вай имконият медиҳад, ки қаср ихтисор карда шавад, ки ин амалиёт аз тақсим намудани

сурату махрачи каср ба ҳамон як адади натуралӣ иборат аст. Барои ин сурату махраҷро ба зарбкунандаҳои содда ҷудо карда, зарбкунандаи умумии онҳоро хат задан лозим аст. Масалан,

$$\frac{21}{51} = \frac{3 \cdot 7}{3 \cdot 17} = \frac{7}{17}; \quad \frac{156}{286} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 13}{2 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{6}{11}.$$

Нишон медиҳем, ки ин хосият барои касри ратсионалии

$\frac{u}{v}$ низ дуруст аст. Чӣ тавре дидем, барои қиматҳои соҳаи муайяни тағйирёбандаҳо, қимати мувофиқи касри ратсионалӣ, касри ададӣ аст. Барои ҳамин қиматҳо, қимати ифодаи t ҳам ба ададе баробар аст. Агар ин адад нул набошад, пас аз рӯи хосияти касри ададӣ, баробарии

$$\frac{u}{v} = \frac{u \cdot t}{v \cdot t} \quad (4)$$

барои ҳамин қиматҳо дуруст мебошад. Масалан, сурат ва

махрачи касри $\frac{x}{x-2}$ -ро ба $x+1$ зарб карда, касри $\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$ -ро

ҳосил мекунем. Касри якум ҳангоми $x=2$ ва касри дуюм ҳангоми $x=2$ ва $x=-1$ будан маъно надоранд. Барои ҳамаи дигар қиматҳои тағйирёбандаҳо қимати ин ифодаҳо мавҷуд буда, яқхелаанд. Дар

ҳақиқат, масалан, ҳангоми $x=5$ будан ифодаи $\frac{x}{x-2}$ ба $\frac{5}{3}$ ва

ифодаи $\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$ низ ба $\frac{5}{3}$ баробар мебошанд. Ҳангоми $x=1$

будан касри якум ба -1 ва касри дуюм ба $\frac{1 \cdot 2}{(-1) \cdot 2}$, яъне боз ба -1

баробар аст.

Т а ъ р и ф. Ду ифодаи аз тағйирёбандаҳои яқхела иборат, айниятан баробар номида мешаванд, агар барои қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо қиматҳои мувофиқи онҳо бо ҳам баробар бошанд.

Ҳамин тариқ, $\frac{x}{x-2}$ ба $\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$ айниятан баробар аст,

агар $x \neq -1$ ва $x \neq 2$ бошад.

Ду ифодаи айниятан баробарро бо аломати баробарӣ бо ҳам пайваст карда айният ҳосил мекунем. Инак, баробарии

$$\frac{x}{x-2} = \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$$

айният мебошанд.

Аз мулоҳизаҳои боло бармеояд, ки баробарии (4) айният аст, яъне барои ҳамаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо (барои ҳамаи қиматҳо аз соҳаи муайяни касрҳои дар қисми чап ва рост будан он) дуруст аст. Хосиятеро, ки бо воситаи айнии (4) ифода шудааст, *хосияти асосии каср* меноманд. Айниятан тағйир додани ифода *табдилдиҳии айниятии* он ном дорад.

Хосияти асосии каср (4) имконият медиҳад, ки каср ихтисор карда шавад, ки ин яке аз намудҳои табдилдиҳии айниятии аст. Барои ин сурат ва маҳраҷи касрро ба ифодаҳои аз зарбкунандаҳо иборатбуда ҷудо карда, ифодаҳои умумии онҳоро хат задан даркор аст.

М и с о л и 1. Касри $\frac{49x^7y^4}{63x^3y^4}$ -ро ихтисор мекунем:

Сурат ва маҳраҷи касрро ба намуди ҳосили зарбҳои дорон ҳамон як зарбкунандаи $7x^3y^4$ буда, ифода карда, касрро ба ҳамин зарбкунанда ихтисор мекунем:

$$\frac{49x^7y^4}{63x^3y^4} = \frac{7x^4 \cdot 7x^3y^4}{9 \cdot 7x^3y^4} = \frac{7x^4}{9} = \frac{7}{9}x^4.$$

М и с о л и 2. Касри $\frac{a^2-4}{a+2}$ -ро ихтисор менамоем.

Суратро ба зарбкунандаҳо ҷудо мекунем: $a^2-4=(a-2)(a+2)$. Пас

$$\frac{a^2-4}{a+2} = \frac{(a-2)(a+2)}{a+2}$$

Ифодаи $a+2$ зарбкунандаи умумии сурату махраҷ аст. Ба он ихтисор карда меёбем $\frac{a^2-4}{a+2}=a-2$.

М и с о л и 3. а) $\frac{x^2-y^2}{x^3-y^3} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$.

б) $\frac{3x-6y}{18y-9x} = \frac{3(x-2y)}{9(2y-x)} = \frac{3(x-2y)}{3 \cdot (-1) \cdot 3(x-2y)} = \frac{1}{3 \cdot (-1)} = -\frac{1}{3}$.

Айнияти (4)-ро барои ба махраҷи додашуда овардани касрҳо низ истифода кардан мумкин аст.

М и с о л и 4. Касри $\frac{v}{4a^2c}$ -ро ба махраҷи $20a^3c^2$ меорем.

Азбаски $20a^3c^2=4a^2c \cdot 5ac$ аст, пас сурат ва махраҷи касрро ба

$5ac$ зарб намуда, $\frac{v}{4a^2c} = \frac{v \cdot 5ac}{4a^2c \cdot 5ac} = \frac{5avc}{20a^3c^2}$ -ро ҳосил мекунем.

Зарбкунандаи $5ac$ зарбкунандаи иловагии сурату махраҷ ном дорад.

М и с о л и 5. Касри $\frac{2}{3x-4y}$ -ро ба махраҷи $4y-3x$ меорем.

Барои ин кифоя аст, ки сурату махраҷро ба -1 зарб кунем:

$$\frac{2}{3x-4y} = \frac{2 \cdot (-1)}{(3x-4y) \cdot (-1)} = \frac{-2}{-3x+4y} = \frac{2}{4y-3x}$$

Дар ин ҷо зарбкунандаи иловагӣ адади -1 мебошад. Қайд

мекунем, ки ифодаҳои $\frac{-u}{v}$ ва $\frac{u}{-v}$ айниятан ба $-\frac{u}{v}$ баробаранд.

Яъне $\frac{-u}{v} = \frac{u}{-v} = -\frac{u}{v}$, ки аз ин мо дар боло истифода кардем.

Дар охир қайд менамоем, ки пеш аз ҳисоби қимати каср ихтисори он, ҳисобро хеле кӯтоҳ мекунад.

Миcолн 6. Қимати касри $\frac{15a^2 - 10av}{3av - 2v^2}$ -ро хангоми $a = -2$ ва $v = -0,1$ меёбем.

$$\text{Дорем } \frac{15a^2 - 10av}{3av - 2v^2} = \frac{5a(3a - 2v)}{v(3a - 2v)} = \frac{5a}{v} = \frac{5 \cdot (-2)}{-0,1} = 100.$$

? 1. Хосияти асосии касри адади ро баён карда, тарзи ихтисори онро фахмонед. 2. Чӣ гуна ифодаҳо ро айниятан баробар меноманд? 3. Таърифи айниятро оред. 4. Табдилдиҳии айнияти ифода чист? 5. Чаро ихтисори каср як тарзи табдилдиҳии айният аст? 6. Мафҳуми зарбкунандаи иловагии касро шарҳ диҳед. 7. Чаро ихтисори каср ҳисоби қимати онро осон мегардонад?

46. Магар қимати каср тағйир меёбад, агар сурат ва махраҷи он ба 10 зарб ё тақсим карда шавад?

47. Оё баробарии зерин айният аст:

$$\text{а) } \frac{x-y}{x} = \frac{x^2-xy}{x^2}; \quad \text{б) } \frac{a-v}{a+v} = \frac{a^2-v^2}{a^2+v^2};$$

$$\text{в) } \frac{6a-2v}{10a} = \frac{3a-v}{5a}; \quad \text{г) } \frac{0,2t-1}{0,2t+1} = \frac{t-1}{2t+20};$$

48. Исбот кунед, ки баробарии зерин айният аст.

$$\text{а) } (x^2-16):(x+4)=x-4; \quad \text{б) } \frac{a^2+a-2}{a-1} = a+2;$$

$$\text{в) } \frac{7+6y-y^2}{y-7} = -y-1; \quad \text{г) } (2t-10):(t-5)=2.$$

49. Касро ихтисор кунед:

$$\text{а) } \frac{4x}{5x}; \quad \text{б) } \frac{6a}{18a^2}; \quad \text{в) } \frac{18xy}{9x};$$

$$\text{г) } \frac{26x^3}{91xy}; \quad \text{д) } \frac{0,3n^3}{0,6n^5}; \quad \text{е) } -\frac{4xy}{7x^2y};$$

$$\text{ж)} \frac{8z^2x^2}{32zx^3}; \quad \text{з)} \frac{-24m^3}{-16m^2n}; \quad \text{и)} \frac{(-a)^5}{(-a)^3};$$

$$\text{к)} \frac{(x-y)^2}{y-x}; \quad \text{л)} \frac{a-b}{(b-a)^3}; \quad \text{м)} \frac{5m(m-n)}{15m(n-m)}.$$

50. Қасрро ихтисор кунед:

$$\text{а)} \frac{0,4x^2t^2z}{0,2xt^3z^2}; \quad \text{б)} \frac{0,8a^2bc^3}{0,4a^5b^4c}; \quad \text{в)} \frac{3a(x+y)^2}{9a^2(x+y)};$$

$$\text{г)} \frac{0,1x^3y^5(a+b)}{3x^2y^3(a+b)^3}; \quad \text{д)} \frac{x^2-2xy}{xy-2y^2}; \quad \text{е)} \frac{1-x^2}{x^2-x};$$

$$\text{ж)} \frac{x^6-y^6}{x^3-y^3}; \quad \text{з)} \frac{3a-6b+9c}{5a-10b+15c}; \quad \text{и)} \frac{xy}{x^2y-y^2x};$$

$$\text{к)} \frac{4k^2-p^2}{(p-2k)^2}; \quad \text{л)} \frac{4+2a+a^2}{a^3-8}; \quad \text{м)} \frac{4a^2b-25b^2}{2a^2-5ab}.$$

51. Дар баробарӣ зарбкунандаи иловагии сурату махраҷ қасри дар қисми чап бударо ёбед:

$$\text{а)} \frac{a}{5a^2b} = \frac{5a^2b}{25a^3b^2}; \quad \text{б)} \frac{4}{x-y} = -\frac{4y}{y^2-xy}.$$

52. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а)} \frac{5a^2+3ab}{a^2-0,36b^2}; \quad \text{б)} \frac{8y^3-1}{y-4y^3}; \quad \text{в)} \frac{xy}{x^2y-y^2x}; \quad \text{г)} \frac{ax-bx}{a-b}.$$

53. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а)} \frac{51+17^2}{10}; \quad \text{б)} \frac{37^2+111}{40}; \quad \text{в)} \frac{29^2+116}{66}.$$

54. Қасрро ихтисор намоед:

$$\text{а)} \frac{p^2-4q^2}{p^3+2p^2q}; \quad \text{б)} \frac{x^2-25y^2}{2x-10y}; \quad \text{в)} \frac{b+3}{b^3+27};$$

$$\Gamma) \frac{a^2 - \theta^2}{a^2 - 2a\theta + \theta^2}; \quad \Delta) \frac{xz + yz}{yz + xz}; \quad \epsilon) \frac{10x^2y^5(4a - 3\theta)}{-18x^3y^4(3\theta - 4a)};$$

$$\text{ж}) \frac{a^2 - 6a + 9}{27 - a^3}; \quad \text{з}) \frac{y^6 - y^8}{y^4 - y^2}; \quad \text{и}) \frac{4x^2 - y^2}{(10x - 5y)^2};$$

$$\text{к}) \frac{x^{30} - x^{23} + x^{16}}{x^{30} + x^9}; \quad \text{л}) \frac{3m^2 - 3n^2}{6m^3 + 6n^2}; \quad \text{м}) \frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2}.$$

55. Қимати касрро ёбед:

а) $\frac{2x^2 + 6xy}{4xy + 12y^2}$ ҳангоми $x = \frac{4}{5}$ ва $y = -0,2$ будан;

б) $\frac{7a^3\theta + 14a^4}{10a\theta^4 + 5\theta^5}$ ҳангоми $a = 1$ ва $\theta = 2$ будан.

56. Тақсимро иҷро намоед:

а) $\frac{x^2 - 49\theta^2}{x - 7\theta}; \quad \text{б}) \frac{36a^2 - \theta^2}{6a + \theta}; \quad \text{в}) \frac{81x^2 - 1}{1 - 9x};$

г) $\frac{64k^2 - 48km + 9m^2}{-8k + 3m}; \quad \text{д}) \frac{8a^3 - 27\theta^3}{2a - 3\theta}; \quad \text{е}) \frac{100t^2 - 1}{-10t - 1}.$

57. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{27x^3 - y^3}{18x^2 + 6xy + 2y^2}$ ҳангоми $x = \frac{2}{3}$ ва $y = 1$ будан;

б) $\frac{9x^2 - y^2}{6x + 2y}$ ҳангоми $x = \frac{1}{6}$ ва $y = 1$ будан.

58. Касри:

а) $\frac{5}{3x^2y}$ -ро ба махраҷи $15x^3y^2$ оред;

б) $\frac{\theta}{\theta - 2}$ -ро ба махраҷи $\theta^2 - 2\theta$ оред;

в) $\frac{a}{a-2}$ -ро ба махрачи $4-a^2$ оред;

г) $\frac{2}{x-y}$ -ро ба махрачи $\frac{2}{y-x}$ оред.

Машқҳо барои такрор

59. Қимати тағйирёбандаро, ки барояш ифода маъно надорад, ёбед:

а) $\frac{3x+1}{2x-4}$; б) $\frac{x}{3x+7}$; в) $\frac{x-1}{2,5x-1}$; г) $\frac{1}{4x-6,4}$.

60. Соҳаи муайяни касро ёбед:

а) $\frac{1}{2x+1,5}$; б) $\frac{x+4}{2x-7,2}$; в) $\frac{2}{(x-2)(3x-8)}$; г) $\frac{x-2}{x^2-16}$.

61. Муодиларо ҳал кунед:

а) $5(x-8,2)=2x+19$; б) $0,5(4-2a)=a-1,8$.

62. Дар 4 қишлоқ 2180 одам зиндагӣ мекунад. Дар ду юмин миқдори одамон нисбат ба якумин 3 бор зиёд аст. Нисбат ба ду юмин дар қишлоқи сеюм 108-то зиёд ва дар чорумин 78-то кам одам ҳаст. Дар ҳар як қишлоқ чанд одам зиндагӣ мекунад?

63. Ҳозир қисми гузашти шабонарӯз аз қисми боқимондааш 3,5 соат зиёд аст. Ҳозир соат чанд аст?

§2. СУММА ВА ФАРҚИ КАСРҲО

5. ЧАМЪ ВА ТАРҲИ КАСРҲОИ МАХРАЧАШОН ЯКХЕЛА

Чи тавре медонем, ҳосили чамъи ду касри оддӣ махрачашон якхела касрест, ки сураташ ба чамъи суратҳои касрҳо ва махрачаш ба ҳамон махрачи умумӣ баробар аст. Яъне, хангоми натуралӣ будани m , n ва p :

$$\frac{m}{p} + \frac{n}{p} = \frac{m+n}{p}.$$

$$\text{Масалан, } \frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}.$$

Касрҳои ратсионалии дилхохи махраҷашон аз ифодаҳои якхела иборат буда, низ ҳамин ҳел чамъ карда мешаванд:

$$\frac{u}{v} + \frac{s}{v} = \frac{u+s}{v}. \quad (1)$$

Нишон медиҳем, ки барои қиматҳои дилхохи имконпазири тағйирёбандаҳо (барои қиматҳо аз соҳаи муайяни ҳар ду каср), яъне ҳангоми $v \neq 0$ будан, баробарии (1) ҷой дорад. Бо ибораи дигар, (1) айнӣ аст.

Асосноккунии (1) айнаи нишон додани қоидаи чамъи касрҳои махраҷашон якхелаи ададиро менамояд. Дар ҳақиқат, агар $\frac{u}{v} = t$, $\frac{s}{v} = k$ бошад, он гоҳ мувофиқи таърифи ҳосили тақсим $u = vt$, $s = vk$. Аз ин ҷо $u + s = vt + vk = v(t + k)$. Азбаски $v \neq 0$ аст, пас

аз ин ҷо боз мувофиқи таърифи ҳосили тақсим $t + k = \frac{u+s}{v}$. Ақнун

агар ба назар гирем, ки қисми чапи ин баробарӣ ба $\frac{u}{v} + \frac{s}{v}$ баробар аст, аз он дурустии (1)-ро ҳосил менамоем.

Мо айнӣатеро ҳосил кардаем, ки он қоидаи чамъи касрҳои махраҷашон якхеларо ифода менамояд: **Барои чамъ кардани касрҳои махраҷашон якхела суратҳои онҳоро чамъ намуда, махраҷро бетағйир гузоштан лозим аст.**

Ин қоида ҳангоми чамъ кардани миқдори дилхохи касрҳои ратсионалии махраҷашон якхела бетағйир менамояд.

Ақнун амали тарҳро барои касрҳои махраҷашон якхела дида мебароем. Нишон медиҳем, ки

$$\frac{u}{v} - \frac{s}{v} = \frac{u-s}{v}, \quad (2)$$

агар $v \neq 0$ бошад. Дурустии (2) аз он бармеояд, ки суммаи

касрҳои $\frac{u-s}{v}$ ва $\frac{s}{v}$ ба $\frac{u}{v}$ баробар аст, яъне

$$\frac{u-s}{v} + \frac{s}{v} = \frac{u-s+s}{v} = \frac{u}{v}$$

Айнияти (2) қоидаи тарҳи касрҳои махраҷашон якхеларо ифода менамояд: барои ёфтани ҳосили тарҳи касрҳои махраҷашон якхела аз сурати касри якум сурати касри дуюмро тарҳ намуда, махраҷро бетағйир гузоштав лозим аст.

Э з о х. Дар назар дошта мешавад, ки баъди иҷрои амал касри натиҷавӣ, агар имконпазир бошад, ихтисор карда мешавад.

М и с о л и 1. Касрҳои $\frac{4a+5b}{9ab}$ ва $\frac{2a-2b}{9ab}$ -ро ҳамҷам мекунем:

$$\frac{4a+5b}{9ab} + \frac{2a-2b}{9ab} = \frac{4a+5b+2a-2b}{9ab} = \frac{6a-3b}{9ab} = \frac{3(2a-b)}{9ab} = \frac{2a-b}{3ab}$$

М и с о л и 2. Аз касри $\frac{x^2+4}{2x-4}$ касри $\frac{4x}{2x-4}$ -ро тарҳ

менамоём:
$$\frac{x^2+4}{2x-4} - \frac{4x}{2x-4} = \frac{x^2+4-4x}{2x-4} = \frac{(x-2)^2}{2(x-2)} = \frac{x-2}{2}$$

Баъзан иҷрои ҳамҷам тарҳи касрҳо бо тарзи якҷоя нисбат бо тарзи пай дар пай қулайтар мебошад.

М и с о л и 3. Ифодаи $\frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y}$ -ро содда мекунем:

$$\begin{aligned} \frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y} &= \frac{7y-5-(10y-19)+10-15y}{12y} = \\ &= \frac{7y-5-10y+19+10-15y}{12y} = \frac{-18y+24}{12y} = \frac{24-18y}{12y} = \frac{6(4-3y)}{12y} = \frac{4-3y}{2y} \end{aligned}$$

М и с о л и 4. Касрҳои $\frac{2a}{x-a}$ ва $\frac{2x}{a-x}$ -ро ҳамҷам мекунем.

Махрачи касрхо аз ифодаҳои ба ҳам муқобил иборатанд. Аломати касри дуюм ва аломати махрачи онро иваз намуда баробарии

$$\frac{2x}{a-x} = -\frac{2x}{x-a}$$

-ро ҳосил мекунем. Ақнун дорем

$$\begin{aligned} \frac{2a}{x-a} + \frac{2x}{a-x} &= \frac{2a}{x-a} + \left(-\frac{2x}{x-a} \right) = \frac{2a}{x-a} - \frac{2x}{x-a} = \frac{2a-2x}{x-a} = \\ &= \frac{-2(x-a)}{x-a} = -2. \end{aligned}$$

? 1. Қоидаҳои ҷамъ ва тарҳи касрҳои раціоналини махраҷашон якхеларо баён кунед. 2. Магар бо қоидаҳои ҷамъу тарҳи касрҳои ададӣ ин қоидаҳо умумият доранд?

64. Амалҳои ҷамъ ё тарҳро иҷро кунед:

а) $\frac{x}{4} + \frac{y}{4}$;

б) $\frac{2a}{3} - \frac{a}{3}$;

в) $\frac{6v^2}{a} - \frac{8v^2}{a}$;

г) $\frac{3c-x}{v} + \frac{x}{v}$;

д) $\frac{2x+3}{8} + \frac{x+1}{8}$;

е) $-\frac{12a-11}{4} - \frac{1}{4}$;

ж) $\frac{5x-y^4}{2y^5} - \frac{y^4+5x}{2y^5}$;

з) $\frac{5c-2d}{4c} - \frac{3d}{4c} + \frac{d-5c}{4c}$;

и) $\frac{a}{4} - \frac{2v-3a}{4}$;

к) $\frac{a^2}{a-v} - \frac{v^2}{a-v}$;

л) $\frac{x-9}{x^2-36} + \frac{3}{x^2-36}$;

м) $\frac{16}{a+4} - \frac{a^2}{a+4}$;

н) $\frac{5a+2v}{(a+v)^2} - \frac{2a-v}{(a+v)^2}$.

65. Ба намуди каср нависед:

а) $\frac{4x}{3x^2} + \frac{5x}{3x^2}$;

б) $\frac{2x^2}{2x^2+4x} - \frac{4x}{2x^2+4x}$;

в) $\frac{8x^2}{9x^2-4} - \frac{6x-x^2}{9x^2-4}$;

$$\text{г) } \frac{1}{x} - \frac{4}{x} + \frac{6-2x}{x}; \quad \text{д) } \frac{2}{x-1} + \frac{3-5x}{x-1}; \quad \text{е) } \frac{x+1}{x^2-1} - \frac{2x}{x^2-1};$$

$$\text{ж) } \frac{3-x}{x^2} + \frac{2}{x^2} - \frac{4x-1}{x^2}; \quad \text{з) } \frac{3x+5}{2x+3} + \frac{-5x-8}{2x+3}; \quad \text{и) } \frac{x^2+3}{2x^2+4x} - \frac{3-2x}{2x^2+4x}.$$

66. Қимати ифодаи:

$$\text{а) } \frac{a^2+1}{a-2} - \frac{5}{a-2} \text{ -ро хангоми } a=1 \text{ будан;}$$

$$\text{б) } \frac{3x-1}{x^2-16} + \frac{x+17}{x^2-16} \text{ -ро хангоми } x=2,5 \text{ будан ёбед.}$$

67. Аломати яке аз касрҳо ва аломати махраҷи онро тағйир дода, амалҳоро иҷро кунед:

$$\text{а) } \frac{2x}{x-y} - \frac{x}{y-x}; \quad \text{б) } \frac{a}{a-v} + \frac{v}{v-a}; \quad \text{в) } \frac{2a+c}{c-1} - \frac{3a-5c}{1-c};$$

$$\text{г) } \frac{2a+v}{a-v} - \frac{v}{v-a}; \quad \text{д) } \frac{a+5}{3a-2} + \frac{7-2a}{2-3a}; \quad \text{е) } \frac{x+y}{y-x} + \frac{x+y}{x-y};$$

$$\text{ж) } \frac{5av+c}{2a-v} - \frac{2c-3av}{v-2a}; \quad \text{з) } \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2} + \frac{x^2-xy+y^2}{y^2-x^2}.$$

68. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \frac{x-4}{x^2-9} - \frac{1}{9-x^2} \quad \text{хангоми } x=2 \text{ будан;}$$

$$\text{б) } \frac{x^2}{x^2-2x} + \frac{x}{2x-x^2} \quad \text{хангоми } x=1 \text{ будан.}$$

69. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } \frac{y}{x-y} + \frac{x}{y-x}; \quad \text{б) } \frac{x^2+4}{x-2} + \frac{4a}{2-x}; \quad \text{в) } \frac{5p}{2q-p} + \frac{10q}{p-2q};$$

$$\text{г)} -\frac{y^2}{-y+1} - \frac{1}{y-1}; \quad \text{д)} \frac{x^2+16y^2}{x-4y} + \frac{8xy}{4y-x}; \quad \text{е)} \frac{a^2-43}{a-6} - \frac{7}{6-a};$$

$$\text{ж)} \frac{x^2-2x}{x-3} - \frac{9-4x}{3-x}; \quad \text{з)} \frac{a^2}{a^2-4} + \frac{4}{4-a^2}.$$

70. Касрро ба намуди сумма ё фарқи касрҳо тасвир кунед:

$$\text{а)} \frac{2x+y}{x^2}; \quad \text{б)} \frac{x^2-4a^2x}{2ax^2}; \quad \text{в)} \frac{b^2+ab}{a^2}; \quad \text{г)} \frac{x^2-2xy}{x^3}.$$

71. Ба намуди сумма ё фарқи касрҳо ва ё ифодаи бутуни касрӣ нависед:

$$\text{а)} \frac{3a+b}{b}; \quad \text{б)} \frac{x^2-3x+1}{x}; \quad \text{в)} \frac{x^2+2x-1}{x^2}; \quad \text{г)} \frac{a^2+4a}{2a}.$$

Машқҳо барои такрор

72. Муодиларо ҳал кунед:

$$\begin{aligned} \text{а)} 2(3x-5)-4x &= x+1; & \text{б)} 2x-5(x+4) &= 32-x; \\ \text{в)} 0,1(0,6x-5)+0,06 &= 1,7(x-1,2); & \text{г)} 2,1(0,1x+3,2)+0,3(1,7-x) &= 11. \end{aligned}$$

73. Соҳан муайянии касрро нишон диҳед:

$$\text{а)} \frac{2a}{3a+9}; \quad \text{б)} \frac{2x}{x^2+1}; \quad \text{в)} \frac{3x}{5x(x+4)}; \quad \text{г)} \frac{a}{(a+1)(a-2)}.$$

74. Ҳосили чамъи тарафҳои якум ва дуёми секунҷа 58 см, ҳосили чамъи тарафҳои дуём ва сеюм 52 см, ҳосили чамъи тарафҳои якум ва сеюми секунҷа бошад ба 50 см баробар аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

75. Ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

$$\text{а)} (2x-y)^2-4x^2; \quad \text{б)} 27y^3-27y^2+9y-1; \quad \text{в)} m^8-1; \quad \text{г)} x^6-64.$$

76. Се ададро чамъ карданд. Адади якум 51% ва дуём 11%-и суммаро ташкил медиханд. Адади суюм 7,6 аст. Ду адади аввала ва суммаро ёбед.

6. ЧАМЪ ВА ТАРҲИ КАСРҲОИ МАХРАЧАШОН ҲАҶЕЛА

Чамъ ва тарҳи касрҳои махраҷашон ҳаҷела (гуногун) ба чамъу тарҳи касрҳои махраҷашон якҳела оварда мешавад.

Фарз мекунем, ки касрҳои $\frac{u}{v}$ ва $\frac{s}{t}$ -ро чамъ кардан лозим аст. Дар аввал онҳоро ба як махраҷи умумии vt меорем. Мувофиқи хосияти асосии каср агар сурат ва махраҷи касри якумро бо махраҷи касри дуюм t , сурату махраҷи касри дуюмро бо махраҷи касри якум v зарб кунем, аз ин қимати касрҳо тағйир намеёбад. Яъне,

$$\frac{u}{v} = \frac{ut}{vt}, \quad \frac{s}{t} = \frac{vs}{vt}.$$

Пас мувофиқи қоидаи чамъи касрҳои махраҷашон якхела ҳосил мекунем:

$$\frac{u}{v} + \frac{s}{t} = \frac{ut}{vt} + \frac{vs}{vt} = \frac{ut + vs}{vt}.$$

Айнан аз рӯи қоидаи тарҳи касрҳои махраҷашон якхела ҳосил мекунем:

$$\frac{u}{v} - \frac{s}{t} = \frac{ut}{vt} - \frac{vs}{vt} = \frac{ut - vs}{vt}.$$

Баръало дида мешавад, ки қоидаи чамъу тарҳи касрҳои махраҷашон ҳархела қоидаи чамъу тарҳи касрҳои ададии махраҷашон гуногунро мемунад. Яъне касрҳоро пешакӣ ба махраҷи умумӣ оварда, сонӣ амалро иҷро кардан лозим аст. Фаҳмост, ки аксар вақт назар ба истифодаи ҳосили зарби махраҷҳо махраҷи умумии соддатарро ёфтани ва онро истифода кардан қулайтар аст.

М и с о л и 1. Касрҳои $\frac{m}{6av^3}$ ва $\frac{n}{8vc^2}$ -ро чамъ мекунем.

Хурдтарин каратнокии ададҳои 6 ва 8 адади 24 аст. Ба ин адад ҳамчун зарбқунадаҳо ҳамаи тағйирёбандаҳои дар махраҷҳо бударо бо дараҷаи калонтаринашон сабт мекунем, яъне a , v^3 , c^2 -ро. Ифодаи $24av^3c^2$ махраҷи умумӣ аст. Зарбқунадаҳои иловагии махраҷҳоро меёбем.

$$\frac{24av^3c^2}{6av^3} = 4c^2; \quad \frac{24av^3c^2}{8vc^2} = 3av^2.$$

$$\text{Пас } \frac{m}{6av^2} + \frac{n}{8vc^2} = \frac{m \cdot 4c^2 + n \cdot 3av^2}{24av^3c^2} = \frac{4c^2m + 3av^2n}{24av^3c^2}.$$

М и с о л и 2. Фарки $\frac{a+4}{a^2-av} - \frac{v+4}{av-v^2}$ -ро ҳисоб мекунем.

Барои ёфтани махрачи умумӣ махрачи касрхоро ба зарбкунандаҳо ҷудо мекунем: $a^2-av=a(a-v)$, $av-v^2=v(a-v)$. Ифодаи $av(a-v)$ махрачи умумӣ аст. (Вай нисбат ба $(a^2-av)(av-v^2)=av(a-v)^2$ соддатар мебошад.) Зарбкунандаҳои иловагии махрачи касрҳо мувофиқан v ва a мебошанд. Барои ҳамин

$$\begin{aligned} \frac{a+4}{a^2-av} - \frac{v+4}{av-v^2} &= \frac{a+4}{a(a-v)} - \frac{v+4}{v(a-v)} = \frac{(a+4)v - (v+4)a}{av(a-v)} = \\ &= \frac{av+4v-av-4a}{av(a-v)} = \frac{4v-4a}{av(a-v)} = \frac{-4a+4v}{av(a-v)} = \frac{-4(a-v)}{av(a-v)} = \frac{-4}{av} = -\frac{4}{av}. \end{aligned}$$

Чамъ ё тарҳи ифодаҳое, ки касран ратсионалианд, ба чамъ ё тарҳи касрҳо оварда мешавад.

М и с о л и 3. Ифодаи $a+1 + \frac{-a^2+2}{a-1}$ -ро содда менамоем.

Барои ин ифодаи $a+1$ -ро ба намуди касри махрачаш ба 1 баробар навишта, чамъи касрхоро иҷро менамоем:

$$\begin{aligned} a+1 + \frac{2-a^2}{a-1} &= \frac{a+1}{1} + \frac{2-a^2}{a-1} = \frac{(a+1)(a-1) + (2-a^2) \cdot 1}{a-1} = \\ &= \frac{a^2-1+2-a^2}{a-1} = \frac{1}{a-1}. \end{aligned}$$

Қайд мекунем, ки ҳангоми тартиб додани махрачи умумии касрҳо истифодаи баробариҳои айнияти зерин

$$\frac{a}{v} = -\frac{-a}{v} = -\frac{a}{-v} = \frac{-a}{-v} \quad \text{ва} \quad av = -(-a)v = -(-v)a = (-a)(-v)$$

баъзан хеле бамаврид аст. Масалан, барои ёфтани ҳосили чамъи

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{(a-1)^2}. \text{ Дар ҳақиқат,}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-a} + \frac{1}{(a-1)^2} &= -\frac{1}{-(1-a)} + \frac{1}{(a-1)^2} = -\frac{1}{a-1} + \frac{1}{(a-1)^2} = \\ &= \frac{1}{(a-1)^2} - \frac{1}{a-1} = \frac{1-(a-1)}{(a-1)^2} = \frac{2-a}{(a-1)^2}. \end{aligned}$$

Дар охир бо мақсади дурустар азҳудкунии тарзи ёфтани маҳрачи умумии касрҳо боз ҳалли чанд мисолро дида мебароем.

$$\text{а) } \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = (\text{маҳрачи умумӣ: } 2x) = \frac{6+x}{2x};$$

$$\text{б) } \frac{2}{a} - \frac{1}{a-1} = (\text{маҳрачи умумӣ: } a(a-1)) = \frac{2(a-1)-a}{a(a-1)} = \frac{a-2}{a(a-1)};$$

$$\text{в) } \frac{4}{x^2-1} + \frac{1}{(x-1)(x+3)} = \frac{4}{(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x-1)(x+3)} = (\text{маҳрачи}$$

$$\text{умумӣ: } (x-1)(x+1)(x+3)) = \frac{4(x+3)+1 \cdot (x+1)}{(x-1)(x+1)(x+3)} = \frac{5x+13}{(x-1)(x+1)(x+3)}.$$

$$\text{г) } \frac{a^2+3a+2}{a^2+2a+1} - \frac{a^2-3a+2}{a^2-4} = \frac{(a+1)(a+2)}{(a+1)^2} - \frac{(a-1)(a-2)}{(a-2)(a+2)} =$$

$$= \frac{a+2}{a+1} - \frac{a-1}{a+2} = (\text{маҳрачи умумӣ: } (a+1)(a+2)) =$$

$$= \frac{(a+2)^2 - (a-1)(a+1)}{(a+1)(a+2)} = \frac{a^2+4a+4 - a^2+1}{(a+1)(a+2)} = \frac{4a+5}{a^2+3a+2}.$$



1. Ду касри маҳрачашон гуногунро чӣ тавр ба касрҳои маҳрачашон якхела овардан мумкин аст? 2. Соддатарин маҳрачи умумии ду каср чист? 3. Чамъ ё тарҳи касрҳои ратсионалии маҳрачашон гуногун чӣ тавр иҷро карда мешавад? 4. Чамъ ё тарҳи ифодаҳои касран ратсионалӣ чӣ тавр ба чамъ ё тарҳи касрҳо оварда мешаванд?

77. Чамъ ё тархи касрхоро ичро намоед:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \frac{1}{x} + \frac{1}{4x}; & \text{б)} \frac{x}{2a} - \frac{3x}{7a}; & \text{в)} \frac{4}{2v} - \frac{1}{v^2}; \\ \text{г)} \frac{a}{v} + \frac{v}{a}; & \text{д)} \frac{x}{2} - \frac{y}{6}; & \text{е)} \frac{3x+5}{35x} + \frac{x-3}{21x}; \\ \text{ж)} \frac{2x}{a} - \frac{y}{v}; & \text{з)} \frac{2x}{mn} - \frac{3y}{m^2}; & \text{и)} \frac{x^2 - 2av}{ax} - \frac{3ax - 2v^2}{vx}; \\ \text{к)} \frac{2a^2 - 2v^2}{av} + \frac{3v - 2a}{v}; & \text{л)} \frac{4(1+3a)}{5} + \frac{5(2a-3)}{4} - \frac{2(7a-5)}{3}. \end{array}$$

78. Ба каср табдил диҳед ва агар имкон бошад, ихтисор кунед:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{2a+5v}{2a-v} - \frac{2a-3v}{v-2a} + \frac{4a-7v}{v-2a}; & \text{б)} \frac{3x-4y}{x-2y} - \frac{2x-y}{2y-x} + \frac{8y-x}{x-2y}; \\ \text{в)} \frac{a}{a+v} - \frac{a}{a-v}; & \text{г)} \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}; \quad \text{д)} \frac{2+v}{3} + \frac{7}{2v} + \frac{2v-3}{3+2v}; \\ \text{е)} \frac{a}{2x+4} - \frac{a}{3x+6}; & \text{ж)} \frac{x}{6a-12} + \frac{x}{2-a}; \quad \text{з)} \frac{3-2x}{5x^2-10x} - \frac{4x+1}{x^2-4}; \\ \text{и)} \frac{4n}{m^2-mk} - \frac{5m}{nm-nk}; & \text{к)} \frac{2a-1}{81-a^2} - \frac{3a-2}{a^2+18a+81}; \quad \text{л)} \frac{7y-1}{6y^2+2y} + \frac{5-3y}{9y^2-1}; \end{array}$$

79. Ифодаро содда карда, киматашро хангоми $x=2$ будан ҳисоб кунед:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{x+2}{x^2-4x} - \frac{x}{x^2-16}; & \text{б)} \frac{x+2}{x^2+3x} + \frac{x+1}{x^2-9}; \\ \text{в)} \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+2} - \frac{2x-5}{(x-1)(x+2)}; & \text{г)} \frac{10}{4x-5} + \frac{32x+60}{25-16x^2}. \end{array}$$

80. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } 2 - \frac{x}{3} + \frac{y}{2}; \quad \text{б) } \frac{1}{x} + 4 - \frac{5}{x}; \quad \text{в) } x + \frac{2x-y}{3};$$

$$\text{г) } \frac{4a-2b}{5} - \frac{b-2a}{7} - 3; \quad \text{д) } a-b + \frac{b^2}{a+b};$$

$$\text{е) } a^2 - \frac{a^4+1}{a^2-1} + 1; \quad \text{ж) } \frac{b-1}{16-b^2} - 3 - \frac{5}{b+4};$$

$$\text{з) } x - \frac{16}{x-4} - 4; \quad \text{и) } \frac{a+1}{25-a^2} - \frac{4}{a+5} + 2.$$

81. Ифодаро дар намуди каср навишта, касрро дар ҳолати имконпазир ихтисор намоед:

$$\text{а) } \frac{3x}{(x-1)(x+2)} - \frac{1}{x-1}; \quad \text{б) } \frac{5}{x+1} - \frac{3}{x+3} - \frac{1}{x+5};$$

$$\text{в) } \frac{4}{x^2-1} + \frac{2}{x+1}; \quad \text{г) } \frac{3}{a-1} + \frac{1}{a} - \frac{4}{a+1};$$

$$\text{д) } \frac{2a+b}{2a^2-ab} - \frac{4b}{4a^2-b^2} - \frac{2a-b}{2a^2+ab}; \quad \text{е) } \frac{2x^2+16}{x^3+8} - \frac{2}{x+2};$$

$$\text{ж) } \frac{3y^2-15}{(y+1)(y+3)} - \frac{2y}{y+3}; \quad \text{з) } \frac{1}{12-6x} - \frac{1}{-4+2x};$$

$$\text{и) } \frac{2}{3ab+a^2} - \frac{4}{a^2-9b^2} - \frac{1}{3b-a}; \quad \text{к) } \frac{3}{x^2-3x} - \frac{2}{x^2+x} - \frac{1}{(x+1)(x-3)}.$$

82. Ба ҳамаи нуқтаҳои ифодаҳои лозимиҳо гузореҷ ва ҳисобкуниро ба охири расонед:

$$\text{а) } \frac{x+3}{2+x} + \frac{2-x}{\dots} = \frac{(x+3)(x-3) + (2+x)(2-x)}{\dots};$$

$$\text{б) } \frac{a^2}{a^2-1} - \frac{a+5}{\dots} + \frac{2}{\dots} = \frac{a^2 - (a+5)(a-1) + 2(a^2-1)}{\dots}.$$

83. Айниятро исбот кунед:

а) $\frac{a^3 - b^3}{a - b} - ab - b^2 = a^2$; б) $\frac{3}{x+2} - \frac{2x-5}{x^2+x-2} = \frac{1}{x-1}$.

84*. Амалхоро ичро намоед:

а) $\frac{4}{y^2-4y} + \frac{1}{y^2+y}$; б) $\frac{x+5}{x+2} - \frac{3}{x-3} + \frac{5x}{(x+2)(x+3)}$;

в) $\frac{2x+a}{3x-3a} - \frac{a-c}{2a-2c} + \frac{cx-a^2}{a^2-ac+cx-ax}$;

г) $1+3a + \frac{9a^2}{1+3a} + \frac{1}{3a-1} + \frac{6a}{1-9a^2}$.

Машкхо барои такрор.

85. Касри $\frac{10x^3+640}{x^2-4x+16}$ -ро ихтисор карда, киматашро хангоми:

а) $x=0,5$ будан; б) $x=-2$ будан ҳисоб кунед.

86. Функция бо формулаи $y = \frac{3x-2}{4}$ дода шудааст.

Қиматашро хангоми ба -2 ; 0 ; 7 баробар будани x муайян кунед. Барои кадом қиматҳои аргумент қимати функция ба -3 ; 0 ; 8 баробар мешавад?

87. а) Аз баробарии $q = \frac{m}{v}$ тағйирёбандаи v -ро бо воситаи

q ва m ифода кунед;

б) Аз баробарии тағйирёбандаи a -ро бо воситаи S ,

v ва c ифода кунед.

88. Дар 2 оғил говҳо нигоҳ дошта мешаванд. Агар аз оғили дуҷум як гов ба оғили якум гузаронида шавад, миқдори говҳо дар ҳар ду оғил баробар мешавад. Агар аз оғили якум як гов ба дуҷум

гузаронида шавад, миқдори говҳои оғили якум нисфи миқдори говҳои оғили дуҷумро ташкил медиҳад. Дар ҳар як оғил чанд гов буд?

89. Ҳисоб кунед:

а) $25^2 \cdot (-4)^2 \cdot (0,001)^3$; б) $(-0,125)^2 \cdot 8^2 \cdot 10^3$.

90. Айниятро исбот кунед:

а) $(a+b+c)(ab+ac+bc) = (a+b)(b+c)(c+a) + abc$;

б) $(a^2+b^2)(x^2+y^2) = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2$.

91. Қисми чапи муодилоҳо ба зарбкуниандаҳо чудо намуда, онро ҳал намоед:

а) $3x^2 - 9x = 0$;

б) $y - 7 + y(y - 7) = 0$;

в) $2x^4 - x^3 = 0$;

г) $(y+1)y + 3(y+1) = 0$.

§3. ЗАРБ ВА ТАҚСИМИ КАСРҲО

7. ЗАРБИ КАСРҲО. АМАЛИ БА ДАРАЧА БАРДОШТАНИ КАСР

Чӣ тавре медонем, ҳосили зарби ду каср касрест, ки сураташ ба ҳосили зарби суратҳо ва махраҷаш ба ҳосили зарби махраҷҳо баробар аст. Масалан,

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 9} = \frac{8}{45}$$

Зарби касрҳои рашионалӣ ҳам айнан ҳаминро мемунад:

$$\frac{u}{v} \cdot \frac{s}{l} = \frac{u \cdot s}{v \cdot l} = \frac{us}{vl}$$

Нишон медиҳем, ки ин баробарӣ барои қиматҳои дилхо тағйирёбандаҳо аз соҳаи муайянии касрҳо, яъне ҳамон қиматҳои тағйирёбандаҳо, ки барояшон $v \neq 0$ ва $l \neq 0$ аст, дуру

мебошад. Бигузор $\frac{u}{v} = m$, $\frac{s}{l} = n$. Аз ин ҷо мувофиқи таърифи

ҳосили тақсим $u = vm$, $s = ln$. Пас, $us = vm \cdot ln = vl \cdot mn$. Ҳар ду тарафи ин баробариро ба $vl \neq 0$ тақсим намуда, ҳосил мекунем:

$$m \cdot n = \frac{us}{vl}$$

Ақиқун ифодаҳои m ва n -ро дар ин баробарӣ гузошта, мебинем, ки

$$\frac{u}{s} \cdot \frac{s}{t} = \frac{us}{vt}$$

Мо айниятро ҳосил кардем, ки аз он қоидаи зарби касрҳо бармеояд: барои касрро ба каср зарб кардан суратҳоро бо ҳамдигар ва махраҷҳоро бо ҳамдигар зарб карда, ҳосили зарби якумро дар сурат ва ҳосили зарби дуюмро дар махраҷ навиштан лозим аст.

М и с о л и 1. Касри $\frac{7a^4}{9e^2}$ -ро ба касри $\frac{3e}{14a^2}$ зарб мекунем:

$$\frac{7a^4}{9e^2} \cdot \frac{3e}{14a^2} = \frac{7a^4 \cdot 3e}{9e^2 \cdot 14a^2} = \frac{21a^4e}{126a^2e^2} = \frac{a^2}{6e}$$

М и с о л и 2. Касрҳои $\frac{x-y}{xy}$ ва $\frac{2xy}{xy-x^2}$ -ро зарб мезанем:

$$\begin{aligned} \frac{x-y}{xy} \cdot \frac{2xy}{xy-x^2} &= \frac{(x-y) \cdot 2xy}{xy \cdot (xy-x^2)} = \frac{2(x-y)}{xy-x^2} = \frac{2(x-y)}{x(y-x)} = \\ &= \frac{2(x-y)}{-x(x-y)} = \frac{2}{-x} = -\frac{2}{x} \end{aligned}$$

М и с о л и 3. Касри $\frac{2x-1}{2x+1}$ -ро ба бисёраъзогии $4x^2-1$ зарб

менамоём. Ҳангоми касрро ба бисёраъзогӣ ё бисёраъзогиро ба каср зарб кардан бисёраъзогиро дар намуди каср (махраҷаш 1) менависанд ва пас аз он қоидаи зарби касрҳоро татбиқ менамоёнд:

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{2x+1} \cdot (4x^2-1) &= \frac{2x-1}{2x+1} \cdot \frac{4x^2-1}{1} = \frac{(2x-1)(4x^2-1)}{2x+1} = \\ &= \frac{(2x-1)(2x-1)(2x+1)}{2x+1} = (2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1. \end{aligned}$$

Қоидаи ҳосили зарби касрҳо ба ҳосили зарби якчанд зарбшавандаҳо низ татбиқшаванда аст. Алалхусус,

$$\frac{u}{v} \cdot \frac{s}{t} \cdot \frac{m}{n} = \frac{us}{vt} \cdot \frac{m}{n} = \frac{usm}{vtn}$$

Акнун амали ба дараҷа бардоштани касрро дида мебароем. Аз таърифи дараҷаи бутуни касрҳои ададӣ ва қоидаи ёфтани ҳосили зарби якчанд касрҳо бевосита бармеояд, ки барои ҳар гуна n -и натуралӣ айнияти зерин ҷой дорад:

$$\left(\frac{u}{v}\right)^n = \frac{u^n}{v^n}$$

Яъне, барои ба дараҷа бардоштани каср, сурат ва махраҷро ба ҳамин дараҷа бардошта, натиҷаи якумро дар сурат ва натиҷаи дуюмро дар махраҷи каср навиштан лозим аст.

М и с о л и 4. Касри $\frac{3a}{b^2}$ -ро ба дараҷаи се мебардорем:

$$\left(\frac{3a}{b^2}\right)^3 = \frac{(3a)^3}{(b^2)^3} = \frac{27a^3}{b^6}$$

? 1. Ҳосили зарби ду касри ратсионалиро ҷӣ тавр меёбанд? 2. Магар қоидаи зарби ду каср ба қоидаи зарби касрҳои оддӣ шабоҳат дорад? 3. Бисёрарзогӣ ба каср ҷӣ тавр зарб карда мешавад? 4. Тарзи ба дараҷа бардоштани касрро фаҳмонед.

92. Амали зарбро иҷро кунед:

а) $\frac{91}{46} \cdot \frac{23}{26}$; б) $\frac{62}{5} \cdot \frac{10}{93}$; в) $\frac{2}{3x} \cdot \frac{4y}{5}$; г) $\frac{3a^2}{10} \cdot \frac{5}{a}$;

д) $\frac{5x}{8y} \cdot \frac{7}{15}$; е) $\frac{4}{3a} \cdot \frac{5a}{2}$; ж) $\frac{12}{c^2} \cdot \frac{c^3}{24}$; з) $\frac{5}{4x^3} \cdot \frac{16x^2}{25}$.

93. Ба намуди каср ифода намоед:

а) $\frac{a^2}{14} \cdot \frac{21}{av}$; б) $\frac{3,5}{x^2} \cdot \frac{4x^3}{2y^2}$; в) $\frac{2av}{15c} \cdot \frac{9ac}{4b}$;

$$\text{г) } \frac{7av}{9b^3} \cdot \frac{3a^2}{14c^2}; \quad \text{д) } \frac{9a}{bc} \cdot \frac{2c}{3av}; \quad \text{е) } \frac{2x^2z}{5y^3} \cdot \frac{15xy}{z^2};$$

$$\text{ж) } \frac{x^4}{y^3} \cdot \frac{y^2}{x^3}; \quad \text{з) } \frac{28a^2}{27x^3} \cdot \frac{63x^4}{140a}.$$

94. Содда намоед:

$$\text{а) } xy \cdot \frac{1}{y}; \quad \text{б) } c \cdot \frac{ac}{b}; \quad \text{в) } y^3 \cdot \frac{x}{y^2};$$

$$\text{г) } \frac{a^2}{b^2} \cdot ab; \quad \text{д) } \frac{7a}{4x^2} \cdot 6ax^2; \quad \text{е) } \frac{13x^{10}}{7} \cdot \frac{14}{x^7}.$$

95. Ифодаро ба каср табил диҳед:

$$\text{а) } \left(-\frac{x^2y^4}{2}\right) \cdot \frac{12}{xy^5}; \quad \text{б) } \frac{11a^2c^2}{7m} \cdot \left(-\frac{21m^2}{22a^4}\right);$$

$$\text{в) } \frac{a^3b^2}{c} \cdot \left(-\frac{c^3}{ab^4}\right); \quad \text{г) } \left(-\frac{2a^2b^2}{3mn^2}\right) \cdot \frac{m^2n^3}{14b^3a^2}.$$

96. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } \frac{20a^4x^3}{21b^7} \cdot \frac{7a^3b^4}{4x^6} \cdot \frac{3b^3x^2}{5a^6}; \quad \text{б) } \frac{b^3c^5}{3a^4d^4} \cdot \frac{36a^4d^3}{5b^2c^4} \cdot \frac{5a^3b}{4c^2}.$$

97. Ба дараҷа бардоред:

$$\text{а) } \left(\frac{1}{2x}\right)^3; \quad \text{б) } \left(\frac{x}{3y}\right)^4; \quad \text{в) } \left(\frac{n^2}{2m}\right)^3; \quad \text{г) } \left(\frac{4a^2}{5b^3}\right)^2;$$

$$\text{д) } \left(\frac{2x}{a^2b^2}\right)^3; \quad \text{е) } \left(-\frac{5a^2x}{y^4}\right)^2; \quad \text{ж) } \left(-\frac{3ab}{4m^2n}\right)^3; \quad \text{з) } \left(-\frac{4x^2}{5y^3}\right)^3.$$

98. Ба намуди каср ифода намоед:

$$\text{а) } \frac{2x}{y^2} \cdot \frac{xy+y^2}{6}; \quad \text{б) } \frac{ax-ay}{4a^3} \cdot \frac{2a^4}{x-y}; \quad \text{в) } \frac{7av}{cx+dx} \cdot \frac{ax+ax}{14av};$$

$$\text{г) } (a^2 - a^2) \cdot \frac{a-a}{a+a}; \quad \text{д) } -6x^3(a+a) \cdot \frac{3x}{a^2 - a^2}; \quad \text{е) } \frac{y}{3y^2 - 12} \cdot (y^2 - 4y + 4),$$

99. Нишон диҳед, ки натиҷаи зарб ифодаи бутун аст:

$$\text{а) } \frac{a+a}{a-a} \cdot (a^2 - a^2); \quad \text{б) } (a^3 - a^3) \cdot \frac{a+a}{a^2 + av + a^2};$$

$$\text{в) } \frac{x^2 - y^2}{12y} \cdot \frac{6xy - 6y^2}{x+y}; \quad \text{г) } \frac{15a - 15a}{4a + 4a} \cdot \frac{2a + 2a}{5a - 5a};$$

$$\text{д) } \frac{a^2 - a^2}{a^2 + a^2} \cdot \frac{3a^2 + 3a^2}{a+a}; \quad \text{е) } \frac{2x+2y}{3z-y} \cdot \frac{y-3z}{x+y}.$$

100. Ифодаро содда намоед:

$$\text{а) } \frac{2x^2}{x^2 - 4} \cdot \frac{2a - ax}{5x}; \quad \text{б) } \frac{3-a}{a} \cdot \frac{4a}{a^2 - 9};$$

$$\text{в) } \frac{a^2 - a^2}{av} \cdot \frac{a}{a-a}; \quad \text{г) } \frac{(y+1)^2}{2y+10} \cdot \frac{y^2 - 25}{2y+2};$$

$$\text{д) } \frac{a^2 + 2ac}{a+1} \cdot \frac{5a+5}{a^2 - 4c^2}; \quad \text{е) } \frac{x^2 - 1}{4x} \cdot \frac{x}{1+x};$$

$$\text{ж) } \frac{x^2 - 4x}{x+1} \cdot \frac{x^2 - 1}{2x - 8}; \quad \text{з) } \frac{10m^2 - 15m}{9m^2 + 36} \cdot \frac{3m^2 + 12}{2m^3 - 3m^2}.$$

101. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \frac{25 - x^2}{24xy} \cdot \frac{48y^2}{x^2 - 10x + 25}, \quad \text{агар } x=1 \text{ ва } y=2 \text{ бошад};$$

$$\text{б) } \frac{0,04x^2 - 1}{y^2 - 3y + 9} \cdot \frac{27 + y^3}{0,2x - 1}, \quad \text{агар } x=5 \text{ ва } y=1 \text{ бошад}.$$

102. Касрҳоро зарб кунед:

а) $\frac{a^2 - \theta^2}{a^2 - 3a} \cdot \frac{a - 3}{(a + \theta)^2}$;

б) $\frac{ax + ay}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{x^2 - xy}{4x + 4y}$;

в) $\frac{\theta^3 + 8}{18\theta^2 + 27\theta} \cdot \frac{2\theta + 3}{\theta^2 - 2\theta + 4}$;

г) $\frac{12x^5}{x^3 + y^3} \cdot \frac{x^2 - xy + y^2}{8x^4}$;

д) $\frac{y^2 - 2xy}{xy + 4x^2} \cdot \frac{4xy + y^2}{4x^2 - y^2}$;

е) $\frac{x^2 + xy + y^2}{x + y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^3 - y^3}$;

ж) $\frac{51a^6x^9}{56y^{11}} \cdot \frac{40xy^8}{9a^5} \cdot \frac{21y^3}{85ax^{10}}$;

з) $\frac{a^3 - 1}{a^2 - 1} \cdot \frac{a^2 + 2a + 1}{a^2 + a + 1} \cdot \frac{1}{2a + 2}$.

Машқҳо барои такрор.

103. Соҳаи муайяни касри $\frac{2 + x}{(2x - 1)(10 - 3x)}$ -ро ёбед.

104. Касри $\frac{8x^5y^4 - 24x^2y^6}{20x^7y^2 - 60x^4y^4}$ -ро ихтисор карда нишон

диҳед, ки бузургии он барои қиматҳои ба ҳам баробари x ва y доимӣ аст. Ин бузургии доимиро ёбед.

105. Ифодаҳои

а) $\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x^2-1}$ ва б) $\frac{6}{x-1} - \frac{1-2x}{1+x+x^2} - \frac{3x-5-4x^2}{x^3-1}$ -ро

сода намоед. Қимати онҳоро ҳангоми $x = -2$ будан ёбед.

106. x -ро бо воситаи a ва θ ифода кунед:

а) $2x + a = \theta$; б) $\theta - 4x = a - \theta$; в) $\frac{x}{a} + 1 = \theta$; г) $\theta - 5x = a$.

107. Агар ба шохи ҳар як гул яктогӣ булбул шинад, ба як булбул гул намерасад. Агар ба ҳар як гул дутогӣ булбул шинад, як гул ҳолӣ мемонад. Чанд гулу булбул ҳаст?

8. ТАҚСИМИ КАСРҲО

Мо дида будем, ки ҳосили тақсими ду касри оддӣ касрест, ки сураташ ба ҳосили зарби сурати зарбкунанда бар махрачи зарбшаванда ва махрачаш ба ҳосили зарби махрачи зарбкунанда бар сурати зарбшаванда баробар аст. Яъне, ҳангоми тақсим касри якумро ба касре зарб мекунанд, ки он ба касри дуюм чаппа аст. Масалан,

$$\frac{5}{8} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 3} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}.$$

Касрҳои дилхоҳ низ ҳамин тавр тақсим карда мешаванд. Нишон медиҳем, ки барои қиматҳои дилхоҳи имконпазири тағйирёбандаҳо, яъне ҳангоми $v \neq 0$, $s \neq 0$ ва $t \neq 0$ будан баробарии

$$\frac{u}{v} : \frac{s}{t} = \frac{u}{v} \cdot \frac{t}{s}$$

дуруст аст. Азбаски $\frac{s}{t} \cdot \frac{t}{s} = \frac{st}{st} = 1$ аст, пас $\frac{u}{v} = \frac{u}{v} \cdot 1 = \frac{u}{v} \cdot \frac{s}{t} \cdot \frac{t}{s} =$

$= \left(\frac{u}{v} \cdot \frac{t}{s} \right) \cdot \frac{s}{t}$. Аз ин ҷо мувофиқи таърифи ҳосили тақсим ($\frac{a}{b} = m$ аст, агар $a = mb$ бошад) ҳосил мекунем:

$$\frac{u}{v} : \frac{s}{t} = \frac{u}{v} \cdot \frac{t}{s}.$$

Аз айнияти ҳосилшуда қондаи тақсими касрҳо бармеояд: барои як касрро ба касри дигар тақсим кардан, касри якумро ба чаппаи дуюм зарб кардан лозим аст.

Айнияти мазкур ва қондаи зарби касрҳоро истифода карда

$$\frac{u}{v} : \frac{s}{t} = \frac{u}{v} \cdot \frac{t}{s} = \frac{ut}{vs}$$

-ро ҳосил менамоем.

Мисоли 1. Касри $\frac{4a^3}{e^5}$ -ро ба касри $\frac{8a^2}{e^3}$ тақсим мекунем:

$$\frac{4a^3}{e^5} : \frac{8a^2}{e^3} = \frac{4a^3}{e^5} \cdot \frac{e^3}{8a^2} = \frac{4a^3 \cdot e^3}{e^5 \cdot 8a^2} = \frac{4a^3 e^3}{8a^2 e^5} = \frac{a}{2e^2}.$$

Мисоли 2. Касри $\frac{x-1}{x}$ -ро ба касри $\frac{x+1}{x-2}$ тақсим менамоем:

$$\frac{x-1}{x} : \frac{x+1}{x-2} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x-2}{x+1} = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x+1)} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x}$$

Ҳангоми касро ба бисёраъзогӣ ё бисёраъзогиро ба каср тақсим кардан аввал бисёраъзогиро дар намуди каср (махраҷаш 1) менависанд ва пас қоидаи тақсими касрҳоро татбиқ менамоянд.

Мисоли 3. Касри $\frac{a^2-16}{4x}$ -ро ба бисёраъзогии $a+4$ тақсим мекунем:

$$\begin{aligned} \frac{a^2-16}{4x} : (a+4) &= \frac{a^2-16}{4x} : \frac{a+4}{1} = \frac{a^2-16}{4x} \cdot \frac{1}{a+4} = \frac{a^2-16}{4x(a+4)} = \\ &= \frac{(a-4)(a+4)}{4x(a+4)} = \frac{a-4}{4x}. \end{aligned}$$

Дар охир тақсими мураккабтарро дида мебароем.

Мисоли 4.

$$\begin{aligned} \frac{m^2-n^2}{2a^2-2av+2v^2} : \frac{m^2+2mn+n^2}{a^3+v^3} &= \frac{(m^2-n^2) \cdot (a^3+v^3)}{(2a^2-2av+2v^2) \cdot (m^2+2mn+n^2)} = \\ &= \frac{(m-n)(m+n)(a+v)(a^2-av+v^2)}{2(a^2-av+v^2)(n+m)^2} = \frac{(m-n)(a+v)}{2(m+n)}. \end{aligned}$$

? 1. Ҳосили тақсими ду касри раціоналиро чӣ тавр меёбанд? 2. Магар қоидаи тақсими ду каср ба қоидаи тақсими касрҳои оддӣ шабоҳат дорад?

108. Тақсимро иҷро кунед:

а) $\frac{299}{989} : \frac{13}{43}$;

б) $\frac{55}{56} : \frac{11}{43}$;

в) $\frac{4a^2}{5v} : \frac{8a}{25}$;

г) $\frac{x^2}{4y} : \frac{xy}{20}$;

д) $\frac{13}{5y} : (39x^2)$;

е) $\frac{2a^4}{5v} : (8a^2v)$;

ж) $\frac{2}{x^3} : \frac{4}{xy^2}$;

з) $3x^2 : \frac{5x}{2}$;

и) $27a^3 : \frac{18a^4}{13v}$.

109. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } \frac{3x^2y}{7a^2} : \frac{9xy^2}{14a}; \quad \text{б) } \frac{2x^2}{5y} : \frac{4x}{10y^3}; \quad \text{в) } \frac{4c}{21d^2} : \frac{6c^2}{7d};$$

$$\text{г) } \frac{2x^4y^6}{3a} : \frac{2x^4y^3}{a^4}; \quad \text{д) } -\frac{7y^2}{12x^3} : \frac{y^6}{24x^7}; \quad \text{е) } \frac{48a^4b}{x} : \left(-\frac{24ab}{x^2}\right);$$

$$\text{ж) } \frac{15x^2z}{a^7} : \frac{5xz}{-a^6}; \quad \text{з) } \left(-\frac{6xy^2}{5ab}\right) : \left(-\frac{9x^2y^2}{10ab}\right); \quad \text{и) } \frac{192m^6n^9}{-77k^5p} : \frac{36m^5n^8}{55k^4p^3}.$$

110*. Ба намуди каср ифода кунед:

$$\text{а) } \frac{4x^2}{5y^3} : \frac{2x^3}{15y^2} \cdot \frac{7y}{3x}; \quad \text{б) } \frac{a^5x^4}{18c^9} : \frac{a^4x^5}{54c^8} : \frac{a^3}{9c^3x};$$

$$\text{в) } \frac{8c^4}{22d^3} \cdot \frac{11d^2}{16c^2} : \frac{c}{d^2}; \quad \text{г) } \frac{8x^3}{7y^3} : \frac{x^2}{49y^2} \cdot \frac{7y^2}{x^2};$$

$$\text{д) } \frac{64xy^3z}{a^5c} : (8x^2yz) \cdot \frac{a^3c}{x}; \quad \text{е) } 11ab^3c : \frac{121a^2b^2c}{x^3y^2} \cdot \frac{a^2}{b} \cdot \frac{1}{xy^4};$$

$$\text{ж) } -16a^2b^3 \cdot \frac{2z}{8a^2b} : \frac{bz^2}{-a}; \quad \text{з) } \frac{10a^2b^3}{21c^7} : \frac{22a^4b}{39d^3} \cdot \frac{7ac^6}{5bd^2} : \frac{13bd^2}{11a^2c^3}.$$

III. Тақсимро иҷро кунед:

$$\text{а) } \frac{x^2 - 4x}{2m^2} : \frac{x}{8m}; \quad \text{б) } \frac{a^2 - 4ab}{3b} : (3a - 12b);$$

$$\text{в) } \frac{x^3}{y^2} : \frac{x^3}{xy - y^2}; \quad \text{г) } (a^2 - 9b^2) : \frac{5a + 15b}{b};$$

$$\text{д) } \frac{3x^2 + x^3}{7a^2} : \frac{x + 3}{14a}; \quad \text{е) } (a - 2b)^2 : \frac{a^3 - 4ab^2}{5};$$

$$\text{ж) } \frac{xy}{x^2 - 3x} : \frac{3xy}{3 - x}; \quad \text{з) } \frac{x^4 - x^2}{x^2 + 1} : (x^2 - 1).$$

112. Амалхоро ичро намоед:

а) $\frac{x^2 - y^2}{x^3} : \frac{x - y}{3x^2}$;

б) $\frac{x+1}{y} : \frac{x^2-1}{4y^2}$;

в) $\frac{2a^2 - 2b^2}{b^2 + bc} : \frac{4a - 4b}{b + c}$;

г) $\frac{ab^2}{a^2 - 1} : \frac{2b}{a - a^2}$;

д) $\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 36} : \frac{x^2 - 16}{x - 6}$;

е) $(5x-1):(25x^2-10x+1)$.

113. Ба намуди каср ифода намоед:

а) $\frac{a^2 + 2a}{a^2 - 4} : \frac{2a + 4}{a - 2}$;

б) $\frac{x^3 - x^2y}{y^2} : \frac{x - y}{2y^3}$;

в) $\frac{16p^2 - 1}{pq + 2q} : \frac{1 - 4p}{4p + 8}$;

г) $\frac{bc + cx}{av - ax} : \frac{ab + ax}{bc - cx}$;

д) $\frac{x^2 - y^2}{x^2 - 1} : \frac{4y - 4x}{5x + 5}$;

е) $\frac{x + 3}{2x + 4} : \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 4}$;

ж) $(x^2 - 16y^2):(x^2 + 8xy + 16y^2)$;

з) $(m^2 - n^2) : \frac{m - n}{mn}$.

114. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{x^2 - 81}{x + 1} : \frac{x^2 + 9x}{x^2 + 2x + 1}$,

агар $x=1,5$ бошад;

б) $(a - 5b) : \frac{a^2 - 25b^2}{a + b}$,

агар $a=1$ ва $b=2$ бошад.

115. Амалн тақсимро ичро намуда, натиҷаро содда кунед:

а) $\frac{x + y}{x^2 - y^2} : \frac{3x + 3y}{x^2 - 2xy + y^2}$;

б) $\frac{y^2 - x^2}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{xy - y^2}{x + y}$;

в) $\frac{a^3 + b^3}{a^2 - b^2} : \frac{a^2 + ab}{b(a - b)}$;

г) $\frac{4x^2 - 25}{x^3 + 8} : \frac{2x + 5}{x^2 - 2x + 4}$;

$$д) \frac{m^2 + 6m + 9}{3xy^2} : \frac{am + 3a}{6x^2y}; \quad е) \frac{a^3 - x^3}{x^2 - 1} : \frac{a^2 + ax + x^2}{x - 1};$$

$$ж) \frac{8 + y^3}{2x + 2} : \frac{y^2 - 2y + 4}{x^2 - 1}; \quad з) \frac{8a + a^2 + 16}{15x - 3} : \frac{16 - a^2}{25x^2 - 1}.$$

Машқҳо барои такрор.

116. x -ро аз муодила ёбед:

а) $x \cdot 3av = 12a^2v^3;$

б) $x \cdot 0,1ac = a^2c;$

в) $37a^2v \cdot x = 111a^3v^3;$

г) $0,15vy \cdot x = \frac{3}{2}vy^2.$

117. Ифодаро содда намоед:

а) $\frac{5}{5a + 2a^2} - \frac{2}{5 - 2a} - \frac{20}{4a^2 - 25};$ б) $\frac{5}{2a + 2} - \frac{1}{10a - 10} - \frac{24}{15 + 10a}$

118. Аз формулаҳои $a = \frac{v}{3c}$ ва $\frac{1}{a} + \frac{1}{v} = \frac{1}{c}$ тағйирёбандаи c -ро бо воситаи тағйирёбандаҳои a ва v ифода намоед.

119. Кадоми ин нуқтаҳо $A(-1;1)$, $B(-2;3)$, $C(3;2)$ ва $D\left(\frac{1}{2};4\right)$

ба графики функсияи $y=2x+3$ тааллуқ доранд?

120. Кампире ба бозор як сабад тухм меовард. Дар даромадгоҳи бозор дузде сабадро аз дасти кампир гирифта гурехт. Хангоми таъкиб дузд ба даст афтод, вале тухмҳо шикаста буданд. Ҳокими бозор хост, ки пули тухмҳоро руёнида баргардонад ва аз кампир миқдори тухмҳоро пурсид. Кампир гуфт, ки миқдори тухмҳояш адади хурдтаринест, ки ба 7 бебақия тақсим шуда, хангоми онро ба 2, 3, 4, 5 ва 6 тақсим намудан бақия ба як баробар аст. Кампир чанд дона тухм ба бозор оварда буд?

121. Суръати чараёни дарё 3 км/соат аст. Суръати қайқе, ки ба самти чараён шино мекунад, аз суръати вай нисбати муқобили чараён шино карданиш чӣ қадар зиёд аст?

9. ТАБДИЛДИҲИИ АЙНИЯТИИ ИФОДАҲОИ РАТСИОНАЛӢ

Айниятан тағйир додани ифодаро, мо табдилдиҳии айниятии он номда будем. Инчунин қайд карда, бо мисолҳо

нишон дода будем, ки ихтисори касрҳо яке аз шаклҳои табиқдихӣ аст (ниг. ба п.4). Акнун нишон медиҳем, ки ҳар гуна ифодаи раціоналиро дар намуди касри раціоналӣ, яъне ҳамчун ҳосили тақсими ду ифодаи бутун тасвир кардан мумкин аст.

Дар ҳақиқат, чӣ тавре дидем, натиҷаи ҷамъ ё тарҳ, зарб ё тақсим ва ё ба дараҷа бардоштани касрҳо ҳамеша каср аст. Азбаски ифодаи раціонали мураккаб, аз ифодаҳои байни худ бо ин 5 амали арифметикӣ пайваस्तбуда иборат аст, пас натиҷаи ниҳоии иҷрои амалҳо аз рӯи қоидаҳои зарурӣ низ каср мебошад. Пай дар пай иҷро кардани ин амалҳо ва дар ҳолати зарурӣ ихтисори натиҷаи онҳо, табиқдихии айнияти ифодаи раціоналӣ ном дорад.

Вале бояд қайд кард, ки ҳангоми табиқдихии айнияти соҳаи муайяни каср (натиҷа) тағйир ёфта метавонад. Масалан,

$$\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2$$

ст. Касри дар қисми ҷаф буда, ҳангоми $x = -2$ будан маъно надорад. Қисми рост $x - 2$ барои ин қимат ба -4 баробар аст. Барои ҳамаи дигар қиматҳои тағйирёбанда ифодаҳои ҷафу рост баробаранд, ғуне дар ёд $x \neq -2$ ҳисоб карда мешавад. Ин аст, ки ҳангоми табиқдихии ифодаҳо ба тағйирёбии соҳаи муайяни онҳо эътибор дода намешавад.

Мисоли 1. Ифодаи

$$x + 3 - \frac{1}{x + 3} \cdot \frac{x^2 - 9}{x}$$

ро ба касри раціоналӣ табиқ медиҳем.

Барои ин аввал касрҳоро зарб карда, сонӣ аз бисёраъзогии $x + 3$ натиҷаи ҳосилшударо тарҳ менамоем:

$$1) \frac{1}{x + 3} \cdot \frac{x^2 - 9}{x} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 3)x} = \frac{x - 3}{x};$$

$$2) x + 3 - \frac{x - 3}{x} = \frac{x + 3}{1} - \frac{x - 3}{x} = \frac{x(x + 3) - (x - 3)}{x} =$$

$$= \frac{x^2 + 3x - x + 3}{x} = \frac{x^2 + 2x + 3}{x}.$$

Мисоли 2. Ифодаи

$$\left(\frac{2av}{4a^2 - 9v^2} + \frac{v}{3v - 2a} \right) : \left(1 - \frac{2a - 3v}{2a + 3v} \right)$$

-ро ба касри ратсионалӣ табдил медиҳем.

Аввал касрҳои дар қавси якум бударо ҳамчун карда, сонӣ тарҳи ифодаҳои дар қавси дуюм бударо иҷро менамоем. Дар охир ҳосили ҳамро ба ҳосили тарҳ тақсим мекунем:

$$1) \frac{2av}{4a^2 - 9v^2} + \frac{v}{3v - 2a} = \frac{2av}{(2a - 3v)(2a + 3v)} - \frac{v}{2a - 3v} =$$

$$= \frac{2av - (2a + 3v)v}{(2a - 3v)(2a + 3v)} = \frac{2av - 2av - 3v^2}{(2a - 3v)(2a + 3v)} = -\frac{3v^2}{(2a - 3v)(2a + 3v)};$$

$$2) 1 - \frac{2a - 3v}{2a + 3v} = \frac{2a + 3v - (2a - 3v)}{2a + 3v} = \frac{2a + 3v - 2a + 3v}{2a + 3v} = \frac{6v}{2a + 3v};$$

$$3) -\frac{3v^2}{(2a - 3v)(2a + 3v)} : \frac{6v}{2a + 3v} = -\frac{3v^2 \cdot (2a + 3v)}{(2a - 3v)(2a + 3v) \cdot 6v} = -\frac{v}{2(2a - 3v)}.$$

Ҳангоми ҳисоби қимати ифода дар бисёр мавридҳо пешакӣ табдил додани он заҳматро кам мекунанд.

Мисоли 3. Қимати ифодаи

$$\left(\frac{a}{a - 2v} + \frac{v}{a + 2v} \right) \cdot \frac{a^3 + 8v^3}{a^3 + 3a^2v - 2av^2}$$

-ро ҳангоми $a=0,5$ ва $v=1$ будан ҳисоб мекунем.

Аввал ифодаро содда менамоем:

$$1) \frac{a}{a - 2v} + \frac{v}{a + 2v} = \frac{a(a + 2v) + v(a - 2v)}{(a - 2v)(a + 2v)} =$$

$$= \frac{a^2 + 2av + av - 2v^2}{(a - 2v)(a + 2v)} = \frac{a^2 + 3av - 2v^2}{(a - 2v)(a + 2v)};$$

$$2) \frac{a^2 + 3av - 2v^2}{(a - 2v)(a + 2v)} \cdot \frac{a^3 + 8v^3}{a^3 + 3a^2v - 2av^2} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a^2 + 3av - 2v^2}{(a-2v)(a+2v)} \cdot \frac{a^3 + (2v)^3}{a(a^2 + 3av - 2v^2)} = \\
 &= \frac{(a+2v)(a^2 - 2av + 4v^2)}{a(a-2v)(a+2v)} = \frac{a^2 - 2av + 4v^2}{a(a-2v)}.
 \end{aligned}$$

Дар ин натиҷаи ниҳой $a=0,5$ ва $v=1$ гузошта меёбем:

$$\begin{aligned}
 \frac{a^2 - 2av + 4v^2}{a(a-2v)} &= \frac{0,5^2 - 2 \cdot 0,5 \cdot 1 + 4 \cdot 1^2}{0,5(0,5 - 2 \cdot 1)} = \frac{0,25 - 1 + 4}{0,5 \cdot (-1,5)} = \\
 &= \frac{3,25}{-0,75} = -4\frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

Мисоли 4. Касри

$$\frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}}$$

-ро ба намуди касри ратсионалӣ менависем.

Ин табдилдихиро бо тарзҳои гуногун иҷро кардан мумкин аст. Масалан, сурат ва махраҷро дар алоҳидагӣ ба касри ратсионалӣ оварда, баъд натиҷаи ҷамъро ба натиҷаи тарҳ тақсим кардан мумкин аст. Вале агар ҳосияти асосии касро истифода барему сурат ва махраҷро ба $x^2-x=x(x-1)$ зарб намоем, пас ҳисоб соддатар мешавад:

$$\frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}} = \frac{\left(\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}\right) \cdot (x^2-x)}{\left(\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}\right) \cdot (x^2-x)} = \frac{x+4-x}{2x-(x+2)} = \frac{4}{x-2}.$$

? 1. Чаро ҳар гуна ифодаи ратсионалиро дар намуди каср навиштан мумкин аст? 2. Оё табдилдихии айнияти соҳаи муайяни ифодаро тағйир медиҳад? Ҷавобро бо мисолҳо шарҳ диҳед. 3. Барои чӣ барои ёфтани қимати ифода баъзан содда кардани он муфид аст?

122. Амалхоро ичро кунед:

а) $\frac{x}{3} - \frac{x}{15} - \frac{1}{2}$;

б) $\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+1}$;

в) $\frac{4}{a^2-1} + \frac{2}{a+1}$;

г) $\frac{3}{y^2-1} - \frac{2}{(y-1)^2}$.

123. Амалхоро ичро кунед:

а) $\left(\frac{5}{y} - 4y^2\right) : \left(4y - \frac{5}{y^2}\right)$;

б) $\frac{av + v^2}{5} : \frac{v^3}{5a} - \frac{a+v}{v}$;

в) $\left(\frac{a}{v^2} + \frac{a^2}{v^3}\right) : \left(\frac{v^2}{a^2} + \frac{v}{a}\right)$;

г) $\frac{3}{2a+2v} + \frac{a}{ac+vc} - \frac{c}{8a}$.

124. Ифодаро содда намоед:

а) $\left(\frac{x}{x+2} + 1\right) \cdot \frac{2+x}{3x+1}$;

б) $\left(\frac{3a}{a+1} - a\right) : \frac{2-a}{(a+1)^2}$;

в) $\frac{x^2-y^2}{y^3} \cdot \left(1 - \frac{x-y}{x+y}\right)$;

г) $\frac{x-1}{x-2} \cdot \left(x + \frac{x}{1-x}\right)$.

125. Амалхоро ичро намоед:

а) $\frac{c^2}{c^2+av} \cdot \left(\frac{a+c}{a} - \frac{c-v}{c}\right)$;

б) $\frac{x^2}{x^2-ay} \cdot \left(\frac{y-x}{x} + \frac{a-x}{a}\right)$;

в) $\left(\frac{v}{a+v} - \frac{a}{a-v}\right) : \frac{a^2+v^2}{av+v^2}$;

г) $\frac{a^2+v^2}{a+v} : \left(\frac{2a}{a+v} + \frac{v-a}{a}\right)$.

126. Ифодаро содда кунед:

а) $\left(\frac{a}{a-3} + \frac{10}{a-3} + \frac{25}{a^2-3a}\right) : \left(\frac{5}{a^2} + \frac{2}{a} + \frac{1}{5}\right)$;

б) $\left(\frac{1}{xy+y^2} - \frac{6}{x^2+xy} + \frac{9y}{x^3+x^2y}\right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{6}{y} + \frac{9}{x}\right)$;

в) $\left(\frac{x-2}{3x+6} + \frac{1}{x^2-4} + \frac{x-6}{6-3x}\right) : \frac{38}{9x^2-36}$;

$$\text{г) } \left(\frac{x-y}{2x+2y} + \frac{y^2}{x^2-y^2} + \frac{x-3y}{2y-2x} \right) \cdot \frac{3x^2-3y^2}{2y}.$$

127. Амалхоро ичро кунед:

$$\text{а) } \left(\frac{x^2}{5-x} + \frac{x^2}{5+x} \right) \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{2x-5}{2x^2} \right); \quad \text{б) } \left(\frac{1}{a^2-1} - \frac{1}{a^3-1} \right) \cdot \left(\frac{1}{a^2} - a \right);$$

$$\text{в) } \left(\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2} \right) : \left(\frac{x}{y} + 1 + \frac{y}{x} \right); \quad \text{г) } \left(1 + \frac{\theta}{a} + \frac{\theta^2}{a^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\theta}{a} + \frac{\theta^2}{a^2} \right).$$

128. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } \left(\frac{3+x}{3-x} - \frac{x-3}{x+3} \right) : \left(\frac{x+3}{x-3} - \frac{3-x}{3+x} \right);$$

$$\text{б) } \left(\frac{\theta^2+25}{\theta} - 5 \right) \cdot \frac{25-\theta^2}{\theta^3+125} : \left(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{5} \right);$$

$$\text{в) } \left(\frac{a}{a+2} + a + 2 \right) : \left(\frac{1}{2+a} - a - 2 \right);$$

$$\text{г) } \left(\frac{a}{a+\theta} + \frac{\theta}{a} \right) : \left(\frac{\theta^2}{a+\theta} + a \right).$$

129. Содда кунед:

$$\text{а) } \left(\frac{xy}{x^2-y^2} + \frac{y}{y-x} \right) : \left(x-y + \frac{4y^2-x^2}{x+y} \right);$$

$$\text{б) } \frac{4}{y-4} + \frac{8-y}{y^3-64} : \frac{y-8}{16y+4y^2+y^3};$$

$$\text{в) } \left(\frac{x}{x+1} - 1 \right) \cdot \frac{1-x^2}{y-y^2} \cdot \frac{1-y^2}{1-x};$$

$$\text{г) } \left(1 - \frac{9x^2+4}{12x} \right) : \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{2} \right) + 1.$$

130. Амалхоро ичро кунед:

$$\text{а) } (a^2 + 2a + 1) \cdot \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a^2-1} - \frac{1}{a-1} \right);$$

$$\text{б) } (x^2 - 9) \cdot \left(\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x-3} \right) + 12;$$

$$\text{в) } \left(\frac{y-1}{y^2+y+1} - \frac{1}{y-1} \right) \cdot \left(\frac{2+y}{y} + 2y+1 \right);$$

$$\text{г) } \frac{4a-2b}{3ab} : \left(\frac{8ab}{12a^2-3b^2} + \frac{2a-b}{2a+b} - \frac{2a+b}{6a-3b} \right)$$

131. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } \left[\left(1 - \frac{2}{1-3a} \right) \left(1 - \frac{9a-9a^2}{3a+1} \right) \right] : [2(1-9a^2)];$$

$$\text{б) } \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \left(\frac{2x-3y}{x^2-y^2} - 2x+3y \right);$$

$$\text{в) } \left(x - \frac{x+y}{x-y} + y \right) : \left(1 - \frac{x+y}{x^2-y^2} \right);$$

$$\text{г) } \frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}.$$

132. Амалхоро ичро кунед:

$$\text{а) } \left(\frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{4q^2-p^2} - \frac{2}{p+2q} \right) : \left(\frac{p^2+4q^2}{p^2-4q^2} + 1 \right);$$

$$\text{б) } \frac{2a}{a^2-4x^2} + \frac{1}{2x^2+6x-ax-3a} \cdot \left(x + \frac{3x-6}{x-2} \right);$$

$$\text{в) } \left(\frac{xy+y^2}{5x^2-5xy} + xy+y^2 \right) \cdot \frac{5x}{x+y} - \frac{y}{x-y};$$

$$\text{г)} \left(\frac{x-y}{x^2+xy} - \frac{x}{y^2+xy} \right) : \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y} \right)$$

133. Ифодаро содда намоед:

$$\text{а)} \frac{a^2-1}{n^2+an} \cdot \frac{a-an^3-n^4+n}{1-a^2}; \quad \text{б)} \frac{x-1}{y+10x} : \frac{2x^3-2x}{100x^2-y^2};$$

$$\text{в)} \frac{30x^2-26xy}{9x^2+6xy+y^2} \cdot \frac{y+3x}{x}; \quad \text{г)} \frac{(x+y)^2-4xy}{2x} \cdot \frac{x^2+xy}{6xy} \cdot \frac{3x}{x^2-y^2};$$

134. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а)} \frac{4xy}{y^2-x^2} : \left(\frac{1}{y^2-x^2} + \frac{1}{x^2+2xy+y^2} \right);$$

$$\text{б)} \left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{a^2+n^2+2an} \right) : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{a^2-n^2} \right);$$

$$\text{в)} \left(\frac{y^2-4y}{y^2-8y+16} - \frac{3y+12}{y^2-16} \right) \cdot \left(1 - \frac{4}{y} \right);$$

$$\text{г)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right)$$

135. Айниятро исбот кунед:

$$\text{а)} \frac{2x-y}{xy} - \frac{1}{x+y} \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) = \frac{1}{y};$$

$$\text{б)} \left(\frac{a-b}{a^2+ab} - \frac{a}{b^2+ab} \right) : \left(\frac{b^2}{a^3-ab^2} + \frac{1}{a+b} \right) = \frac{b-a}{a};$$

$$\text{в)} \frac{1}{b^2} - \frac{1}{ab} + \frac{1}{a^2} = \frac{1}{ab(a+b)} \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \right);$$

$$\text{г)} \frac{2}{8+x^3} - \frac{1}{4-x^2} = \frac{1}{x-2} \cdot \frac{x^2}{x^3+8};$$

$$д) \frac{1,4x^2 - xy}{0,49x^2 - 0,25y^2} = \frac{20x}{7x + 5y};$$

$$е) \frac{3,5x + 4,5y}{0,49x^2 - 0,81y^2} = \frac{50}{7x - 9y}.$$

136. Исрот кунад, ки барои ҳамаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо қиматҳои ифода аз қимати тағйирёбандаҳои дар он дохилбуда вобаста нест. Ин қиматро ёбед:

$$а) \left(\frac{3-a}{2+a} - 1 \right) \left(\frac{a}{2} - \frac{1+a^2}{2a-1} \right); \quad б) \left(3 - \frac{9+4x}{3+2x} \right) \cdot \left(\frac{1}{2x} + \frac{2}{3-2x} \right) \cdot (3-2x);$$

$$в) \frac{y^2}{x^2 + xy + y^2} + \frac{x}{x-y} - \frac{xy(x+2y)}{x^3 - y^3}; \quad г) \left(\frac{a+b}{5a} - a - b \right); \quad \frac{a+b}{7} - \frac{7}{5a}.$$

137. Ба намуди бисёрҷузғӣ ё касри ратсионалӣ ифода намоед:

$$а) \left(x + \frac{1}{2x} \right)^2;$$

$$б) \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)^2;$$

$$в) \left(\frac{x}{y} + 1 \right)^2 + \left(1 - \frac{x}{y} \right)^2;$$

$$г) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)^2 - \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)^2;$$

$$д) a^2 \cdot \left(\frac{a+b}{a} - 1 \right)^2 + b^2 \cdot \left(\frac{a-b}{b} + 1 \right)^2; \quad е) \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}; \quad \frac{1}{a+b} - ab.$$

138. Касро дар намуди нисбати ду бисёрҷузғӣ нависад:

$$а) \frac{\frac{1}{3} - \frac{x}{y}}{\frac{1}{6} + \frac{x}{y}};$$

$$б) \frac{2 + \frac{1}{x-1}}{1 - \frac{1}{x+2}};$$

$$в) \frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}};$$

$$г) \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}};$$

$$д) \frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{1}{x-1} - \frac{4-x}{x^2-x}};$$

$$е) \frac{\frac{a-b}{a}}{\frac{a-b}{b}};$$

$$\text{ж) } \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}};$$

$$\text{з) } 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}};$$

139. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{0,3x - y}{0,009x^2 - y^2}$ хангоми $a = \frac{2}{3}$ ва $b = -\frac{4}{5}$ будан;

б) $\frac{x - y}{x + y} - \frac{x + y}{x - y}$ хангоми $x = \frac{1}{4}$ ва $y = \frac{1}{3}$ будан;

в) $\left(\frac{3}{2x - 2y} + \frac{y}{ay - ax} \right) : \frac{4xy - 6ax}{3xy - 3y^2}$ хангоми $x = \frac{1}{a}$ ва $y = \frac{1}{3}$ будан;

г) $\left(a + b - \frac{4ab}{a + b} \right) : \left(\frac{b}{a - b} + \frac{3ab - a^2}{b^2 - a^2} \right)$ хангоми $a = -1,5$ ва $b = -3$ будан;

д) $\frac{x^2 - 144}{x^2 - 9} \cdot \frac{x + 3}{x + 12} : \frac{x - 12}{2x^2 - 6x}$ хангоми $x = 525$ будан.

140. Маълум ки $x - \frac{2}{x} = 8$ аст. Қимати ифодани $x^2 + \frac{4}{x^2}$ -ро ёбед.

141*. Агар $x - \frac{1}{x} = 4$ бошад, он гоҳ:

а) $x^2 + \frac{1}{x^2}$; б) $x^3 - \frac{1}{x^3}$; в) $x^4 + \frac{1}{x^4}$

ба чанд баробар аст?

142*. а) Агар $a + \frac{1}{b} = 4$ ва $b + \frac{1}{a} = 12$ бошад, он гоҳ $\frac{a}{b}$ чанд аст?

б) Маълум, ки $\frac{a}{b} = 4$ ва $a + \frac{1}{b} = 6$ мебошад. Қимати ифодани

$a^3 + \frac{1}{b^3}$ чанд аст?

Машкхо барои такрор.

143. Координатаҳои нуқтаҳои буриши графикаи функсияи

$$y = \frac{1}{4}x - 8 \text{ -ро бо тири абсисса } ox \text{ ва тири ордината } oy \text{ ёбед.}$$

144. Решаи муодиларо ёбед:

$$\text{а) } x : \left(-\frac{96}{101} \right) = \frac{1}{2\frac{5}{48}}; \quad \text{б) } \left(4\frac{1}{3} - 3x \right) : 1\frac{2}{9} = 6;$$

$$\text{в) } (4,21 - 6,36) \cdot \frac{3x}{2} = 2\frac{3}{20}; \quad \text{г) } \frac{101}{200}x : (3,012 + 2,038) = -0,4.$$

145. Дар анбори якум 120 т ва дар анбори дуум 85т гандум ҳаст. Баъди он ки аз анбори якум назар ба анбори дуум 2 маротиба зиёдтар гандум ба осиеб бурданд, дар анбори якум назар ба анбори дуум 3 маротиба камтар гандум боқӣ монд. Аз анбори якум чанд тонна гандум ба осиеб бурдаанд?

146. Системаи муодилаҳоро ҳал намоед:

$$\text{а) } \begin{cases} 6x - 3y = 4, \\ y = 2x - 5; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} a + 2v = 5, \\ 5a = 7 - 2v. \end{cases}$$

147. Қайки мотордор, ки суръаташ дар оби ором 15км/соат аст, аз бандар ба муқобили чараёни дарё ба шинокунӣ сар кард. Баъди 1 соату 15 дақиқаи шинокунӣ мотори қайқ аз қор баромад ва онро пас аз 5 соат чараёни дарё ба бандар баргардонд. Суръати чараёни дарёро ёбед.

148. Дар қуттӣ тазарв ва харгӯшҳо ҳастанд. Ҳамаи хайвонҳо 35 сар ва 94 пой доранд. Дар қуттӣ чандто тазарв ва чандто харгӯш ҳаст?

10. ФУНКСИЯИ $y = \frac{k}{x}$. ХОСИЯТҲО ВА ГРАФИКИ ОН

Т а ъ р и ф. Бузургҳои тағйирёбанда x ва y мутаносибан чаппа номида мешаванд, агар ҳосили зарби қиматҳои мувофиқи онҳо ба адади доимии гайринул баробар бошад.

Агар ин адади доимро бо k ишорат намоем, он гоҳ мутаносибии чаппа бо формулаи $xy=k$ ё $y = \frac{k}{x}$ ифода карда

мешавад. Ин формула (вобастагӣ) нишон медиҳад, ки ҳангоми якчанд маротиба зиёд шудани қимати x қимати мувофиқи y ҳамон қадар маротиба кам мешавад. Масалан, агар x 2 маротиба афзояд, y 2 бор кам мешавад, агар x 3 бор кам шавад, y 3 маротиба меафзояд ва ҳоказо.

М и с о л и 1. Бигузур дарозӣ ва бари росткунҷаҳое, ки масоҳаташон 20см^2 мебошад, мувофиқан x см ва y см аст.

Вобастагии y аз x бо формулаи $y = \frac{20}{x}$ ифода меёбад.

М и с о л и 2. Масофаи 2 шаҳр 90 км аст. Вобастагии вақти барои тай кардани ин масофа сарф мешудагӣ t аз суръати ҳаракат v бо формулаи $t = \frac{90}{v}$ ифода мешавад. Дар ин ҷо бузургҳои t ва v бо ҳам мутаносибии чаппаанд.

Фаҳмост, ки ҳангоми зарурӣ миқдори ин гуна мисолхоро зиёд кардан мумкин аст.

Ҳангоми муоина кардани функсияи $y = \frac{k}{x}$, ки дар он x

тағйирёбандаи новобаста буда, адади k нобаробари нул аст, дар назар дошта мешавад, ки тағйирёбандаи x ҳам қимати мусбат ва ҳам қимати манфӣ қабул мекунад. Барои чунин қиматҳои x ҳам, яъне барои ҳар гуна қимати x аз тири ададӣ, ки нул нест, ин функсия ҳам мутаносибии чаппа ном дорад.

Мо дар мисоли функсияи $y = \frac{2}{x}$ хосиятҳо ва графики мутаносибии чаппаро дида мебароем.

1) Соҳаи муайянии функсия ҳамаи ададҳои аз нул фарқкунанда мебошад. Ин аз он бармеояд, ки ифодаи $\frac{2}{x}$ ҳангоми $x=0$ будан маъно надорад (ба нул тақсим кардан мумкин нест!)

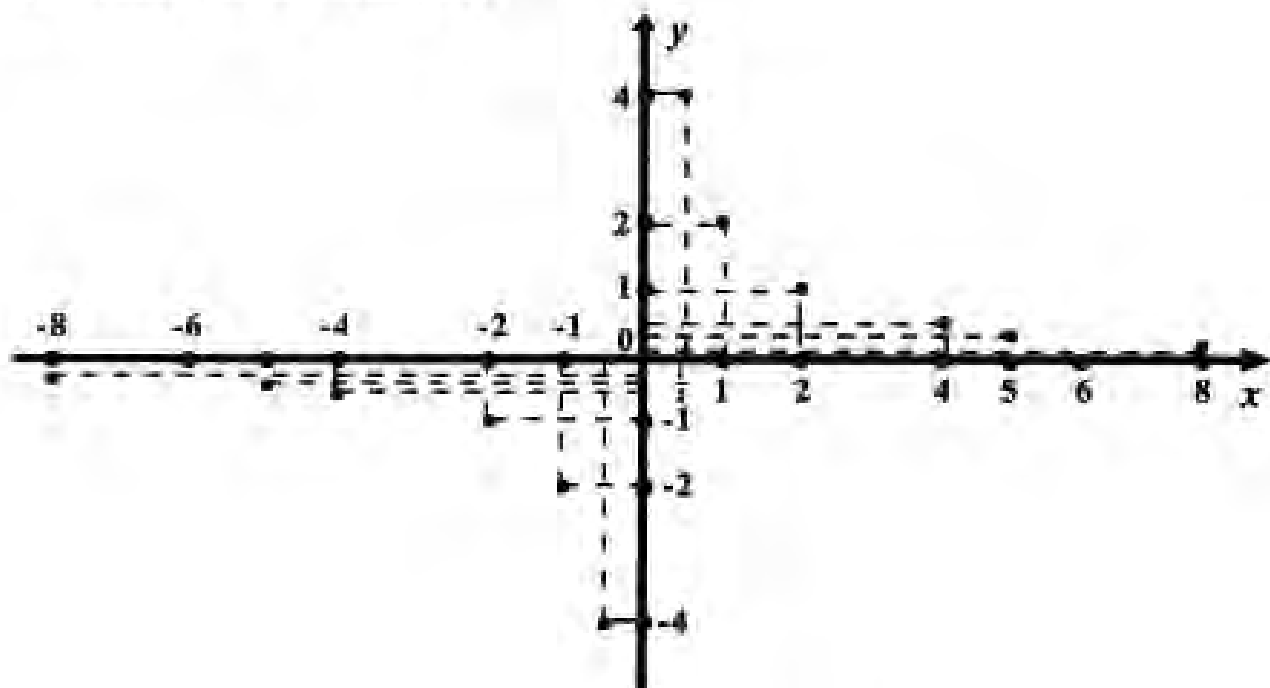
Яъне дар графики нуқтаи абсиссааш 0 вуҷуд надорад, ё ки график тири ордината oy -ро намебурад. Инчунин барон ягон қимати x қимати y ба нул баробар нест. Пас графики функция тири абсисса ox -ро низ намебурад.

2) Ҷадвали қиматҳои y -ро, ки ба баъзе қиматҳои мусбат ва ба қиматҳои ба онҳо муқобили манфии x мувофиқанд, месозем:

x	1	2	4	5	8	10	20
y	2	1	0,5	0,4	0,25	0,2	0,1

x	-1	-2	-4	-5	-8	-10	-20
y	-2	-1	-0,5	-0,4	-0,25	-0,2	-0,1

Дар ҳамвори координатавӣ 5-то нуқтаҳои аввалаи координатаҳои онҳо дар ҷадвалҳо бударо месозем (расми 1). Аз ҷадвалҳо дида мешавад,

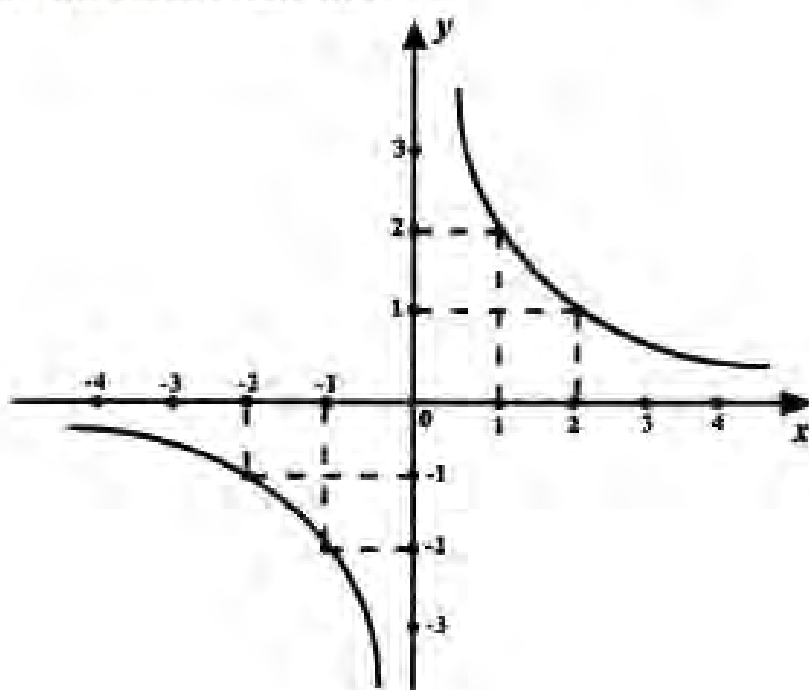


Расми 1.

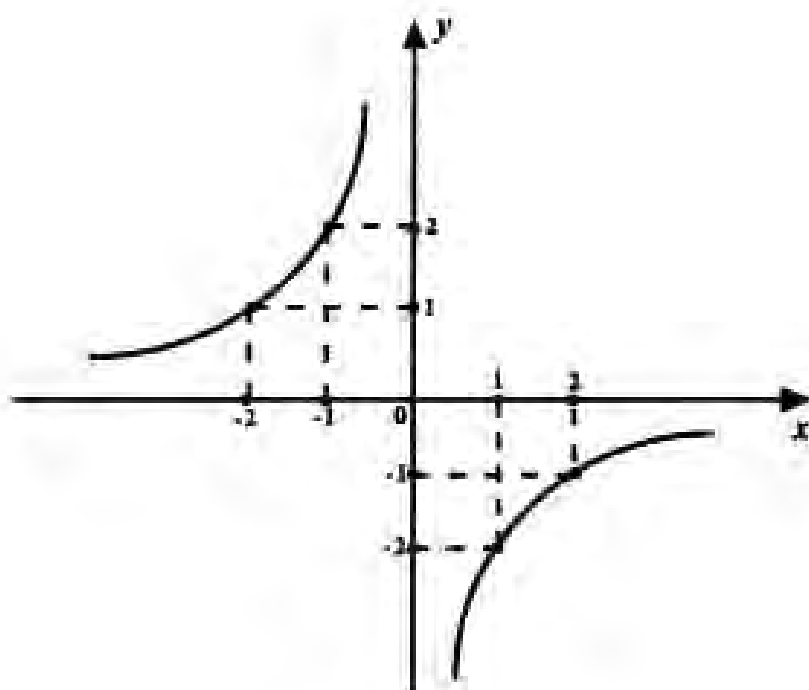
ки ба қиматҳои мусбати x қиматҳои мусбати y мувофиқ омада, ҳангоми аломати манфӣ доштани x бузургии y низ аломати худро ба муқобил иваз менамояд, яъне $y(-x) = -y(x)$ аст.

3. Қимати мусбати x чӣ қадаре калон бошад, қимати мувофиқи y ҳамон қадар хурд аст. Масалан, агар $x=10$ бошад, $y=0,2$; агар $x=100$ бошад, $y=0,02$; агар $x=10000$ бошад, $y=0,0002$. Яъне ҳангоми мусбат будан ва афзудани x бузургии y кам мешавад, ё ки чӣ тавре мегуянд, функция камшаванда аст. Ҳангоми ба нул наздик шудани x қимати y меафзояд. Масалан, агар $x=0,01$ бошад, $y=200$; агар $x=0,0001$ бошад, $y=20000$ аст.

Зоҳиран фаҳмост, ки ҳангоми манфӣ будан ва афзудани x функсия низ камшаванда аст.



Расми 2.



Расми 3.

Графики функцияи $y = \frac{2}{x}$, ки дар расми 2 оварда шудааст,

аз ду шоха иборат аст. Яке аз шохаҳо дар чоряки якуми координатавӣ (барои қиматҳои мусбати x), дигарӣ дар чоряки сеюми координатавӣ (барои қиматҳои манфии x) ҷойгир аст.

Графики функцияи дилхохи намуди $y = \frac{k}{x}$ хангоми $k > 0$ будан айнан чунин намуд дорад.

Дар расми 3 графики функцияи $y = -\frac{2}{x}$ оварда шудааст. Он

низ аз ду шоха иборат аст. Яке аз шохаҳои он дар чоряки дуюми координатавӣ, шохаи дигараш дар чоряки чоруми координатавӣ

ҷойгир мебошад. Графики функцияи $y = -\frac{k}{x}$ хангоми $k > 0$ будан,

айнан намуди графики $y = -\frac{2}{x}$ -ро дорад.

Хате қаче, ки графики мутаносибии чаппа аст, **гипербола** ном дорад. Гипербола аз ду шоха иборат аст.

? 1. Чӣ гуна вобастагиро мутаносибии чаппа меноманд? Мисолҳо оред. 2. Формулаи функцияи мутаносибии чаппаро навишта, хосиятҳои онро номбар кунед. 3. Чаро графики ин функция тирҳои Ox ва Oy -ро намебурад. 4. Камшаванда будани функцияро бо мисол шарҳ диҳед. 5.

Графики функцияи $y = \frac{k}{x}$ хангоми $k > 0$ ва $k < 0$ будан дар кадом чорякҳои координатавӣ ҷойгир аст? 6. Кадом хати қач гипербола ном дорад?

149. Функция бо формулаи $y = \frac{4}{x}$ дода шудааст. Чадвалро пур кунед:

x	-4		-0,2	2	4		20
y		-2				0,4	

150. Мутаносибии чаппа бо формулаи $y = \frac{100}{x}$ дода

шудааст. Чадуалро пур намоед:

x	-800	-400		20	160		400	800
y			-0,2			0,5		

151. Суръати катора v км/соат буда, масофаи 500 км-ро дар t соат тай менамояд. Формулаеро нависед, ки он вобастагӣя: а) v -ро аз t ; б) t -ро аз v ифода менамояд.

152. Мутаносибии чаппа бо формулаи $y = \frac{5}{x}$ дода шудааст.

Қиматҳои функцияро ҳангоми ба: 0,02; 0,1; 200; 500 баробар будани аргумент ёбед. Оё нуқтаи $A(-0,1; -50)$; $B(40; 0,12)$; $C(100; 0,05)$; $D(1000; 0,002)$ ба графики функцияи мазкур тааллуқ дорад?

153. Маълум, ки функция мутаносибии чаппа аст ва ба қимати ба 4 баробари аргумент қимати ба 10 баробари функция мувофиқ меояд. Ин функцияро бо формула ифода намоед.

154. Графики функцияи $y = \frac{4}{x}$ -ро созед ва аз график:

а) қимати y -ро, ки он ба қимати 1; 4; -1; -4; -5; -10 баробари x мувофиқ аст;

б) қимати x -ро, ки он ба қимати -8; -2; 4; 8 баробари y мувофиқ аст, ёбед.

155. Графики функцияи бо формулаи

$$\text{а) } y = \frac{1}{x}; \quad \text{б) } y = -\frac{1}{x}; \quad \text{в) } y = \frac{8}{x}; \quad \text{г) } y = -\frac{8}{x}.$$

додашударо созед.

156. Мутаносибии чаппаро бо формула ифода намоед, агар маълум бошад, ки графики он аз нуқтаи: а) $A(4; 0,125)$;

б) $B\left(\frac{1}{6}; 1\frac{2}{5}\right)$; в) $C(-10; -0,4)$ мегузарад.

157. Массан чисм m , зичӣ g ва ҳаҷми он v вобастагии $g \cdot v = m$ -ро қонё менамоянд. Вобастагии зичиро ҳангоми 3 воҳид будани масса аз v бо формула ифода намоед.

158. Графики функцияҳои $y = \frac{1}{x}$ ва $y = \frac{2}{x}$ -ро дар як системаи координатавӣ кашед ва онҳоро муқоиса намоед.

Машқҳо барои такрор.

159. Графики функцияи $y = kx$ чӣ аст? График ҳангоми $k > 0$ будан дар кадом қоряқҳо қойгир аст? Ҳангоми $k < 0$ будан чӣ?

160. Як адад 140%-и адади дигарро ташкил медиҳад. Ин ададхоро ёбед, агар фарқи онҳо ба 37 баробар бошад.

161. Магар қимати каср аз қимати тағйирёбанда вобаста аст:

$$\text{а) } \frac{2(a - 5)^2}{(5a - 5a)^2}; \quad \text{б) } \frac{(2x - 4y)^2}{7(2y - x)^2}?$$

162. Як села зогонро зоғе дида гуфт: «Салом ба селани садӣ». Роҳбалади зогон ҷавоб гардонд: «Салом! Вале мо садто нестем. Агар ба дучандаи моён нисфамон, сонӣ боз нисфи нисфамонро ҷамъ намуда, худат ҳам ҳамроҳ шавӣ, баъд садто мешавем». Селани зогон ҷандто буд?

163. Аз формулаи $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

а) x -ро бо воситаи y ва z ; б) z -ро бо воситаи x ва y ифода кунед.

Маълумот аз таърих

Чӣ будан ва тарзи истифодаи касрҳои соддатаринро одамон аз қадим медонистанд. Масалан, вавилониҳои қадим

касрҳои $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ -ро ба таври махсус ишорат карда васеъ

истифода мекарданд. Дар Мисри қадим касрҳои воҳидӣ, яъне

касрҳои намуди $\frac{1}{n}$ -ро, ки дар ин ҷо n адади бутун аст, истифода

менамаданд. Ҳар гуна касри дурустро, ки аслан натиҷаи ҷенкуни буд, ҳамчун суммаи касрҳои воҳидӣ тасвир мекарданд:

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}; \quad \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \text{ ва Ҳоказо. Масалан, хангоми ҳалли}$$

масъалаи «3 нонро байни чор нафар одамон баробар тақсим кунед», тарзи мазкур талаб мекард, ки дорой 4 нони нимтоғӣ ва 4 нони чорякӣ бошанд, яъне ба нимтоғӣ 2 нон ва ба чорякӣ 1 нонро тақсим кунанду баъд Ҳиссаҳоро байни одамон тақсим намоянд.

Дар як вақт бо касрҳои воҳидӣ касрҳои мураттаб (касрҳое, ки сураташон адади дилхоҳ ва махраҷашон дараҷаи адади маълум (масалан, даҳ, дувоздаҳ, шаст ва Ҳоказо мебошанд) ба истифода дар илм ва фаъолияти одамон маълум гаштанд. Касрҳои шастиро то асри XVII истифода менамаданд. Воҳидҳои вақтро то ҳол дар системаи шастӣ истифода менамоянд:

$$1 \text{ дақиқа} = \frac{1}{60} \text{ соат, } 1 \text{ сония} = \frac{1}{60^2} \text{ соат мебошад.}$$

Мисоли дигари касрҳои мураттаб касрҳои даҳӣ мебошанд, ки аз сабаби содда будани амалҳо бо онҳо касрҳои шастиро дар охири асри XVII қариб ҷойиваз карданд.

Маълумотҳои аввалинро доир ба касрҳои намудашон умумӣ, ки сурату махраҷашон ададҳои натуралии дилхоҳанд, дар баъзе асарҳои олими Юнони қадим Архимед (солҳои 287-212 пеш аз милод) дарёфт кардан мумкин аст. Юнониҳои қадим ҳамаи амалҳои арифметикиро бо касрҳои оддӣ хуб медонистанд. Вале тарзи ҳозираи бо ёрии хатча навиштани касрҳо вучуд надошт. Ин тарзи навишти касрро математики италийӣ Леонардо Фибоначчи (1180-1250) дар асари худ «Китоби абак», ки соли 1202 нашр шудааст, дохил намудааст. То ҳамин муддат касрро даҳанакӣ истифода менамаданд ё аз навиштаҷотҳои махсус, ба монанди аз тарафи рост махраҷ гузоштани хатча (рах) истифода мебарданд.

Вале ба ҳамаи ин нигоҳ накарда, муддати дуру дароз касрҳоро ба маънои том адад ҳисоб намекарданд, онҳоро баъзан

ададҳои шикаста, яъне нопурра меномиданд. Танҳо баъди дар соли 1707 чоп шудани китоби олими англис Исаак Нютон (1643-1727) «Арифметикаи умумӣ» касрҳо ҳамчун ададҳои ба ададҳои натуралӣ баробархуққ шинохта шуданд. Бори аввал дар илм мафҳуми каср васеъ карда шуда, он ҳамчун ҳосили тақсими як ифода бар ифодаи дигар ҳисоб карда мешавад. Нютон менависад: «Навиштаҷоти тағ ба тағи ду бузургӣ, ки байнашон хатча дорад, ҳосили тақсим ё бузургиест, ки он тақсими бузургии болоӣ ба бузургии поёни ҳосилшударо ифода менамояд, Чунончи, $\frac{6}{2}$ бузургиеро ифода менамояд, ки аз он

тақсими 6 ба 2 ҳосил мешавад. $\frac{5}{8}$ бошад, бузургии аз тақсими 5 ба 8 ҳосилшавандаро нишон медиҳад, яъне панҷ ҳаштякиро.

Мисли ҳамин, $\frac{a}{b}$ бузургиест, ки ҳангоми a -ро ба b тақсим

кардан ҳосил шудааст. Айнан ҳамин тавр $\frac{av - bv}{a + x}$ бузургиеро

ифода мекунад, ки он аз тақсими $av - bv$ ба $a + x$ ҳосил мешавад ва ҳоказо. Ин гуна бузургиҳо касрҳо ном доранд».

Баъд Нютон таъкид мекунад, ки агар навишти адади бутун дар пеши касри арифметикӣ маънои чамъи онҳоро дошта бошад, навишти адади бутун дар пеши касри алгебравӣ маънои зарби онҳоро дорад, Масалан,

$$3 \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}, \quad \text{вале} \quad 3 \frac{a}{b} = 3 \cdot \frac{a}{b}.$$

Дар асар доир ба гуногунии касри алгебравӣ ва қиматҳои он низ суҳан меравад: «Вобаста ба ин ё он қиматҳои ҳарфҳои ифодаи алгебравиро ташкилдиханда қимати ададии касри алгебравӣ адади касрӣ ё адади бутун шуда метавонад. Масалан,

қимати ададии касри $\frac{a}{b}$ ҳангоми $a=3$, $b=5$ будан $\frac{3}{5}$ аст, ҳангоми $a=8$, $b=2$ будан 4 мебошад».

Чунин фаҳмиши мафҳуми касри алгебравиро математикҳои тамоми дунё зуд эътироф намуданд ва чӣ тавре дидем, то ҳол аз сабаби бенуксон буданаш бетағйир мондааст.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ I

Ба параграфи 1.

164. Ифодаро ба бисёраъзогӣ табдил диҳед:

- а) $2x^2(x^2-2x+4)$; б) $-0,5y^2(y^2-4y+1)$;
 в) $(x^2-3x+5)(2x+1)$; г) $(3a-5)(a^2-4a-2)$;
 д) $(2x^2-x-1)(3x^2+4x-1)$; е) $(a^2+7a+3)(a^2-4a+2)$;
 ж) $(x^2+1)^2$; з) $(a-b)^3+3a^2b-3ab^2$; и) $(2x-3)(1-x)$.

165. Ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

- а) $-av^2-a^2v$; б) y^2x-yx^2+yx ;
 в) $q^3p-q^2p^2-qp^3$; г) $4x^2-9$;
 д) $4x^2-12xy+9y^2$; е) x^4-16 ;
 ж) $a^2+2av+v^2-c^2-4cd-4d^2$; з) a^6-1 ;
 и) x^3-1 ; к) $49x^2-(5x+y)^2$;
 л) $(x+2)^3-(x-2)^3$; м) $\frac{1}{4}+x+x^2$;
 н) $\frac{25}{64}c^2-\frac{4}{9}$; о) $(3x^2-4)-8(3x^2-4)+16$.

166. Айниятро исбот намоед:

а) $a^3-5a+2=(a-2)(a^2+2a-1)$;

б) $v^3-2v-1=(v+1)(v^2-v-1)$.

167. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифода маъно надорад:

а) $\frac{2x-1}{2-x}$; б) $\frac{10}{x-4}$; в) $\frac{5x}{x^2-5x}$;

г) $\frac{3}{x^2-9}$; д) $\frac{5}{|y|-2}$; е) $\frac{3x-1}{3x+1}$?

168. Касре тартиб диҳед, ки он дорон тағйирёбандаи x буда, барои ҳамаи қиматҳои x , ба ғайр аз:

- а) $x=1$; б) $x=0$ ва $x=2$; в) $x=-4$ ва $x=4$ маъно дорад.

169. Касре тартиб диҳед, ки он дар махраҷ дорон тағйирёбанда буда, барои ҳамаи қиматҳои x маъно дорад.

170. Соҳаи муайяни функсияро нишон диҳед:

а) $y = \frac{2}{x+4}$; б) $y = \frac{2x}{x+4}$; в) $\frac{4x-1}{x^2-4}$; г) $y = \frac{2}{x^2+5}$.

171. Соҳаи муайяни касрро ёбед:

а) $\frac{2}{x+1}$; б) $\frac{3x+1}{2x-8}$; в) $\frac{3x+4}{x^2-7x}$; г) $\frac{3x+1}{x^2-16}$.

172*. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{(-a)^3}{a^2}$; б) $\frac{3xy}{0,3yz}$; в) $\frac{0,7n^2}{2,1n^4}$;

г) $\frac{18av^2c}{60avc}$; д) $\frac{0,8x^2y^2z}{0,4xy^3z^2}$; е) $\frac{64x^3y^5}{224x^5y^2}$;

ж) $\frac{v^2-a^2}{(a-v)^2}$; з) $\frac{x^2-1}{x^3+1}$; и) $\frac{2x-2y}{x^2-xy}$;

к) $\frac{xy}{x^2y-y^2x}$; л) $\frac{4a^2v-25v^3}{2a^2-5av}$; м) $\frac{6x^2-2xy}{21xy-7y^2}$;

н) $\frac{8y^3-1}{y-4y^3}$; о) $\frac{a^2+5a+25}{2a^4-250a}$; п) $\frac{p^4-q^4}{p^3+q^3}$;

р) $\frac{8a^3-v^3}{4a^2+2av+v^2}$; с) $\frac{1-3y+3y^2-y^3}{z-zy+x-xy}$; т) $\frac{x^3-x^2-x+1}{x^4-2x^2+1}$;

у) $\frac{x^{12}-x^6+1}{x^{18}+1}$; ф) $\frac{a^{36}-a^3}{a^{26}+a^{15}+a^4}$; х) $\frac{8a^5-8a^3}{8a^5+16a^4+8a^3}$.

173. Исбот кунед, ки агар дар касри $\frac{x-2y}{3x+5y}$ тағйирёбандан

x ва y -ро мувофиқан ба kx ва ky , ки дар ин ҷо $k \neq 0$ аст, иваз намоем, он гоҳ касри ба касри аввала айниятан баробар ҳосил мешавад.

174*. Ҳисоб накарда нишон диҳед, ки қиматҳои касри

$$\frac{4x-3y}{x+2y} \text{ ҳангоми } x = \frac{1}{11}, y = \frac{3}{11} \text{ будан ва ҳангоми } x=1, y=3$$

будан якхела аст.

175. Маълум, ки $a+b=4$ аст. Қимати касро ёбед:

а) $\frac{16}{(a+b)^3}$;

б) $\frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2}$.

Ба параграфи 2.

176. Амалҳои ҳам ва тарҳро иҷро намоед:

а) $\frac{x^2-3x}{x-4} + \frac{x+1}{x-4}$; б) $\frac{3a-2}{a-1} + \frac{a}{1-a}$; в) $\frac{x^2}{x+y} - \frac{1-2x}{x+y}$;

г) $\frac{a^2-2a}{a^2-b^2} - \frac{2b-b^2}{b^2-a^2}$; д) $\frac{y}{x-y} + \frac{y}{y-x}$; е) $\frac{x}{y-x} + \frac{y}{x-y}$.

177. Аломати пешии касро ба муқобилаш иваз карда, касро тартиб диҳед, ки он айниятан ба касри додашуда баробар бошад:

а) $-\frac{2x}{4-y}$; б) $\frac{2a-3b}{a-5b}$; в) $-\frac{x^2-1}{x+2}$; г) $\frac{-2-5y}{x+y}$.

178. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{a}{a^2-4a} - \frac{4}{a^2-4a}$ ҳангоми $a=0,5$ будан;

б) $\frac{3x+2}{x^2-2x+1} + \frac{2-3x}{x^2-2x+1}$ ҳангоми $x=3$ будан.

179. Касро ба намуди сумма ё фарқи ифодаи бутун ва каср нависед:

а) $\frac{4x+6}{x}$; б) $\frac{a^2+6a+9}{a}$; в) $\frac{x^2+4}{x^2}$; г) $\frac{1-2b+b^2}{b}$.

180*. Барои кадом қимати натуралӣ n қимати ифода адади натуралӣ аст:

$$\text{а) } \frac{n+8}{n}; \quad \text{б) } \frac{7n-16}{n}; \quad \text{в) } \frac{49-n^2}{n^2}; \quad \text{г) } \frac{n^2+8}{n^2}?$$

181. Қимати ифодаро ёбед, агар $\frac{x}{y} = 2$ бошад:

$$\text{а) } \frac{y}{x}; \quad \text{б) } \frac{x+y}{3x}; \quad \text{в) } \frac{x+5y}{2y}; \quad \text{г) } \frac{x-4y}{y}.$$

182. Чамъ ё тарҳи касрхоро иҷро кунед:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{7}{12x} - \frac{2-3x}{15x^2}; & \quad \text{б) } \frac{x+8}{6x^2} + \frac{2}{3x}; \\ \text{в) } \frac{a^2-a+1}{a^3x} - \frac{x^2-1}{ax^3}; & \quad \text{г) } \frac{x^2-2av}{ax} - \frac{3ax-2v^2}{vx}. \end{aligned}$$

183. Ифодаро ба намуди каср нависед:

$$\begin{aligned} \text{а) } x+y + \frac{x-y}{5}; & \quad \text{б) } m-n - \frac{1-mn}{m}; \\ \text{в) } a - \frac{av+ac+vc}{a+v+c}; & \quad \text{г) } a^2 - v^2 - \frac{a^3+v^3}{a-v}. \end{aligned}$$

184. Ифодаро содда кунед:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{a}{a+v} - \frac{a}{a-v}; & \quad \text{б) } \frac{a}{a+v} + \frac{a}{a-v}; & \quad \text{в) } \frac{7}{2x} + \frac{2x-3}{3+2x}; \\ \text{г) } \frac{x+4a}{3a+3x} - \frac{a-4x}{3a-3x}; & \quad \text{д) } \frac{5x-7}{x^2-4} - \frac{3x-2}{2-x}; & \quad \text{е) } \frac{2-3y}{y^2-9} - \frac{5-2y}{3-y}. \end{aligned}$$

185. Амалҳои чамъ ва тарҳро иҷро кунед:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{a^2-5av}{5av} + \frac{3a-2v}{15v} - \frac{6a-5v}{12a}; & \quad \text{б) } \frac{4x-1}{x(x-1)} + \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x}; \\ \text{в) } \frac{3x+2}{x^2-2x+1} - \frac{6}{x^2-1} - \frac{3x-2}{x^2+2x+1}; & \\ \text{г) } \frac{4-a}{25-10a+a^2} - \frac{3}{25+10a+a^2} - \frac{a+4}{25-a^2}; & \end{aligned}$$

$$д) \frac{2a}{2a+3} + \frac{5}{3-2a} - \frac{4a^2+9}{4a^2-9}; \quad е) \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2+2} - \frac{2x-5}{(x-1)(x+2)}$$

186*. Ифодаро содда намоед:

$$а) \frac{y^2}{x^2+xy+y^2} + \frac{x}{x-y} - \frac{xy(x+2y)}{x^3-y^3};$$

$$б) \frac{3x+2y}{9x^2+6xy+4y^2} - \frac{1}{2y-3x} + \frac{6xy}{8y^3-27x^3};$$

$$в) \frac{1}{a^2-\theta^2} - \frac{1}{(a-\theta)^2} + \frac{1}{(a+\theta)^2}; \quad г) \frac{4a^2+3a+2}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{1}{a-1}$$

187. Айниятро исбот кунед:

$$а) \frac{2x}{x+5} = 2 - \frac{10}{x+5}; \quad б) \frac{ax}{x+\theta} = a - \frac{a\theta}{x+\theta};$$

$$в) \frac{4x^2-9x}{x^2-3x+2} = 4 - \frac{8-3x}{x^2-3x+2}$$

188. Барои кадом қимати a ифодаҳо айниятан баробаранд:

$$а) \frac{3x}{x+15} \text{ ва } 3 + \frac{a}{x+15}; \quad б) \frac{5x}{-x+4} \text{ ва } \frac{a}{4-x} - 5;$$

$$в) \frac{x+2}{3-x} \text{ ва } \frac{a}{3-x} + 1; \quad г) \frac{2x+1}{1-5x} \text{ ва } 1 + \frac{ax}{1-5x} ?$$

189*. Касрро ба намуди сумма ё фарқи ифодаи бутун ва каср нависед:

$$а) \frac{x^2-7x+6}{x-7}; \quad б) \frac{x^2-2x+3}{x-2}; \quad в) \frac{a^2+9a-1}{a+8};$$

$$г) \frac{4a^2-10a-1}{a-4}; \quad д) \frac{3x}{x+2}; \quad е) \frac{x-2}{3-x}.$$

190*. Барои кадом n -и бутун қимати каср адади бутун аст:

$$а) \frac{2n^2+3n+4}{n}; \quad б) \frac{(n-2)^2}{n}; \quad в) \frac{5n}{n+1}; \quad г) \frac{6n}{n-1} ?$$

Ба параграфи 3.**191.** Зарбро иҷро карда, натиҷаашро содда намоед:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{m^3 - 27}{m^2 - 6m + 9} \cdot \frac{m^2 - 9}{m^2 + 3m + 9}; & \text{б)} \frac{36x^7}{x^2y + x^3} \cdot \frac{x^2 + y^2}{9x^5}; \\ \text{в)} \frac{y^3 - 2xy}{xy + 4x^2} \cdot \frac{4xy + y^2}{4x^2 - y^2}; & \text{г)} \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^3 - y^3}; \\ \text{д)} \frac{a^5 - a^7 + a^9}{1 - a^2} \cdot \frac{a - 1}{a^8 - a^6 + a^4}; & \text{е)} \frac{x^3 + x^2}{x^3 + x^4 + x^5} \cdot \frac{x^4 + x^3 + x^2}{x^5 + x^3}. \end{array}$$

192. Тақсимро иҷро карда, натиҷаашро содда намоед:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} : \frac{4x^2 + 4y^2}{x + y}; & \text{б)} \frac{a^3 - e^3}{av(a + e)} : \frac{a^2 - e^2}{a^2 + ae}; \\ \text{в)} \frac{2 - m}{m^2n + m^3} : \frac{4 - m^2}{-m^3n^2 - m^2n^3}; & \text{г)} \frac{a^4 - a^2}{a^6 + a^2} : \frac{a^3 - a^5}{a^7 + a^3}; \\ \text{д)} \frac{x^5 + x^7}{9x^2 - x^6} : \frac{x^9 + x^7}{x^4 - 3x^2}; & \text{е)} \frac{8x + x^2 + 16}{15x^2 + 3x} : \frac{16 - x^2}{25x^2 - 1}. \end{array}$$

193. Иҷбот кунед, ки барои ҳар гуна n -и натуралӣ қимати ифодаи

$$\left(\frac{4}{n^2} + \frac{n}{2}\right) : \left(\frac{2}{n^2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{2}\right)$$

адади натуралӣ аст.

194. Иҷбот кунед, ки агар $m \neq 0$ ва $m \neq 1$ бошад, он гоҳ қимати ифодаи

$$\frac{2}{m} : \left(\frac{1}{m} - 1\right) - \frac{2m - 2m^2}{(m - 1)^2}$$

аз қимати тағйирёбанда вобаста нест.

195*. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а)} \left(x - \frac{x + y}{x - y} + y\right) : \left(1 - \frac{2y + 1}{x^2 - y^2}\right);$$

$$б) \left(\frac{5x^2 - 15xy}{x^2 - 9y^2} - \frac{3xy + 9y^2}{x^2 + 6xy + 9y^2} \right) : \left(\frac{5}{y} - \frac{3}{x} \right);$$

$$в) a\theta + \frac{a\theta}{a+\theta} \left(\frac{a+\theta}{a-\theta} - a - \theta \right);$$

$$г) \left(\frac{1}{a-2\theta} + \frac{2\theta}{4\theta^2 - a^2} \right) : \left(\frac{4\theta^2}{a^2 + 4\theta^2 + 4a\theta} - \frac{2\theta}{2\theta + a} \right);$$

$$д) \left(\frac{x^2 + 1}{1 + 2x} - \frac{x}{2} \right) \left(1 - \frac{x+3}{2-x} \right); \quad е) \left(\frac{3-x}{2+x} - 1 \right) \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{1+x^2}{2x-1} \right).$$

196*. Искот кунед, ки кимати ифода аз киматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо вобаста нест:

$$а) \left(\frac{2a+3}{4a^2-16} + \frac{21+2a}{16-16a+4a^2} \right) : \left(\frac{3+a}{a-2} \right)^2 - \frac{3a+7}{2+a};$$

$$б) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \cdot \frac{2x^2y^2}{(x+y)^3} + \frac{x^2y^2}{(x+y)^2} \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right).$$

197*. Аввал ифодаро содда карда, баъд киматашро ёбед:

$$а) \frac{5x^2 - 10xy + 5y^2}{2x^2 - 2xy + 2y^2} : \frac{8x - 8y}{10x^3 + 10y^3} \quad \text{ҳангоми } x=-3, y=-1 \text{ будан};$$

$$б) \frac{5a^2 - 5\theta^2}{a^2 + 2a\theta + \theta^2} : \frac{5a^2 - 10a\theta + 5\theta^2}{3a + 3\theta} \quad \text{ҳангоми } x=8, y=7 \text{ будан}.$$

198*. Ба намуди касри ратсионалӣ нависед:

$$а) \frac{\frac{x-3}{3} - \frac{4-x}{2}}{5x-18};$$

$$б) \frac{1+x + \frac{1}{x+1}}{1+x - \frac{1}{x-1}};$$

$$в) \frac{\frac{x-a}{x+a} - \frac{x+a}{x-a}}{\frac{x-a}{x+a} + \frac{x+a}{x-a}};$$

$$г) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}.$$

199. Кадоме аз нуқтаҳои $A(-10; 1)$; $B(5; 2)$; $C(5; -2)$; $D(0; 0)$; $E(0,1; -100)$; $F(20; -0,5)$; $G(100; -0,01)$ ба графики функсияи $y = -\frac{10}{x}$ тааллуқ доранд?

200. Нуқтаи $A(-2; -14)$ ба графики функсияи бо формулаи намудаш $y = \frac{k}{x}$ додашуда тааллуқ дорад. Қимати k -ро ёбед.

201. Маълум, ки графики $y = \frac{k}{x}$ аз нуқтаи $A(4; 2,5)$ мегузарад. Оё графики ин функсия аз нуқтаи: $B(2; 5)$; $C(0,1; 4)$; $D(-1; -10)$; $E(-2; -8)$ мегузарад?

202. Графики функсияи $y = -\frac{8}{x}$ -ро созед ва аз рӯи он:

а) қимати y -ро ёбед, ки он ба қимати ба $4; 2,5; -1; -2,5$ баробари x мувофиқ аст;

б) қимати x -ро ёбед, ки ба он y -и ба $8; -2$ баробар мувофиқ меояд.

203. Ҳаҷми параллелепипеди росткунҷаи тарафҳои асосаш a см ва b см ва баландиаш 10 см ба 80 см³ баробар аст. Аз a вобаста будани b -ро бо формула ифода кунед.

204*. Соҳаи муайянии функсияро ёбед ва графики онро созед:

$$а) y = \frac{4}{(x+2)^2 - (x-2)^2}; \quad б) y = \frac{24}{(3-x)^2 - (3+x)^2}.$$

205*. Графики функсияро созед:

$$а) y = \frac{2}{|x|}; \quad б) y = -\frac{4}{|x|}.$$

206*. Барои кадом қиматҳои k ва b гиперболаи $y = \frac{k}{x}$ ва хати рости $y=kx+b$ аз нуқтаи:

$$а) A(4; 1); \quad б) B(-1; 4); \quad в) C(-2; 2)$$

мегузаранд?

207*. Муодилаи хати рости $y=ax+b$ -ро нависед, ки вай

графики $y = \frac{2}{x}$ -ро дар нуктаҳои гуногун мебурад. Оё чуни хати рост якто аст?

208. Нишон диҳед, ки хангоми $a < 0$ будан, графики функцияҳои $y = ax$ ва $y = -\frac{a}{x}$ ҳамдигарро намебуранд.

ҶАВОБҲО

1. а) $-\frac{13}{20}$; б) $2\frac{9}{13}$; в) $2\frac{5}{7}$; г) $\frac{4}{7}$. 2. а) $-1\frac{1}{75}$; б) $\frac{9}{50}$. 3. а) -9; б) 0,2;

в) $1\frac{2}{3}$; г) $5\frac{1}{3}$. 4. а) 1,4; б) -0,4. 5. а) $7\frac{1}{6}$; б) 1; в) 0,2; г) $11\frac{2}{3}$. 6. а) 4;

б) -2; в) 0; г) 1; д) 0,5; е) -5,5. 7. а) -5 ва 5; б) -1 ва $\frac{1}{2}$; в) 6; г) -1 ва 3. 8.

а) 2; б) 0 ва 1; в) -3 ва 3; г) $2\frac{1}{2}$. 10. $v = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$; а) $73\frac{1}{3}$; б) $83\frac{1}{3}$.

11. а) $-2\frac{5}{6}$; б) $\frac{1}{28}$; в) -1; 2; д) $1\frac{3}{7}$; е) -1. 12. а) $y^2(y-x)$; б) $0,5(6a-\theta)$.

13. а) $(x-1)(x+1)(x^2+1)$; б) $(3z-5)(3z+5)$; в) $(3a+4\theta)^2$; г) $(4x-3)(4x+3)$.

14. Ба 1 рӯз. 17. а) $-19\frac{1}{3}$; б) $-\frac{29}{63}$. 19. $t = \frac{s}{u+v} + \frac{s}{u-v}$; а) 4 соату

48 дақ; б) 2 соату 24 дақ. 20. $ma+(n-m)\theta$; а) 2660; б) 3000. 21. а) $\frac{2}{3}$;

б) 1,6; в) 1; -2; г) -2; 2. 22. а) 0; б) $-1\frac{1}{3}$; в) 1; г) 2,5. 23. а) a^2+5a+4 ;

б) $6a^2+7a-3$; в) $x^2-14x+49$; г) $24x^2-14x+3$; д) $-2x^2+5x-3$; е) x^3-x^2+x-1 .

24. а) $(x-4)(x+4)$; б) $(4x-a)(4x+a)$; в) $(x-2)^2$; г) $(a-3)(a^2+3a+9)$; д) $(ay-1)(ay+1)$; е) $(2-ax)(4+2a+a^2x^2)$. 25. а) Ҳа; б) не; в) не.

26. $129\frac{1}{3}$ км. 28. а) Ҳамаи аладҳо гайр аз $-\frac{3}{4}$; б) ҳамаи аладҳо

гайр аз 1; в)ҳамаи ададҳо; г)ҳамаи ададҳо гайр аз $-0,5$; д)ҳамаи ададҳо гайр аз 1 ва 2; е)ҳамаи ададҳо. **29.** а)2; б)0,5; в)0,25 ва $-2,5$; г)-5 ва 5. **30.** Ҳамаи ададҳо гайр аз: а)3,5; б) $-1\frac{2}{3}$; в)2 ва 4

г)-5 ва 1,5; д)0,2; е)-3 ва 3; ж)-1 ва 2,5; з) $\frac{3}{4}$ ва 6. **31.** а)6; б)-0,5;

в)0 ва 2; г)0 ва 1. **32.** Ҳамаи ададҳо гайр аз: а)1,5; б)2; в)-6 ва 6; г)-3 ва 0. **33.** Ҳамаи ададҳо гайр аз: а)1; б)-3 ва 0; в)-1; г)-2. **34.**

а)-3,5; б)-1; в)9; г)-11. **39.** а)0; б)2,6. **40.** -3,6. **41.** а)-3,5; б) $-2\frac{2}{3}$;

в)-1 ва 1; г)-3 ва 3. **42.** а) $m(x+2)$; б) $x(x^2+x+1)$; в) $10a(2x-y)$; г) $5a^2x(a-3x)$; д) $x(x-5a)$; е) $5v(v-1)^2$. **43.** а) $4\epsilon+5$; б)-0,25; в) $3x$;

г) $\frac{x}{2}(4x-y)$. **44.** 20 км. **45.** 7,875 кг. **46.** Не. **47.** а)Ҳа; б)не; в)ҳа;

г)не. **49.** а) $\frac{4}{5}$; б) $\frac{1}{3a}$; в) $2y$; г) $\frac{2x^2}{7y}$; д) $\frac{1}{2n^3}$; е) $-\frac{4}{7x}$; ж) $\frac{z}{4x}$; з) $\frac{3m}{2n}$;

и) a^2 ; к) $y-x$; л) $-\frac{1}{(a-\epsilon)^2}$; м) $-\frac{1}{3}$. **50.** а) $\frac{2x^2}{tz}$; б) $\frac{2c^2}{a^3\epsilon^3}$; в) $\frac{x+y}{3a}$;

г) $\frac{xy^2}{30(a+\epsilon)^2}$; д) $\frac{x}{y}$; е) $-\frac{x+1}{x}$; ж) x^3+y^3 ; з) $\frac{3}{5}$; и) $\frac{1}{x-y}$; к) $\frac{2k+p}{2k-p}$;

л) $\frac{1}{a-2}$; м) $\frac{(2a+5\epsilon)\epsilon}{a}$. **51.** а) $5a\epsilon$; б)- y . **52.** а) $\frac{5a}{a-0,6\epsilon}$;

б) $-\frac{4y^2+2y+1}{y(1+2y)}$; в) $\frac{1}{x-y}$; г) x . **53.** а)34; б)37; в)14,5. **54.** а) $\frac{p-2q}{p^2}$;

б) $\frac{x+5y}{2}$; в) $\frac{1}{\epsilon^2-3\epsilon+9}$; г) $\frac{a+\epsilon}{a-\epsilon}$; д)1; е) $\frac{5y}{9x}$; ж) $\frac{1}{3-a}$; з) $-y^4$;

и) $\frac{2x+y}{25(2x-y)}$; к) $\frac{x^7}{x^7+1}$; л) $\frac{m-n}{2(m^2-mn+n^2)}$; м) $\frac{x^2-xy+y^2}{x-y}$. **55.**

а) -2; б) $\frac{7}{80}$. 56. а) $x+7a$; б) $6a-a$; в) $-(9x+1)$; г) $3m-8k$; д) $4a^2+6ab+9b^2$;

е) $1-10t$. 57. а) $\frac{1}{2}$; б) $-\frac{1}{4}$. 58. а) $\frac{25xy}{15x^3y^2}$; б) $\frac{a^2}{a^2-2a}$; в) $-\frac{a(2+a)}{4-a^2}$;

г) $\frac{\frac{4}{(x-y)^2}}{y-x}$. 59. а) 2; б) $-2\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{5}$; г) 1,6. 60. Ҳамаи киматҳо

гайр аз: а) -0,75; б) 3,6; в) 2 ва $2\frac{2}{3}$; г) -4 ва 4. 61. а) 20; б) 1,9. 62.

215, 645, 753 ва 567 одам. 63. Ҳозир соат 13-у 45 дақ. аст. 64.

а) $\frac{y+x}{4}$; б) $\frac{a}{3}$; в) $-\frac{2a^2}{a}$; г) $\frac{3c}{a}$; д) $\frac{3x+4}{8}$; е) $-\frac{12a-10}{4}$; ж) $-\frac{1}{y}$;

з) $-\frac{d}{c}$; и) $a-\frac{a}{2}$; к) $a+a$; л) $\frac{1}{x+6}$; м) $4-a$; н) $\frac{3}{x+a}$. 65. а) $\frac{3}{x}$; б) $\frac{x-2}{x+2}$;

в) $\frac{3x}{3x+2}$; г) $\frac{3-2x}{x}$; д) -5; е) $-\frac{1}{x+1}$; ж) $\frac{5(1-x)}{x^2}$; з) -1; и) $\frac{1}{2}$. 66. а) 3;

б) $-2\frac{2}{3}$. 67. а) $\frac{3x}{x-y}$; б) 1; в) $\frac{5a+6c}{c-1}$; г) $\frac{2(a+a)}{a-a}$; д) 1; е) 0;

ж) $\frac{2ab+3c}{2a-a}$; з) $\frac{2xy}{x^2-y^2}$. 68. а) 0,2; б) 0. 69. а) -1; б) $x-2$; в) -5; г) $1+y$;

д) $x+4y$; е) $a+6$; ж) $x-3$; з) 1. 70. а) $\frac{2}{x} + \frac{y}{x^2}$; б) $\frac{1}{2a} - \frac{2a}{x}$; в) $\frac{a^2}{a^2} + \frac{a}{a}$;

г) $\frac{1}{x} - \frac{2y}{x^2}$. 71. а) $3 + \frac{a}{a}$; б) $x-3 + \frac{1}{x}$; в) $1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$; г) $\frac{a}{2} + 2$. 72.

а) 11; б) -26; в) $\frac{40}{41}$; г) $41\frac{8}{9}$. 73. а) Ҳамаи ададҳо гайр аз -3; б) ҳамаи

ададҳо; в) ҳамаи ададҳо гайр аз 0 ва -4; г) ҳамаи ададҳо гайр аз -1

ва 2. 74. 28, 30 ва 22 см. 75. а) $y(y-4x)$; б) $(3y-1)^3$; в) $(m-1)(m+1)(m^2+1)(m^4+1)$; г) $(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$. 76.

10,2,2,2 ва 20. 77. а) $\frac{5}{4x}$; б) $\frac{x}{14a}$; в) $\frac{\theta-1}{\theta^2}$; г) $\frac{a^2+\theta^2}{a\theta}$; д) $\frac{3x-y}{6}$;

е) $\frac{14}{105}$; ж) $\frac{2\theta x - ay}{a\theta}$; з) $\frac{2mx - 2ny}{m^2n}$; и) $\frac{\theta x - 3a^2}{a\theta}$; к) $\frac{3a - 2\theta}{a}$;

л) $\frac{23 - 14a}{60}$. 78. а) $\frac{9\theta}{2a\theta}$; б) $\frac{4x+3y}{x-2y}$; в) $-\frac{2a\theta}{a^2-\theta^2}$; г) $\frac{4x^2y^2}{x^4-y^4}$;

д) $\frac{4\theta^3 + 26\theta^2 + 36\theta + 63}{6\theta(3+2\theta)}$; и) $\frac{1}{6(x+2)}$; к) $\frac{5}{6(2-x)}$;

з) $\frac{6 - 6x - 22x^2}{5x(x-2)(x+2)}$; и) $\frac{4n^2 - 5m^2}{mn(m-k)}$; к) $\frac{5a^2 - 12a + 9}{(9-a)(9+a)^2}$;

л) $\frac{15y^2 + 1}{2y(9y^2 - 1)}$. 79. а) $-\frac{5}{6}$; б) $-0,2$; в) 3 ; г) $\frac{6}{39}$. 80. а) $\frac{12 - 2x + 3y}{6}$;

б) $\frac{4(x-1)}{x}$; в) $\frac{5x-y}{3}$; г) $\frac{38a - 19\theta - 105}{35}$; д) $\frac{a^2}{a+\theta}$; е) $-\frac{2}{a^2-1}$;

ж) $\frac{3\theta^2 + 6\theta - 69}{16 - \theta^2}$; з) $\frac{x(x-\theta)}{x-4}$; и) $\frac{31 + 5a - 2a^2}{2a - a^2}$. 81. а) $\frac{2}{x+2}$;

б) $\frac{x^2 + 18x + 57}{(x+1)(x+3)(x+5)}$; в) $\frac{2}{x-1}$; г) $\frac{7a-1}{a(a^2-1)}$; д) $\frac{4\theta}{2a+\theta}$;

е) $\frac{4}{x^2 - 2x + 4}$; ж) $\frac{y-5}{y+1}$; з) $\frac{2}{3(2-x)}$; и) $\frac{a-2}{a(a-3\theta)}$;

к) $\frac{9}{x(x+1)(x-3)}$. 82. а) $x-3$; $(x-3)(2+x)$; б) $a-1$; 1 ; a^2-1 . 84.

а) $\frac{5}{y^2 - 3y - 4}$; б) $\frac{x^2 - 4x - 21}{x^2 - x - 6}$; в) $\frac{11a - x}{6(a-x)}$; г) $6a$. 85. а) 45 ; б) 20 . 86.

-2; -0,5 ва $4\frac{3}{4}$. Барои $-3\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$ ва $11\frac{1}{3}$. 87. а) $v = \frac{m}{g}$; б) $a = \frac{cs}{e}$.

88. 5 ва 7 гов. 89. а) $\frac{1}{10^5}$; б) 1000. 91. а) 0; 3; б) -1; 7; в) 0; 0,5; г) -3;

-1. 92. а) $1\frac{3}{4}$; б) $1\frac{1}{3}$; в) $\frac{8y}{15x}$; г) $\frac{3a}{2}$; д) $\frac{7x}{24y}$; е) $3\frac{1}{3}$; ж) $\frac{c}{2}$; з) $\frac{4}{5x}$.

93. а) $\frac{3a}{2e}$; б) $\frac{7x}{y^2}$; в) $\frac{3a^2}{10}$; г) $\frac{a^3}{6e^2c^2}$; д) $\frac{6}{e^2}$; е) $\frac{6x^3}{y^2z}$; ж) $\frac{x}{y}$; з) $\frac{7ax}{15}$.

94. а) x ; б) $\frac{ac^2}{e}$; в) xy ; г) $\frac{a^3}{e}$; д) $\frac{21a^2}{2}$; е) $26x^3$. 95. а) $-\frac{6x}{y}$; б) $\frac{3mc}{2a^2}$;

в) $-\frac{a^2c^2}{e^2}$; г) $\frac{mn}{21e}$. 96. а) $\frac{a}{x}$; б) $\frac{3a^3e^3}{cd}$. 97. а) $\frac{1}{8x^3}$; б) $\frac{x^4}{81y^4}$; в) $\frac{n^6}{8m^3}$;

г) $\frac{16a^4}{25e^6}$; д) $\frac{8x^3}{a^6e^6}$; е) $\frac{25a^4x^2}{y^8}$; ж) $-\frac{27a^3e^3}{64m^6n^3}$; з) $-\frac{64x^6}{125y^9}$. 98.

а) $\frac{x(x+y)}{3y}$; б) $\frac{ae}{2}$; в) $\frac{a+e}{e(c+d)}$; г) $(a-e)^2$; д) $-\frac{18x^4}{a-e}$; е) $\frac{y(y-2)}{3(y+2)}$. 99.

а) $(a+e)^2$; б) a^2-e^2 ; в) $\frac{(x-y)^2}{2}$; г) $-\frac{3}{2}$; д) $3(a-e)$; е) -2. 100.

а) $-\frac{2ax}{5(x+2)}$; б) $-\frac{4}{a-3}$; в) $\frac{a+e}{e}$; г) $\frac{(y-5)(y+1)}{4}$; д) $\frac{5e}{e-2c}$;

е) $\frac{x-1}{4}$; ж) $\frac{x(x-1)}{2}$; з) $\frac{5}{3m}$. 101. а) -6; б) 8. 102. а) $\frac{a-e}{a}$; б) $\frac{ax}{x-y}$;

в) $\frac{e+2}{9e}$; г) $\frac{3x}{2(x+y)}$; д) $-\frac{y^2}{x(2x+y)}$; е) $\frac{x+y}{x-y}$; ж) 1; з) $\frac{1}{2}$. 103.

Хамаи аладхо гайр аз 0; 5 ва $3\frac{1}{3}$. 104. 0,4. 105. а) -1; б) $-2\frac{2}{3}$.

106. а) $\frac{b-a}{2}$; б) $\frac{2b-a}{4}$; в) $a(b-1)$; г) $\frac{b-a}{5}$. 107. 3 гулу 4 булбул.

108. а) 1; б) $\frac{5}{7}$; в) $\frac{5a}{2b}$; г) $\frac{5x}{y^2}$; д) $\frac{1}{15x^2y}$; е) $\frac{a^2}{20b^2}$; ж) $\frac{y^2}{2x^2}$; з) $\frac{6x}{5}$;

и) $\frac{39b}{2a}$. 109. а) $\frac{2x}{3ay}$; б) xy^2 ; в) $\frac{2}{9cd}$; г) $\frac{a^3y^3}{3}$; д) $-\frac{14x^4}{y^4}$; е) $-2a^3x$

ж) $-\frac{3x}{a}$; з) $\frac{4}{3x}$; и) $-\frac{80mnp^2}{21k}$. 110. а) $\frac{14}{x^2}$; б) $\frac{27c^2}{a^2}$; в) $\frac{cd}{4}$; г) $\frac{392y}{x}$;

д) $\frac{8y^2}{a^2x^2}$; е) $\frac{11ax^2}{y^2}$; ж) $\frac{4ab}{z}$; з) $\frac{ac^2}{d}$. 111. а) $4(x-4)$; б) $\frac{a}{9b}$; в) $\frac{x-y}{y}$;

г) $\frac{b(a-3b)}{5}$; д) $\frac{2x^2}{a}$; е) $\frac{5(a-2b)}{a(a+2b)}$; ж) $-\frac{1}{3x}$; з) $\frac{x^2}{x^2+1}$. 112.

а) $\frac{3(x+y)}{x}$; б) $\frac{4y}{x-1}$; в) $\frac{a+b}{2b}$; г) $-\frac{a^2b}{2(a+1)}$; д) $\frac{x}{(x+4)(x+6)}$;

е) $\frac{1}{5x+1}$. 113. а) $\frac{a}{2(a+2)}$; б) $2x^2$; в) $-\frac{4(4p+1)}{q}$; г) $\frac{c^2}{a^2}$;

д) $-\frac{5(x+y)}{4(x-1)}$; е) $\frac{x-2}{2x}$; ж) $\frac{x-4y}{x+4y}$; з) $mn(m+n)$. 114. а) -12,5; б) $\frac{3}{11}$

115. а) $\frac{x-y}{3(x+y)}$; б) $-\frac{1}{y}$; в) $\frac{b(a^2-ab+b^2)}{a(a+b)}$; г) $\frac{2x-5}{x+2}$;

д) $\frac{2x(m+3)}{ay}$; е) $\frac{a-x}{x+1}$; ж) $\frac{(x-1)(y+2)}{2}$; з) $\frac{(a+4)(5x+1)}{3(4-a)}$. 116.

а) $4ab^2$; б) $10a$; в) $3ab^2$; г) $10y$. 117. а) $\frac{4a^2+20a-45}{a(4a^2-25)}$;

б) $\frac{2a-3}{(a^2-1)(2a+3)}$. 118. $c = \frac{b}{3a}$; $c = \frac{ab}{a+b}$. 119. Нуктаҳои А ва Д.

120. 301. 121. 6км/соат. 122. а) $\frac{8x-15}{30}$; б) $\frac{5x-4}{x^2-x-2}$; в) $\frac{2}{a-1}$;
г) $\frac{y-5}{(y+1)(y-1)^2}$. 123. а) $-y$; б) $\frac{a^2-\varepsilon^2}{\varepsilon^2}$; в) $\frac{a^4}{\varepsilon^4}$; г) $\frac{13}{8(a+\varepsilon)}$. 124.
а) $\frac{2x+2}{3x+1}$; б) $a(a+1)$; в) $\frac{2(x-y)}{y^2}$; г) x . 125. а) $\frac{c}{a}$; б) $-\frac{x}{a}$; в) $-\frac{\varepsilon}{a-\varepsilon}$;
г) a . 126. а) $\frac{5a}{a-3}$; б) $\frac{y}{x(x+1)}$; в) $\frac{3}{2}$; г) $\frac{3y}{2}$. 127. а) $\frac{5-x}{5+x}$; б) $-\frac{1}{a+1}$;
в) $\frac{x-y}{x \cdot y}$; г) $\frac{a^2+a\varepsilon+\varepsilon^2}{a^2-a\varepsilon+\varepsilon^2}$. 128. а) -1 ; б) 5 ; в) $-\frac{a+4}{a+3}$; г) $\frac{1}{a}$. 129.
а) $-\frac{1}{3(x-y)}$; б) -1 ; в) $-\frac{1+y}{y}$; г) $\frac{3x}{2}$. 130. а) $-\frac{a+1}{a-1}$; б) $x-3$;
в) $-\frac{6}{y-1}$; г) $\frac{2a+\varepsilon}{a\varepsilon}$. 131. а) $-\frac{1}{2(1+3a)}$; б) $3(x-y)$; в) $(x+y)$; г) $\frac{a\varepsilon}{a+\varepsilon}$.
132. а) $-\frac{1}{2p}$; б) $\frac{1}{a+2x}$; в) $5xy$; г) $\frac{x-y}{y}$. 133. а) $\frac{n^3-1}{n}$; б) $\frac{10x-y}{2x}$;
в) $\frac{15x-13y}{3x+y}$; г) $\frac{x-y}{4y}$. 134. а) $2x(x+y)$; б) $-\frac{a(a-n)}{a+n}$; в) $\frac{y-3}{y}$;
г) $\frac{2-x}{x^2-x+1}$. 136. а) $0,5$; б) 1 ; в) 1 ; г) -7 . 137. а) $\frac{4x^4+4x^2+1}{4x^2}$;
б) $\frac{(a^2-\varepsilon^2)^2}{a^2\varepsilon^2}$; в) $\frac{x^2+2y^2}{y^2}$; г) 4 ; д) $a^2+\varepsilon^2$; е) $a^2+\varepsilon^2$. 138. а) $\frac{2(y-3x)}{6x+y}$;
б) $\frac{2x^2+3x-2}{x^2-1}$; в) $x-y$; г) $\frac{1}{x}$; д) $\frac{4}{x-2}$; е) $\frac{a\varepsilon}{a+\varepsilon}$; ж) $\frac{a\varepsilon+\varepsilon c+ac}{a+\varepsilon+c}$;
з) $\frac{3x+2}{2x+1}$. 139. а) $-0,6$; б) $6\frac{6}{7}$; в) $-0,25$; г) $1,5$; д) 1050 . 140. 60. 141.

а)18; б)76; в)322. 142. а) $\frac{1}{3}$; б)144. 143. (32; 0) ва (0; -8). 144.

а)-0,5; б)-1; в) $-\frac{2}{3}$; г)-4. 145. 110 т. 146. а)Хал надорад; б) (0,5; 2,25).

147. 3км/соат. 148. 23 тазарв ва 12 харгӯш. 151. а) $v = \frac{500}{t}$;

б) $t = \frac{500}{v}$. 153. $y = \frac{40}{x}$. 156. а) $y = \frac{1}{2x}$; б) $y = \frac{7}{30x}$; в) $y = \frac{4}{x}$.

157. $g = \frac{3}{v}$. 160. 129,5 ва 92,5. 161. а) $\frac{2}{25}$; б) $\frac{4}{7}$. 162. 36 зог. 163.

а) $x = \frac{yz}{y-z}$; б) $z = \frac{xy}{x+y}$. 164. а) $2x^4 - 4x^3 + 8x^2$;

б) $-\frac{1}{2}y^3 + 2y^2 - \frac{1}{2}y^2$; в) $2x^3 - 5x^2 + 7x + 5$; г) $3av^2 - 5v^2 - 12av - 6a + 20v + 10$;

д) $6x^4 + 5x^3 - 9x^2 - 3x + 1$; е) $a^4 + 3a^3 - 23a^2 + 2a + 6$; ж) $x^4 + 2x^2 + 1$; з) $a^3 + v^3$;

и) $-2x^2 + 5x - 3$. 165. а) $-av(a+v)$; б) $xy(y-x+1)$; в) $pq(p^2 - pq + q^2)$;

г) $(2x-3)(2x+3)$; д) $(2x-3y)^2$; е) $(x-2)(x+2)(x^2+4)$; ж) $(a+v-c-2d)(a+v+c+2d)$;

з) $(a-1)(a+1)(a^2-a+1)(a^2+a+1)$; и) $(x-1)(x+1) \cdot (x^2+1)(x^4+1)$;

к) $(2x-y)(12x+y)$; л) $4(3x^2+4)$; м) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$; н) $\left(\frac{5c}{8} - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{5c}{8} + \frac{2}{3}\right)$;

о) $3x^2(3x^2-8)$. 167. а)2; б)4; в)0 ва 5; г)-3 ва 3; д)-2 ва 2; е) $-\frac{1}{3}$.

168. Масалан: а) $\frac{1}{x-1}$; б) $\frac{1}{x(x-2)}$; в) $\frac{1}{x^2-16}$. 169. Масалан,

$\frac{1}{x^2+1}$. 170. а)Хамаи адалхо гайр аз -4; б) хамаи адалхо гайр аз

-3; в) хамаи адалхо гайр аз -2 ва 2; г)хамаи адалхо. 171. Хамаи

адалхо гайр аз: а)-1; б)-4; в)0 ва 7; г)-4 ва 4. 172. а)-a; б) $\frac{10x}{z}$;

$$в) \frac{1}{3a^2}; \quad г) \frac{3a}{10}; \quad д) \frac{2x}{yz}; \quad е) \frac{2y^3}{7x^3}; \quad ж) -\frac{a+b}{a-b}; \quad з) \frac{x-1}{x^2-x+1}; \quad и) \frac{2}{x};$$

$$к) \frac{1}{x-y}; \quad л) \frac{a(2a+5a)}{a}; \quad м) \frac{2x}{7y}; \quad н) -\frac{4y^2+2y+1}{y(2y+1)}; \quad о) \frac{1}{2a(a-5)};$$

$$п) \frac{(p-q)(p^2+q^2)}{p^2-pq+q^2}; \quad р) 2a-b; \quad с) -\frac{(y-1)^2}{x+z}; \quad т) \frac{1}{x+1}; \quad у) \frac{1}{x^6+1};$$

$$ф) \frac{a^{11}-1}{a}; \quad х) \frac{a-1}{a+1}. \quad 175. \quad а) \frac{1}{4}; \quad б) 4. \quad 176. \quad а) \frac{x^2-2x+1}{x+4}; \quad б) 2;$$

$$в) \frac{x^2+2x-1}{x+y}; \quad г) \frac{a+b-2}{a+b}; \quad д) 0; \quad е) -1. \quad 177. \quad а) \frac{2x}{y-4}; \quad б) \frac{2a-3a}{a-5a};$$

$$в) \frac{1-x^2}{x+2}; \quad г) -\frac{2+5y}{x+y}. \quad 178. \quad а) 2; \quad б) 1. \quad 179. \quad а) 4 + \frac{6}{x}; \quad б) a + 6 + \frac{9}{a};$$

$$в) 1 + \frac{4}{x^2}; \quad г) \frac{1}{a} + b - 2. \quad 180. \quad а) \text{Барои } n=1, 2, 4, 8; \quad б) \text{барои } n=4, 8,$$

$$16; \quad в) \text{барои } n=1, 7; \quad г) \text{барои } n=1, 2. \quad 181. \quad а) 0,5; \quad б) 0,5; \quad в) 3,5; \quad г) -2.$$

$$182. \quad а) \frac{47x-8}{60x^2}; \quad б) \frac{5x+8}{6x^2}; \quad в) \frac{x^2-x^2a+a^2}{a^3x^3}; \quad г) \frac{ax-3a^2}{ab}. \quad 183.$$

$$а) \frac{2(3x+2y)}{5}; \quad б) \frac{m^2-1}{m}; \quad в) \frac{a^2-bc}{a+b+c}; \quad г) -\frac{ab(a+b)}{a-b}. \quad 184.$$

$$а) -\frac{2ab}{a^2-b^2}; \quad б) \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}; \quad в) \frac{4x^2+8x+21}{2x(3+2x)}; \quad г) \frac{a^2+x^2}{a^2-x^2};$$

$$д) \frac{3x^2+9x-11}{x^2-4}; \quad е) -\frac{2y^2+4y-17}{y^2-9}. \quad 185. \quad а) \frac{24a^2-98ab+25b^2}{60ab};$$

$$б) \frac{3x+2}{x(x-1)}; \quad в) \frac{10(x^2+1)}{(x-1)^2(x+1)^2}; \quad г) -\frac{13a^2-20a-125}{(25-a^2)^2}; \quad д) -\frac{8}{2a-3};$$

е) $\frac{x+1}{x-1}$. 186. а) 1; б) $-\frac{18x^2}{8y^3-27x^3}$; в) $\frac{a^2-4ab-b^2}{(a^2-b^2)^2}$; г) $\frac{5a^2-a+2}{a^3-1}$.

188. а) -45; б) 20; в) 5; г) 7. 189. а) $x + \frac{6}{x-7}$; б) $x + \frac{3}{x-2}$;

в) $a + \frac{a-1}{a+8}$; г) $a - \frac{6a+1}{a-4}$; д) $3 - \frac{6}{x+2}$; е) $-1 + \frac{1}{3-x}$. 190. а) Барои

$n = \pm 1, \pm 2, \pm 4$; б) барои $n = \pm 1, \pm 2, \pm 4$; в) барои $n = -6, -2, 0, 4$; г)

барои $n = -5, -2, -1, 0, 2, 4, 7$. 191. а) $m+3$; б) $\frac{4(x^2+y^2)}{x+y}$; в) $-\frac{y}{2x+y}$;

г) $\frac{x+y}{x-y}$; д) $-\frac{a}{a+1}$; е) $\frac{x+1}{x^2(x^2+1)}$. 192. а) $\frac{1}{4(x-y)}$;

б) $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$; в) $-\frac{n^2}{2+m}$; г) -1; д) $-\frac{1}{x^2(3+x^2)}$;

е) $\frac{(x+4)(5x-1)}{3x(4-x)}$. 193. $n+2$. 194. 2. 195. а) $\frac{(x+y)^2}{x+y+1}$; б) $\frac{xy}{x+3y}$;

в) $\frac{ab}{a-b}$; г) $-\frac{a+2b}{2b(a-2b)}$; д) $-\frac{1}{2}$; е) $\frac{1}{2}$. 196. а) -3; б) 1. 197. а) 25; б) 3.

198. а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{x^2}{x^2-2}$; в) $-\frac{2ax}{x^2+a^2}$; г) $x+1$. 199. Нуқтаҳои А, С, Е,

Ғ. 200. 28. 201. Аз нуқтаҳои В ва Д. 203. $a = \frac{8}{6}$. 204. Ҳамаи

ададҳо гайр аз: а) 0; б) 0. 206. а) $k=4, b=-15$; б) $k=-4, b=0$; в) $k=-1, b=0$. 207. Не, чунин хат бисёр аст. Масалан, $y=2x-1$ ва $y=2x+2$.

208. Графики $y=ax$ дар чорякҳои дуюму чорум ва графики $y = \frac{a}{x}$ дар чорякҳои якуму сеюм ҷойгир аст (ҳангоми $a < 0$ будан).

РЕШАҶОИ КВАДРАТИ

§4. АДАДҶОИ ҲАКИҚИ

II. БО КАСРИ ДАВРӢ ИФОДА ШУДАНИ АДАДИ РАТСИОНАЛИ

Мо аллакай бо ададҳои *натуралӣ*, *бутун* ва *ратсионали* шинос ҳастем. Ададҳои 1, 2, 3, ..., ки хангоми шумурдан истифода мешаванд, маҷмӯи ададҳои натуралиро ташкил медиҳанд. Хангоми ҷамъ ва зарби ададҳои натуралӣ натиҷа ҳамеша адади натуралӣ аст. Вале хангоми тарҳи ду адади натуралӣ на ҳамеша адади натуралӣ ҳосил мешавад. Масалан, адади $2-4=-2$ адади натуралӣ нест. Барои ҳамин ададҳои манфӣ ва адади 0 дохил карда шуданд. Дар натиҷа маҷмӯи ададҳои бутун ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ..., ҳосил шуда буд, ки он маҷмӯи ададҳои натуралиро дарбар мегирад.

Натиҷаи ҷамъ, тарҳ ва зарби ададҳои бутун, ҳамеша адади бутун аст. Вале тақсими ададҳои бутун метавонад, бутун набошад.

Масалан, $\frac{2}{3}$ адади бутун нест. 3-ин сабаб мо ададҳои ратсионалиро

ҳамчун нисбати ду адади бутун $\frac{m}{n}$, ки дар ин ҷо m адади бутун ва

n -натуралӣ аст, дохил намуда, маҷмӯе ҳосил мекунем, ки он маҷмӯи ададҳои бутунро дарбар мегирад. Ин маҷмӯъ маҷмӯи ададҳои ратсионали ном дорад. Ҳамин тариқ, ададҳои бутун ва касрӣ маҷмӯи ададҳои ратсионалиро ташкил медиҳанд.

Маҷмӯи ададҳои натуралиро бо ҳарфи N , маҷмӯи ададҳои бутунро бо Z ва маҷмӯи ададҳои ратсионалиро бо Q ишорат мекунанд. Ишорати \in барои тасдиқ кардани мутааллиқии ягон адад ба маҷмӯи зикршуда истифода мешавад. Масалан,

навиштаҷоти $2 \in N$, $-4 \in Z$ ва $\frac{2}{5} \in Q$ нишон медиҳанд, ки 2

адади натуралӣ, -4 адади бутун, $\frac{2}{5}$ адади ратсионалӣ мебошанд.

Баръакс, навишти $-3 \in \mathbb{N}$ тасдиқи он аст, ки адади -3 натуралӣ нест ва ҳоказо.

Ҳар гуна адади ратсионалиро (новобаста ба бутун ё касрӣ буданаш) бо тарзҳои гуногун дар намуди касри $\frac{m}{n}$, ки m адади

бутун ва n - натуралӣ мебошад, навиштан мумкин аст. Масалан,

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{20}{30}; \quad -0,4 = \frac{-4}{10} = \frac{-16}{40} = \frac{-40}{100}; \quad 6 = \frac{6}{1} = \frac{12}{2} = \frac{36}{6}.$$

Дар байни касрҳои, ки бо онҳо адади додашудан ратсионалӣ ифода мешавад, касреро нишон додан мумкин аст, ки маҳраҷаш хурдтарин аст. Ин каср *ихтисорнашаванда* аст. Барои ададҳои бутун ин гуна каср, касрест, ки маҳраҷаш ба 1 баробар мебошад.

Қоидаи баргардонидани касри оддиро ба даҳӣ истифода карда мебинем, ки масалан, $\frac{1}{8} = 0,125$; $\frac{5}{4} = 1,25$; $-\frac{41}{40} = -1,025$.

Мулоҳизарониҳо дар атрофи ин мисолҳо ба гузаштани саволи зерин меоранд: **Оё ҳар гуна адади ратсионалиро дар намуди касри даҳӣ ифода кардан мумкин аст?** Барои дарк кардани

ҷавоби ин савол адади $\frac{3}{11}$ -ро ба касри даҳӣ бармегардонем.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 11 \\ \hline 30 & 0,2727 \\ \hline 22 & \\ \hline 80 & \\ \hline 77 & \\ \hline 30 & \\ \hline 22 & \\ \hline 80 & \\ \hline 77 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Барои ин қоидаи маъмулро истифода мекунем (суратро ба маҳраҷ тақсим менамоем): Бақияи аввали аз тақсимкунӣ ҳосилшуда ба 8, бақияи дуюм ба 3 баробар аст. Дар бақияи оянда боз 8, баъди он бақияи ба 3 баробарро ҳосил мекунем ва ҳоказо.

Мо тақсимро чӣ қадар давом надихем, асло дар бақия 0-ро ҳосил намекунем, яъне тақсимкунӣ ҳеч гоҳ ба охир намерасад. Дар ин

маврид мегӯянд, ки касри $\frac{3}{11}$ бо касри даҳии

беохири $0,272727\dots$ ифода меёбад: $\frac{3}{11} = 0,272727\dots$ Азбаски аз

тақсимкунии сурат 3 ба махраҷ 11 пай дар пай бақияҳои 8 ва 3 ҳосил мешаванд, пас ҳосили тақсим бо ҳамон ду рақами 2 ва 7 такрор шудан мегирад Касри даҳии беохири чунин намуд доштаре *касри даврӣ* меноманд. Гурӯҳи рақамҳои такроршаванда *даври касро* ташкил медиҳанд. Ҳангоми навиштани касри даҳии даврӣ даврро як маротиба дар доҳили

қавси доиравӣ менависанд: $\frac{3}{11} = 0,(27)$.

Ин навиштаҷот ин тавр хонда мешавад: нул бутуну бисту

haft дар давр. Адади $\frac{11}{30}$ -ро низ дар намуди касри даҳии беохири

даврӣ ифода кардан мумкин аст: $\frac{11}{30} = 0,3666\dots = 0,3(6)$ Ин

навиштаҷот чунин хонда мешавад: нул бутуну аз даҳ се ва шаш дар давр.

Айнан ҳамин тавр нишон додан мумкин аст, ки

$$3\frac{1}{6} = 3,1(6); \quad -1\frac{2}{7} = -1,(285714); \quad \frac{1}{3} = 0,(3).$$

Мисолҳои овардашуда ба хулоса меоранд, ки ҳар як адади

касриро дар намуди касри даҳии охиринок, масалан, $\frac{2}{5} = 0,4$ ё дар намуди касри даҳии даврии беохир ифода кардан мумкин аст.

Зоҳиран фаҳмост, ки касри даҳии дилхоҳ ё адади бутуни барои ин ба дилхоҳро дар намуди касри даврии беохир навиштаҷан мумкин аст: тарафи ростии он миқдори беохир нулҳоро илова кардан лозим аст. Масалан,

$$+3,5 = +3,5000\dots; \quad -7 = -7,000\dots$$

Инак, ба саволи гузошта ҷавоб ҳосил шуд: Ҳар як адади ратсионалиро дар намуди касри даҳии даврии беохир ифода кардан мумкин аст.

Тасдиқоти баръакс низ дуруст мебошад: **Ҳар як касри даҳии даврин беохир адади ратсионалӣ аст.**

$$\text{Масалан, } 0,(3) = \frac{1}{3}; \quad 2,(34) = 2\frac{34}{99}; \quad 0,1(125) = \frac{1124}{9990}.$$

Бо воситаи иҷрои амали тақсим дурустии ин баробариҳоро санҷидан мумкин аст.

Э з о ҳ и 1. Қоидаи умумии ба касри ратсионалӣ баргардонидани касри даҳии давраш беохир чунин аст: *Аз адади то даври дуюм буда, адади то даври якум бударо тарҳ карда дар сурат менависем. Дар махраҷ ҳамон миқдор, ки миқдори рақамҳои давр аст, 9 менависем. Ба он ҳамон миқдори нул илова мекунем, ки он ба миқдори ададҳои то давр буда баробар аст.*

Масалан,

$$0,4(72) = \frac{472 - 4}{990} = \frac{468}{990}; \quad 2,12(13) = 2 + \frac{1213 - 12}{9900} = 2\frac{1201}{9900};$$

$$0,3(124) = \frac{3121}{9990}.$$

Асоснок кардани ин қоида ро альфон мавқуф мегузорем.

Э з о ҳ и 2. Ҳангоми ба касри даҳӣ баргардонидани касри оддӣ касри давраш 9 ҳаргиз ҳосил намешавад. Барои ҳамин касрҳои даврашон 9 навиштаҷоти дигари касрҳои даврашон 0 аст.

Масалан,

$$0(9) = 0,99\dots = 1,000\dots = 1; \quad 15,2(9) = 15,2999\dots = 15,3000\dots = 15,3$$

? 1. Ададҳои ки онҳо маҷмӯи ададҳои натуралӣ, бутун ва ратсионалиро ташкил мекунанд кадомҳоянд? 2. Ба маҷмӯъ мутааллиқ будани ададро чӣ тавр ишорат мекунанд? 3. Бо мисолҳо фаҳмонед, ки адади ратсионалиро дар намуди касри даҳии беохир тасвир кардан мумкин аст. 4. Қоидаи ба касри ратсионалӣ баргардонидани касри даҳии беохирро аз нав хонед ва мисолҳои истифодаи онро оред.

209. Кадоме аз ададҳои $-50; -12,3; -1; -\frac{5}{7}; 0; 2; -8; 27;$

$32\frac{1}{8}$ ададҳои:

а) натуралианд; б) бутунанд; в) ратсионалианд?

210. Кадоме аз ин тасдиқот дуруст аст:

а) ҳар як адади натуралӣ адади бутун мебошад;

б) ҳар як адади бутун адади натуралӣ аст;

в) ҳар як адади бутун адади ратсионалӣ мебошад;

г) ҳар як адади ратсионалӣ адади бутун аст?

211. Оё навиштаҷоти зерин дуруст мебошад:

а) $13 \in N$; б) $2,4 \notin N$; в) $-2 \notin Z$; г) $-5 \notin Z$;

д) $-4 \in N$; е) $5,6 \in Q$; ж) $-7,1 \in Z$; з) $\frac{2}{5} \in Q$?

212. Адалҳои $1\frac{4}{5}$; $0,2$; $-3\frac{1}{4}$; 13 ва 0 -ро бо тарзҳои гуногун

ба намуди нисбати адади бутун бар адади натуралӣ ифода намоед.

213. Адалҳои -12 ; 3 ; $2,1$; $-0,1$ ва $-\frac{4}{9}$ -ро ба намуди касри

дорон махраҷи натуралӣ хурдтарин ифода намоед.

214. Ададро дар намуди касри даҳии даврии беохир ифода кунед:

а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{6}$; в) $-1\frac{8}{37}$; г) $2\frac{8}{27}$; д) $2\frac{7}{11}$; е) $-1\frac{2}{3}$.

215. Ададро бо касри даҳии даврии беохир ифода намоед:

а) $\frac{11}{30}$; б) $\frac{1}{7}$; в) $2,341$; г) -343 ; д) $\frac{3}{8}$; е) $4,2$.

216. Адалҳои ратсионалиро муқоиса кунед:

а) $0,012$ ва $0,013$; б) $-2,1$ ва $2,1$;

в) $\frac{8}{9}$ ва $\frac{9}{10}$; г) $-2,42$ ва $-2,63$.

217. Адалҳоро муқоиса кунед:

а) $-1,173$ ва $-1\frac{7}{10}$; б) $0,437$ ва $\frac{7}{16}$;

в) $-1,01$ ва $-1,011$; г) $\frac{1}{5}$ ва $\frac{1}{3}$.

218. Чорто ададҳои дар байни ададҳои:

- а) 4 ва 4,02; б) -101 ва 100; в) $-\frac{1}{2}$ ва $-\frac{1}{3}$; г) 0 ва 0,01.

бударо нависед.

219. Касри давриро ба касри раціонали гардонед:

- а) 2,(21); б) 3,1(3); в) 2,00(1); г) 0,134(2).

Машқҳо барои такрор.

220. Ифодаро содда намоед:

а) $\frac{ax - bx}{a} : (a - b)$; б) $\left(\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} \right) : \frac{8x}{x^2 - 4}$.

221. КТУ ва ХКУ-и ададҳои 102 ва 30-ро ёбед.

222. Системани муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ 3x - 5y = -3. \end{cases}$

223. Исбот кунед, ки:

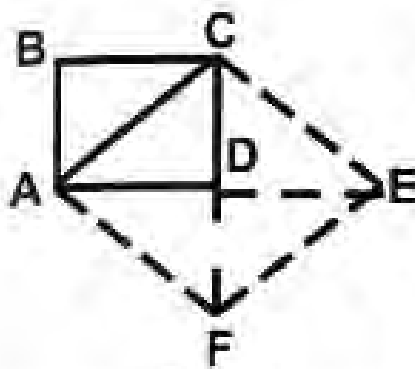
- а) суммаи ду адади тоқ, адади ҷуфт аст;
б) суммаи адади ҷуфт ва адади тоқ адади тоқ мебошад;
в) квадрати адади ҷуфт, адади ҷуфт мебошад;
г) квадрати адади тоқ, адади тоқ мебошад.

224. $\frac{3}{4}$ м матоъ $5\frac{1}{4}$ сомонӣ меистад. 6,2 метри ин матоъ

чанд сомонӣ меистад?

12. АДАДИ ИРРАЦИОНАЛӢ

Дар пункти пешина нишон додем, ки ҳар гуна адади раціоналиро дар шакли касри даврии беохир навиштан мумкин аст ва баръакс, ҳар гуна касри даврии беохир адади раціонали мебошад. Пурсида мешавад, ки оё бо ҳамин, яъне бо ададҳои раціонали, тамоми ададҳои мавҷуда ба итмом мерасанд? Нишон медиҳем, ки ваъз ҳамин тавр нест. Бо иборати дигар,



Расми 4.

ададе вучуд дорад, ки вай ратсионалӣ намебошад. Ин ададро мушаххас нишон медиҳем.

Бигузур AC диогонали квадрати воҳидии $ABCD$ аст (расми 4). Дар диогоналҳои квадрати воҳидӣ квадрати нав $ACEF$ -ро месозем. Зоҳиран фаҳмост, ки масоҳати квадрати сохташуда ба 2 воҳид баробар аст. Азбаски масоҳати квадрат ба квадрати тарафаш баробар аст, пас дарозии диогонали AC ададест, ки квадраташ ба 2 баробар мебошад.

Т е о р е м а. Бузургии диогонали квадрати воҳидӣ адади ратсионалӣ нест.

И с б о т. Баръаксашро фарз мекунем, яъне $AC=d$ -ро ратсионалӣ ҳисоб менамоем:

$$d = \frac{m}{n},$$

ки дар ин ҷо m -адади бутун, n -натуралӣ ва каср

ихтисорнашаванда аст. Азбаски $d^2 = \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{m^2}{n^2} = 2$ аст, пас

$m^2 = 2n^2$. Адади $2n^2$ чуфт аст, пас адади ба он баробари m^2 низ чуфт мебошад. Аз чуфт будани m^2 бармеояд, ки худи m чуфт аст.

Дар ҳақиқат, агар m тоқ мебуд, он гоҳ чунин адади бутун k ёфт мешуд, ки $m = 2k + 1$ мебуд. Аз ин ҷо $m^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$. Ададҳои $4k^2$ ва $4k$ ададҳои чуфтанд, ҳосили ҷамъи онҳо низ адади чуфт мебошад. Ҷамъи адади чуфт ва воҳид бошад, адади тоқ аст. Пас, аз баробарии охирин бармеояд, ки m^2 тоқ аст. Ин ба чуфт будани m^2 зид мебошад.

Ҳамин тариқ, аз чуфт будани m^2 чуфтии m бармеомадааст. Инак, $m = 2k$. Акнун дар баробарии $m^2 = 2n^2$ ба ҷои m киматаш $2k$ -ро гузошта, ҳосил мекунем:

$$(2k)^2 = 2n^2; \quad 4k^2 = 2n^2; \quad n^2 = 2k^2.$$

Азбаски $2k^2$ адади чуфт аст, пас n^2 низ адади чуфт аст. Аз ин мувофиқи исботи болоӣ бармеояд, ки худи n чуфт мебошад. Хулоса, аз фарзи ратсионалӣ будани дарозии диагонали

квадрати воҳидӣ, яъне $\frac{m}{n}$ будани он, чуфт будани сурат ва

махраҷи онро ҳосил кардаем. Пас касри $\frac{m}{n}$ -ро ба 2 ихтисор

кардан мумкин аст. Ин бошад, ба ихтисорнашаванда буданаш зиддият мекунад. Ин зиддият, нодурустии фарзи пешниҳод кардаамонро нишон медиҳад. Ратсионалӣ набудани бузургии диагонали квадрати воҳидӣ исбот шуд.

Аз теоремаи исботшуда ва мувофиқи натиҷаи асосии п. II бармеояд, ки дарозии диагонали квадрати воҳидӣ, касри даҳии даврӣ нест. Вай касри даҳии беохирӣ мусбат ё касри даҳии мусбати *ғайридаврӣ* мебошад. Агар ба ин гуна касрҳо, касрҳои ба онҳо муқобилро ҳамроҳ намоем, маҷмӯро ҳосил мекунем, ки он маҷмӯи ададҳои **ирратсионалӣ** ном дорад (префикси «ир» маънои инкорро дорад). Ин маҷмӯ бо ҳарфи *I* (ҳарфи аввали калимаи *irratiо*) ишорат мешавад. Ҳамин тарик, ҳар гуна адади ба *I* мутааллиқ касри даҳии беохир буда, ҳамчун нисбати ду адади бутун ифода намешавад.

Мо аллақай якто адади ирратсионалиро медонем (дарозии диагонали квадрати воҳидӣ). Боз мисолҳои ададҳои ирратсионалиро меорем:

1) 2,010010001... (воҳидҳо паси ҳам бо як, ду, се ва ҳоказо нулҳо аз ҳам ҷудоанд);

2) -4,030033000333... (миқдори нулҳо ва сеҳо ҳар дафъа як воҳид меафзояд);

3) 5,1211211121112... (миқдори якҳо ҳар бор як воҳид зиёд мешавад);

4) Адади π (пи), ки нисбати дарозии давраро бар диаметраш ифода менамояд:

$$\pi = 3.1415926653...$$

Акнун маҷмӯро муоина менамоем, ки ҳар як адади он адади ратсионалӣ ё ирратсионалӣ аст. Ин маҷмӯро маҷмӯи ададҳои ҳақиқӣ меноманд ва бо \mathbb{R} (ҳарфи аввалаи калимаи англиси *real*) ишорат мекунанд. Зоҳиран фаҳмост, ки маҷмӯи \mathbb{R} бо тири ададӣ якхела аст, яъне \mathbb{R} воқеан тамоми ададҳои дарбар мегирад ва ҳар гуна ададро аз \mathbb{R} бо ёрии касрҳои даҳин беохир (даврий ё гайридаврий) ифода кардан мумкин аст.

Қоидан муқоисаи ададҳои ҳақиқӣ бо қоидани муқоисаи касрҳои даҳин охиринок якхела аст. Барои мисол ададҳои 2,5653216... ва 2,541132...-ро муқоиса мекунем. Дар касрҳои даҳин беохир мазкур қисмҳои бутун ва рақамҳои даҳиякӣ якхела буда, дар разряди садякӣ касри якум миқдори воҳидҳо назар ба миқдори воҳидҳои дар ҳамин разряд будани касри дуюм зиёд мебошад. Бинобар ҳамин

$$2,5653216... > 2,541132....$$

Ададҳои ҳақиқиро ҷамъ, тарҳ, зарб ва тақсим (ҳангоми нул набудани тақсимкунанда) кардан мумкин аст. Дар айни ҳол хосиятҳои амалҳо бо ададҳои ҳақиқӣ бо хосиятҳои амалҳо бо ададҳои ратсионалӣ якхелаанд. Саҳеҳии натиҷаи амалҳо аз саҳеҳие, ки бо он қиматҳои тақрибии ададҳо дода мешаванд, вобастаанд. Саҳеҳии баланди ададҳо боиси то чанд афзудани сатҳи дурустии натиҷа мегардад.

М и с о л и 1. Суммаи ададҳои $a = \frac{1}{6}$ ва $b = 2,2121...-$ ро муоина мекунем.

Қиматҳои тақрибии ҷамъшавандаҳоро бо саҳеҳии то 0,1 мегирем: Он гоҳ

$$a + b \approx 0,1 + 2,2 = 2,3$$

Агар қиматҳои тақрибии ҷамъшавандаҳоро бо саҳеҳии то 0,01, яъне $a = 0,16$ ва $b = 2,21$ гирем, он гоҳ

$$a + b \approx 0,16 + 2,21 = 2,37$$

М и с о л и 2. Радиуси давраеро, ки дарозияш тақрибан 47,1 см аст, меёбем.

Дарозии давра l бо формулаи $l = 2\pi r$ ҳисоб карда мешавад. $\pi \approx 3,14$ гирифта, муодилаи тақрибии

$$47,1 = 2 \cdot 3,14 \cdot r$$

-ро ҳосил мекунем. Аз ин ҷо $r = \frac{47,1}{2 \cdot 3,14} = \frac{47,1}{6,28} = 7,5 \text{ м.}$

Хотирнишон мекунем, ки дар боло адади π то садякӣ яклухт карда шудааст.

? 1. Оё дарозии диагонали квадрати воҳидиро бо касри даврӣ ифода кардан мумкин аст? 2. Чӣ гуна ададро, адади ирратсионалӣ меноманд? Мисоли ададҳои ратсионалӣ ва ирратсионалиро оред. 3. Ададҳои ҳақиқиро чӣ тавр ифода кардан мумкин аст? Қоидаҳои муқоисаи онҳоро бо мисолҳо фаҳмонед.

225. Оё тасдиқоти зерин дуруст аст:

- а) ҳар як адади ратсионалӣ адади ҳақиқӣ аст;
- б) ҳар як адади ҳақиқӣ адади ирратсионалӣ мебошад;
- в) ҳар як адади ҳақиқӣ адади ратсионалӣ ё ирратсионалӣ аст?

226. Аз байни ададҳои $\frac{2}{3}$; 0; 0,32; -4,(21); 2,23223222322223...

(миқдори дуӣҳо, ки сеҳоро аз ҳамдигар ҷудо мекунанд, ҳар дафъа яктогӣ зиёд мешавад); 1,(4), π , 16 ратсионалӣ ва ирратсионалиашонро нишон диҳед.

227. Оё дуруст аст

- а) $263 \in N$; $263 \in Z$; $263 \in Q$; $263 \in R$;
- б) $-4 \in N$; $-4 \in Z$; $-4 \in Q$; $-4 \in R$;
- в) $2,63 \in N$; $2,63 \in Z$; $2,63 \in Q$; $2,63 \in R$;
- г) $\pi \in N$; $\pi \in Z$; $\pi \in Q$; $\pi \in R$?

228. Ададҳоро муқоиса кунед:

- а) 3,4321 ва 3,4412; б) -42,101 ва -42,011;
- в) 0,014 ва 0,016; г) -1,333 ва -1,321.

229. Кадом адад калон аст:

- а) 2,(12) ё 2,12; б) $4\frac{3}{8}$ ё 4,(375);

в) $\frac{2}{3}$ ё 0,668; г) π ё 3,(14) ?

230. Ададҳои 2,15; 1,(4); -2,62...; -2,63...-ро бо тартиби зиёдшавиашон нависед.

231. Ададҳои 1,275...; 1,064; 5; 1,0021...; 0,(37); -1,1(12)-ро бо тартиби камшавиашон нависед.

232. $a=1,0734...$ ва $b=2,0859...$ мебошад. Ададҳоро то: а) даҳякӣ; б) садякӣ яклухт карда, қиматҳои тақрибии ифодаҳои $a+b$ ва $a-b$ -ро ёбед.

233. Қимати тақрибии дарозии давраи радиусаш ба 5 м баробарро ёбед (адади π -ро то садякӣ яклухт карда).

234. Қимати тақрибии масоҳати доираи радиусаш 4,5м-ро ёбед (адади π -ро то садякӣ яклухт карда).

Машқҳо барои такрор.

235. Ифодаро содда кунед:

$$\left(\frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} - \frac{x}{x^2-y^2} \right) : \frac{3y}{x-y}$$

236. x -ро ёбед, агар:

а) $|x|=2$; б) $|x|=1,5$; в) $|x|=-1$; г) $|x|=0$ бошад.

237. Муодиларо ҳал намоед:

$$(x+2)^2 - 5(x-4) = (x-6)(x+6).$$

238*. Ададро ба касри ратсионалӣ гардонед:

а) 1,(1); б) -2,(01); в) 1,1(12); г) 2,13(4).

239*. Иҷбот кунед, ки агар квадрати адад ба 3 тақсим шавад, он гоҳ ин адад ба 3 тақсим мешавад.

§5. РЕШАИ КВАДРАТИИ АДАДИ МУСБАТ

13. МАФҲУМИ РЕШАИ КВАДРАТИ

Ду масъаларо ҳал мекунем:

М а с ъ а л а и 1. Тарафи квадрат ба 8 см баробар аст. Масоҳати онро меёбем.

Ҳа л. Масоҳати квадрат S , ба квадрати тарафи он баробар аст. Пас $S=8^2\text{см}^2=64\text{см}^2$.

М а с ъ а л а и 2. Масоҳати квадрат ба 81 см^2 баробар аст. Тарафи квадратро ҳисоб менамоем.

Ҳ а л. Пеш аз ҳама кайд мекунем, ки ин масъала нисбати масъалаи 1 баръақс аст. Агар дар масъалаи пешина аз рӯи тарафи додашуда масоҳати квадратро ёфтан лозим бошад, дар ин ҷо аз рӯи масоҳат тарафро ҳисоб кардан лозим аст.

Дарозии тарафи матлуби квадратро бо ҳарфи x (бо сантиметрҳо) ишорат мекунем. Масоҳати квадрат ба $x^2\text{ см}^2$ баробар мешавад. Вале мувофиқи шарт ин масоҳат ба 81 см^2 баробар аст. Инро ба эътибор гирифта муодилаи

$$x^2=81$$

-ро ҳосил мекунем. Ҳамин тарик, барои ҳалли ин масъала ададҳо ёфтан даркор аст, ки квадраташ ба 81 баробар аст. Ададҳои 9 ва -9 ин талабро қонеъ менамоянд, чунки

$$9^2=9\cdot 9=81; \quad (-9)^2=(-9)\cdot(-9)=81.$$

Азбаски дарозӣ бо адади манфӣ ифода намеебад, пас танҳо адади 9 ҳалли масъала мебошад. Инак, дарозии тарафи квадрат ба 9 см баробар аст.

Адади 9 решаи квадратӣ аз 81 ном дорад. Айнан ҳамин тавр 7 решаи квадратӣ аз 49 аст, чунки $7^2=49$; $\frac{2}{5}$ -решаи

квадратӣ аз $\frac{4}{25}$, чунки $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$ ва ҳоказо.

Т а ъ р и ф и 1. Решаи квадратӣ аз адади a гуфта, ададҳо менаманд, ки квадрати он ба a баробар аст.

Масалан, 9 решаи квадратӣ аз 81 аст, чунки $9^2=81$, 12 решаи квадратӣ аз 144 мебошад, чунки $12^2=12\cdot 12=144$. Азбаски $(-9)^2=81$ ва $(-12)^2=144$ аст, пас ададҳои -9 ва -12 мувофиқан низ решаи квадратӣ аз 81 ва 144 ҳастанд.

Т а ъ р и ф и 2. Амали ёфтани решаи квадратӣ аз алад азрешабарорӣ ном дорад. Амали азрешабарорӣ нисбати амали ба квадратбардорӣ баръақс аст: ҳангоми ба квадратбардорӣ адад маълум буда, ёфтани квадрати он талаб карда мешавад; ҳангоми азрешабарорӣ квадрати адад маълум буда, ёфтани худӣ

адад талаб карда мешавад. Аз ҳамин сабаб, дурустии азрешабарориро бо роҳи ба квадрат бардоштани адади ҳосилшуда санчидан мумкин аст. Масалан, агар 16-ро аз реша барорем, 4-ро ҳосил менамоем, чунки $4^2=16$ аст.

Ҳар гуна ададро ба квадрат бардоштан мумкин аст, вале на ҳар ададро аз реша баровардан мумкин аст. Дар ҳақиқат, агар чунин имкон мебуд, он гоҳ адади матлубро бо x ишорат карда, мувофиқи таърифи решаи квадратӣ баробарии $x^2=-4$ -ро ҳосил мекардем. Ин баробарӣ нодуруст аст, чунки дар қисми чапи он адади мусбат x^2 ва дар қисми ростии он адади манфӣ -4 меиҷадад.

Аз ҳамаи гуфтаҳои боло чунин хулоса бармеояд: *Барои он ки аз реша баровардани адад имконпазир бошад, зарур аст, ки адад гайриманфӣ, яъне мусбат ё нул бошад.*

? 1. Решаи квадратӣ аз адад гуфта, чиро мегуянд? 2. Азрешабарорӣ чӣ гуна амал аст? Вай ба кадом амал баръақс мебошад? 3. Доир ба решаи квадратӣ аз адади манфӣ чӣ гуфташ мумкин аст?

240. Тарафи квадрат ёфта шавад, агар масоҳати он ба:

- а) 16м^2 ; б) 49дм^2 ; в) $0,36\text{км}^2$; г) $\frac{25}{81}\text{мм}^2$

баробар бошад.

241. Решаи квадратиро аз адад ёбед:

- а) 16; б) 64; в) 169; г) 0,01; д) x^4 ;
 е) $\frac{16}{25}$; ж) 0; з) a^2 ; и) $\frac{1}{k^6}$; к) 1; л) 0,81.

242. Магар адади v решаи квадратӣ аз адади a аст, агар:

- а) $a=16, v=6$; б) $a=\frac{9}{64}, v=\frac{3}{8}$; в) $a=25, v=-5$;

- г) $a=36, v=-0,6$; д) $a=2,25, v=0,15$; е) $a=100, v=-10$.

бошад.

243. Иҷбот кунед, ки: а) адади -6 решаи квадратӣ аз -36 нест; б) адади -14 решаи квадратӣ аз 196 аст.

244. Санҷед, ки: а) ададҳои 11 ва -11 решаи квадратӣ аз адади 121; б) ададҳои 1,6 ва -1,6 решаи квадратӣ аз 2,56; в) ададҳои $\frac{3}{7}$ ва $-\frac{3}{7}$ решаи квадратӣ аз $\frac{9}{49}$; г) ададҳои $2\frac{1}{3}$ ва $-2\frac{1}{3}$ решаи квадратӣ аз $5\frac{4}{9}$ мебошанд.

245. Иҷобот кунед, ки:

- а) адади 4 решаи квадратӣ аз -16;
 б) адади 0,2 решаи квадратӣ аз 0,4;
 в) адади -5 решаи квадратӣ аз -25;
 г) адади $2\frac{1}{4}$ решаи квадратӣ аз $4\frac{1}{16}$ нест.

Машқҳо барои такрор.

246. Ҳисоб кунед:

$$\left(\frac{1}{2} + 0,125 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(6,4 : \frac{80}{3}\right) + \frac{1}{8}$$

247. Муодиларо ҳал намоед:

$$(x-3)^2 - x(x+4) = 15 - 10x$$

248. Маълум, ки графики функсияи $y = \frac{k}{x}$ аз нуқтаи

$A\left(8; -\frac{1}{2}\right)$ мегузарад. Қимати k -ро ёбед ва графикро созед.

249. Соҳибкор аз ду қитъаи замин 460 т юнучка гундошт. Соли дигар дар қитъаи якум ҳосил 15% ва дар дуюм 10% афзуда, ҳосили умумӣ 516 т-ро ташкил кард. Соҳибкор соли якум аз ҳар як қитъа чанд тоннагӣ юнучка гундошта буд?

250. Ададҳои -1,1(34); -2,51; 6,(2); -0,0(1); -7,32; 0,(63)-ро бо тартиби зиёдшавии қимати мутлақашон нависед.

14. РЕШАИ КВАДРАТИИ АРИФМЕТИКӢ

Адади 6 решаи квадратӣ аз 36 аст. Адади -6 низ решаи квадратӣ аз 36 аст, чунки $(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = 36$. Ҳамин тариқ, дуто решаи квадратӣ аз 36 мавҷуд аст: ададҳои 6 ва -6. Айнан ҳамин авр, дуто решаи квадратӣ аз 9 вуҷуд дорад: 3 ва -3.

Умуман, агар адади v решаи квадратӣ аз a , яъне $v^2 = a$ бошад, он гоҳ адади $-v$ низ решаи квадратӣ аз a аст, чунки $(-v)^2 = (-1)^2 v^2 = v^2 = a$.

Таъриф. Решаи квадратии арифметикӣ аз адади a гуфта, адади гайриманфиеро меноманд, ки квадрати он ба a баробар аст.

Масалан, адади 5 решаи квадратии арифметикӣ аз 25 аст. Адади -5 решаи квадратӣ аз 25 буда, решаи квадратии арифметикӣ аз 25 нест, чунки $-5 < 0$ мебошад.

Решаи квадратии арифметикиро аз адади a бо \sqrt{a} ишорат мекунанд. Аломати $\sqrt{\quad}$ - аломати решаи квадратии арифметикӣ ном дорад. Ифодаи зери аломати реша бударо *ифодаи таҳтирешагӣ* меноманд. Ифодаи \sqrt{a} ин тавр хонда мешавад: «решаи квадратӣ аз адади a » (калимаи «арифметикӣ» ҳангоми хондан партофта мешавад).

Мисолҳои азрешабарории решаҳои квадратии арифметикиро меорем:

а) $\sqrt{16} = 4$, чунки 4-адади гайриманфӣ ва $4^2 = 16$;

б) $\sqrt{0,01} = 0,1$, чунки 0,1-адади гайриманфӣ ва $0,1^2 = 0,01$;

в) $\sqrt{0} = 0$, чунки 0-адади гайриманфӣ ва $0^2 = 0$.

Умуман, баробарии $\sqrt{a} = v$ дуруст аст, агар шартҳои

1) $v \geq 0$;

2) $v^2 = a$

иҷро шаванд.

Ифодаи \sqrt{a} ҳангоми $a < 0$ будан маъно надорад, чунки квадрати ҳар гуна адад гайриманфист. Масалан, ифодаҳои

$\sqrt{-9}$ ва $\sqrt{-2,3}$ маъно надоранд.

Аз таърифи решаи квадратии арифметикӣ бармеояд, ки:

1) барои ҳар гуна адади $a \geq 0$ нобаробарии $\sqrt{a} \geq 0$ ҷой дорад;

2) барои ҳар гуна адади $a \geq 0$ баробарии $(\sqrt{a})^2 = a$ иҷро мешавад.

Ду хосияти решаи квадратии арифметикиро қайд мекунем*:

I Аз адади дилхоҳи мусбат танҳо якто решаи квадратии арифметикӣ баровардан мумкин аст, яъне решаи квадратии арифметикӣ яққимата муайян карда мешавад.

II. Агар $a > b \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ аст ва баръакс, агар $0 \leq a < b$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ мебошад.

Ҳамин тариқ, масалан, $\sqrt{15} > \sqrt{11}$, чунки $15 > 11$ аст. Ё $\sqrt{27} > 5$ мебошад, чунки $27 > 25$ ва $\sqrt{25} = 5$ аст.

? 1. Чиро решаи квадратии арифметикӣ мегӯянд? 2. Аломати $\sqrt{\quad}$ чӣ ном \sqrt{a} -ҷа? 3. Барои кадом қиматҳои a ифодаи \sqrt{a} маъно надорад? 4. Хосиятҳои решаи квадратии арифметикиро номбар кунед.

251. Дурустии баробариро санҷед:

а) $\sqrt{121} = 11$; б) $\sqrt{1,69} = 1,3$; в) $\sqrt{0,81} = 0,9$; г) $\sqrt{625} = 25$.

252. Нишон диҳед, ки баробарӣ нодуруст аст:

а) $\sqrt{100} = -10$; б) $\sqrt{1,21} = -1,1$; в) $\sqrt{0,9} = 0,3$; г) $\sqrt{25,6} = 1,6$.

253. Квадрати ададро ёбед:

* Исроти ин хосиятҳо ба назарияи нобаробарӣҳои ададӣ таъҷиб мекунад, ки мо онро дар боби IV хоҳем омӯхт. Алъон онҳо ба мақсади васеъ кардани доираи машқҳо оварда шудаанд. Доир ба асосноккунии ин хосиятҳо ниг. ба п.36.

а) $\sqrt{4}$; б) $\sqrt{9}$; в) $\sqrt{\frac{1}{7}}$; г) $\sqrt{2,25}$; д) $\sqrt{\frac{8}{11}}$; е) $\sqrt{0,01}$.

254. Ададҳои 4, 8, 21 ва 10-ро дар намуди квадрати адад нависед.

255. Қимати решаҳо ёбед:

а) $\sqrt{49}$; б) $\sqrt{81}$; в) $\sqrt{1600}$; г) $\sqrt{0,01}$;

д) $\sqrt{\frac{9}{16}}$; е) $\sqrt{0,36}$; ж) $\sqrt{400}$; з) $\sqrt{6400}$.

256. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{0,09}$; б) $\sqrt{0,25}$; в) $\sqrt{0,81}$; г) $\sqrt{0,64}$.

257. Қимати ифодаҳо ёбед:

а) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{25}$; б) $2\sqrt{9} - 12$; в) $0,1\sqrt{400} + 5,2$;

г) $\sqrt{0,16} + \sqrt{0,09}$; д) $\sqrt{100} : \sqrt{81}$; е) $2 - 3\sqrt{9}$.

258. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{3^2 + 4^2}$; б) $\sqrt{13^2 - 12^2}$; в) $2^3 + 5\sqrt{16}$;

г) $2\sqrt{3 \cdot 27} - 6\sqrt{2 \cdot 18}$; д) $\sqrt{0,49} + \sqrt{0,16}$; е) $\frac{1}{3}\sqrt{36} - 2$.

259. Қимати ифодаҳо ҳисоб намоед:

а) $\sqrt{10 + 3m}$ ҳангоми $m = -3$; $m = 2$; $m = -2$ будан;

б) $\sqrt{3x - 5}$ ҳангоми $x = 2$; $x = 7$; $x = 10$ будан;

в) $\sqrt{a + 1}$ ҳангоми $a = 8$; $a = 15$; $a = 48$ будан;

г) $\sqrt{6x - 2}$ ҳангоми $x = 1$; $x = 4,5$; $x = 11$ будан.

260. Чадвали квадрати ададҳои аз 10 то 20-ро тартиб дода, аз рӯи он ёбед:

а) $\sqrt{169}, \sqrt{289}, \sqrt{196}, \sqrt{256}$; б) $\sqrt{121}, \sqrt{144}, \sqrt{324}, \sqrt{361}$;

в) $\sqrt{1,21}, \sqrt{3,24}, \sqrt{2,25}, \sqrt{1,96}$; г) $\sqrt{3,61}, \sqrt{1,44}, \sqrt{2,89}, \sqrt{1,69}$.

261. Қимати x -ро ёбед, ки барои он:

а) $\sqrt{x} = 6$; б) $\sqrt{x} = 0,4$; в) $3\sqrt{x} = 0$;

г) $4\sqrt{x} = 1$; д) $\sqrt{x} - 5 = 0$; е) $2\sqrt{x} - 3 = 0$.

262. Оё чунин қимати тағйирёбандаи x мавҷуд аст, ки барояш:

а) $\sqrt{x} = 0,2$; б) $\sqrt{x} + 1 = 0$; в) $\sqrt{x} - 2 = 0$; г) $\sqrt{x} = -4$
аст?

263. Барои кадом қимати тағйирёбанда баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{x} = 9$; б) $\sqrt{x} = -2$; в) $5 - \sqrt{x} = 0$;

г) $10\sqrt{x} = 7$; д) $3\sqrt{x} - 1 = 0$; е) $6 + \sqrt{x} = 0$?

264. Чунин қимати тағйирёбандаи x -ро ёбед, ки барояш баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{2x+1} = 1$; б) $\sqrt{8x-3} = 7$; в) $\sqrt{\frac{1}{5}x - \frac{1}{3}} = 0$; г) $\sqrt{x+6} = 3$.

265. Кадомаш калон:

а) $\sqrt{64}$ ё $\sqrt{81}$ б) $\sqrt{0,36}$ ё $\sqrt{0,25}$ в) 5 ё $\sqrt{16}$;

г) $\sqrt{\frac{4}{25}}$ ё $\sqrt{\frac{16}{25}}$; д) $\sqrt{101}$ ё $\sqrt{102}$; е) $-\sqrt{4}$ ё $-\sqrt{5}$.

Машқҳо барои такрор

266. Адади a калон аст ё адади $-a$?

267. Муодилаи

$$\frac{8x}{9} + \frac{34}{72} - \frac{9x}{8} = 0$$

-ро ҳал кунед.

268. Барои кадом қимати a хати рости $y=ax-3$ аз нуқтаи $A(-2; 9)$ мегузарад?

269. Агар ҳар рӯз $0,75$ т ангишт сарф кунем, захираи ангишт ба 128 рӯз мерасад. Рафту ҳар рӯз 1 т ангишт сарф кунем, он гоҳ захира ба чанд рӯз мерасад?

270. Ададҳои $65, 90, 140$ -ро ба зарбкунандаҳои содда чудо кунед.

15. МУОДИЛАИ $x^2=a$ ВА АЙНИЯТИ $\sqrt{a^2}=|a|$

I. Муодилаи

$$x^2=a \quad (1)$$

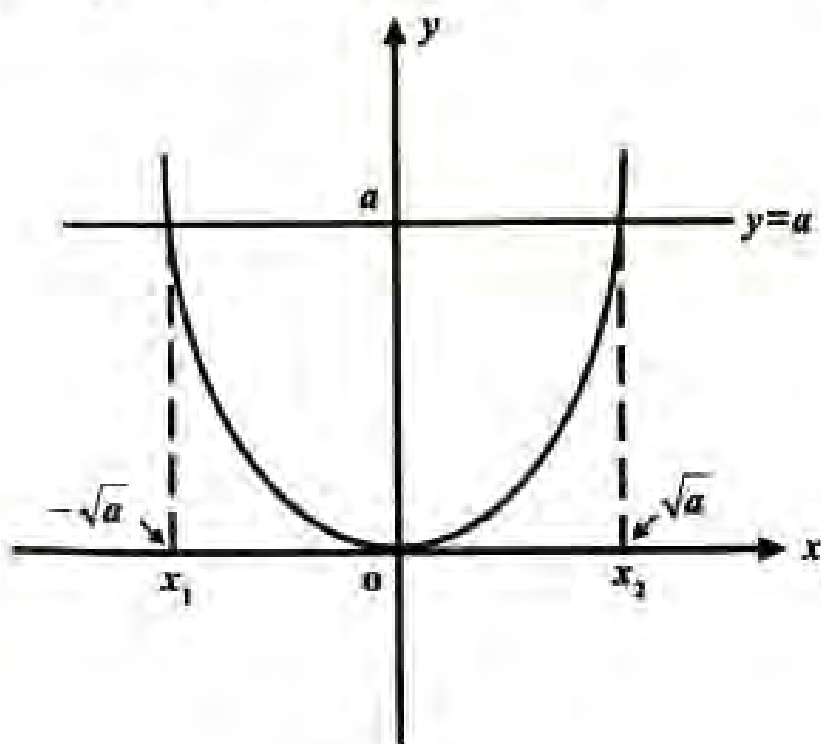
-ро, ки дар он ҷо a адади дилхоҳ аст, муоина менамоем. Мо аллакай бо ин муодила ҳангоми ҳалли масъалаи 2-и п. 13 барои a -и мушаххас ($a=81$) сару кор дошта будем.

Вобаста ба аломати адади a се ҳолат имконпазир аст.

1) Агар $a < 0$ бошад, он гоҳ муодилаи (1) реша надорад. Дар ҳақиқат, кадом қимати x -ро нагирем, квадраташ ҳамеша адади гайриманфӣ (яъне мусбат ё нул) аст ва ба адади манфӣи a баробар шуда наметавонад.

2) Агар $a=0$ бошад, он гоҳ возеҳ аст, ки $x=0$ решаи ягонаи муодилаи (1) мебошад.

3) Агар $a > 0$ бошад, он гоҳ муодила ду решаи гуногун дорад. Барои ба ин боварӣ ҳосил кардан, графикои функсияҳои $y=x^2$ ва $y=a$ -ро схемавӣ кашида мебинем, ки онҳо ҳамдигарро дар ду нуқта мебуранд (расми 5).



Расми 5

Агар абсиссаи нуктаҳои буришро бо x_1 ва x_2 ишорт кунем, он гоҳ $x_1^2 = a$ ва $x_2^2 = a$ мешавад. x_2 адади мусбатест, ки квадрати он ба a баробар аст, пас вай решаи квадратии арифметикӣ аз a аст, яъне $x_2 = \sqrt{a}$. Адади x_1 ба x_2 муқобил аст, бинобар ин $x_1 = -\sqrt{a}$.

Ҳамин тариқ, муодилаи (1) ҳангоми $a > 0$ будан ғайри решаи мусбати $x = \sqrt{a}$, боз решаи манфии $x = -\sqrt{a}$ -ро дорад, яъне вай дорой ду реша мебошад. Бисёр вақт ин решаҳоро якҷоя дар намуди $x = \pm\sqrt{a}$ ё $x_{1,2} = \pm\sqrt{a}$ менависанд. Ин навиштаҷот ин тавр фаҳмида мешавад: $x_1 = -\sqrt{a}$, $x_2 = +\sqrt{a}$.

Масалан, решаҳои муодилаи $x^2=81$ -ро ин тавр навиштан мумкин аст (ниг. ба масъалаи 2-и п.13):

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{81}, \quad x_{1,2} = \pm 9.$$

Айнан ҳамин ҳел, ҳалли муодилаи $x^2 = \frac{9}{16}$ зерин аст:

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9}{16}}, \quad x_{1,2} = \pm\frac{3}{4}.$$

Муодилаи $x^2=2$ -ро дида мебароем. Ададҳои $x_1 = -\sqrt{2}$ ва $x_2 = \sqrt{2}$ решаҳои ин муодилаанд. Қайд кардан ҷоиқ аст, ки дарозии диагонали квадрати воҳидӣ, решаи ҳамин муодила мебошад. Чӣ тавре дидем (ниг. ба п.12) ин адад, адади иррационалӣ аст.

Умуман нишон додан мумкин аст, ки решаи квадратӣ аз ҳар гуна ададе, ки квадрати пурра нест, адади иррационалӣ мебошад. Масалан, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$, $\sqrt{4,1}$, $-\sqrt{6,5}$ ва ҳоказо ададҳои иррационалианд.

II. Ақнун муодилаи

$$x^2=a^2$$

-ро дида мебароем. Азбаски барои қимати дилхоҳи a ҳамеша

$a^2 \geq 0$ аст, пас муодилаи (2) ҳангоми $a \neq 0$ будан 2 реша ва ҳангоми $a=0$ будан як реша, ки он нул аст дорад.

Решаи мусбати муодилаи (2) $x = \sqrt{a^2}$ -ро муоина мекунем. Агар адади a мусбат бошад, пас мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ

$$\sqrt{a^2} = a$$

аст. Агар $a < 0$ бошад он гоҳ $-a > 0$ аст. Адади $-a$ мусбат буда, $(-a)^2 = a^2$ мебошад. Пас $-a$ решаи квадратӣ аз a^2 аст, яъне

$$\sqrt{a^2} = -a.$$

Ҳамин тариқ,

$$\sqrt{a^2} = a, \quad \text{ҳангоми } a \geq 0 \text{ будан,}$$

$$\sqrt{a^2} = -a, \quad \text{ҳангоми } a < 0 \text{ будан.}$$

Бо назардошти гайриманфӣ будани қимати мутлақи адад, ҳар дуи ин баробариҳоро бо як баробарӣ дар намуди

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

навиштан мумкин аст.

Масалан,

$$\sqrt{(-9)^2} = |-9| = 9, \quad \sqrt{(-10)^2} = |-10| = 10.$$

М и с о л. Барои кадом қиматҳои a дуруст будани баробарии

$$\sqrt{(a-8)^2} = a-8$$

-ро муоина мекунем.

Азбаски $\sqrt{(a-8)^2} = |a-8|$ аст, пас баробарии аввала намуди

$|a-8| = a-8$ -ро мегирад. Ин баробарӣ бошад танҳо ҳангоми $a-8 \geq 0$ ё ҳангоми $a \geq 8$ будан ҷой дорад. Ҷ а в о б: $a \geq 8$.

? 1. Чаро муодилаи (1) ҳангоми $a < 0$ будан ҳал надорад? 2. Барои чӣ ҳангоми $a > 0$ будан решаҳо муқобиланд? 3. Магар баробарии $\sqrt{a^2} = a$ барои ҳар гуна адади a дуруст аст?

271. Оё муодилаи зерин реша дорад:

а) $x^2=49$; б) $x^2=17$; в) $x^2=0$; г) $x^2=-4$?

272. Магар ифодаи $\sqrt{2-3x}$ ҳангоми $x=-1$; 2 ; 0 ; $1,5$; $1,6$ будан маъно дорад?

273. Ифодаи:

а) $2\sqrt{x}$; б) $-5\sqrt{a}$; в) $\sqrt{-2a}$; г) $\sqrt{6c}$

барои кадом қиматҳои тағйирёбанда маъно дорад?

274. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2=64$; б) $x^2=-7$; в) $x^2=2,5$;

г) $x^2 = 2\frac{1}{4}$; д) $x^2=1,44$; е) $x^2=441$.

275. Решаҳои муодила ёфта шавад:

а) $x^2-0,02=0,02$; б) $16x^2=9$; в) $0,5x^2=8$;

г) $\frac{1}{2}x^2 = 10$; д) $\frac{1}{4}x^2 = 16$; е) $11+x^2=12$.

276. Муодиларо ҳал намоед:

а) $(x-2)^2=25$; б) $(x-5)^2=1$; в) $(x+3)^2=16$; г) $(x+7)^2=49$.

277. Ҳисоб кунед:

а) $0,2 + 3(\sqrt{0,3})^2$; б) $2^2 + (-2\sqrt{2})^2$;

в) $\sqrt{0,04} + 2(\sqrt{0,4})^2$; г) $(0,1\sqrt{70})^2 - \sqrt{1,69}$.

278. Ифодаро бо ифодаи айниятан ба он баробар иваз намоед:

а) $\sqrt{a^2}$; б) $\sqrt{y^2}$; в) $\sqrt{c^2}$; г) $-0,1\sqrt{x^2}$; д) $\sqrt{36a^2}$.

279. Ифодаро содда кунед:

а) $\sqrt{p^2}$, агар $p>0$; б) $-\sqrt{16y^2}$, агар $y<0$;

в) $\sqrt{n^2}$, агар $n<0$; г) $0,4\sqrt{9a^2}$, агар $a>0$ бошад.

280. Айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ -ро истифода карда, ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{(a-b)^2}$; б) $\sqrt{9x^2}$; в) $\sqrt{a^2 + 6a + 9}$;

$$\text{г) } \sqrt{(-1)^2}; \quad \text{д) } \sqrt{a^2 - 2ax + x^2}; \quad \text{е) } \sqrt{x^4 - 4x^2 + 4}.$$

281. Барои кадом қиматҳои a баробарӣ дуруст аст:

$$\text{а) } \sqrt{(a-3)^2} = a-3; \quad \text{б) } \sqrt{(a+4)^2} = a+4; \quad \text{в) } \sqrt{(a-5)^2} = 5-a;$$

$$\text{г) } \sqrt{(a+1)^2} = -a-1; \quad \text{д) } \sqrt{(a-3)^2} = |a-3|; \quad \text{е) } \sqrt{(a+2)^2} = |a+2|?$$

282. Муодиларо ҳал кунед:

$$\text{а) } \sqrt{x^2} = 3; \quad \text{б) } \sqrt{(y+2)^2} = 4; \quad \text{в) } \sqrt{x^2} = -3; \quad \text{г) } \sqrt{x^2} = x.$$

Машқҳо барои такрор

283. Муодилаи

$$\frac{2(5x+2)}{9} - 1 = \frac{4(33+2x)}{5} - \frac{5(1-11x)}{9}$$

-ро ҳал кунед.

284. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } \frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{a^2-b^2}; \quad \text{б) } -\frac{1}{x} \cdot \frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{x}{x^2-1}.$$

285. Ифодаро ба ишорати қимати мутлақ нависед:

$$\text{а) } |a|, \text{ хангоми } a > 0 \text{ будан;} \quad \text{б) } |b|, \text{ хангоми } b < 0 \text{ будан.}$$

286. Қанқ 34 км-ро ба самти ҷараёни дарё дар 2 соат тай мекунад. Суръати вай дар оби ором 15 км/соат аст. Суръати ҷараёни дарёро ёбед.

287. Аз баробарӣ тағйирёбандаи x -ро ёбед:

$$\text{а) } \sqrt{\frac{2}{3}x - 1} = 4; \quad \text{б) } \sqrt{0,2x - 0,8} = 0,4.$$

16. ЁФТАНИ ҚИМАТИ ТАҚРИБИИ РЕШАИ КВАДРАТИ

Дар ҳисоббарориҳои тақрибӣ ададҳоро бо қиматҳои тақрибии онҳо, ки бо қасрҳои дахӣ ифода мешаванд, иваз

мекунанд. Чӣ тавр ёфтани қимати тақрибии решаи квадратии арифметикиро дар мисоли ёфтани қимати тақрибии $\sqrt{2}$ дида мебароем. Чӣ тавре қайд шуда буд, ин адад иррационалӣ аст, яъне бо касри даҳии охиринок ё даврӣ ифода намешавад.

Азбаски $1^2 < 2 < 2^2$ аст, пас мувофиқи хосияти II-и решаи квадратии арифметикӣ (ниг. ба п.14): $1 < \sqrt{2} < 2$.

Адади 1 қимати тақрибии $\sqrt{2}$ бо н о р а с о й ва адади 2 қимати тақрибии $\sqrt{2}$ бо б а р з и ё д ӣ бо саҳеҳии то 1 ном доранд. Аз нобаробарии $1 < \sqrt{2} < 2$ бармеояд, ки

$$\sqrt{2} = 1, \dots$$

Барои ёфтани рақами даҳякии $\sqrt{2}$ касрҳои даҳии 1,1; 1,2;...-ро то адади аз 2 калон пайдо шудан, пай дар пай ба квадрат мебардорем:

$1,1^2=1,21$; $1,2^2=1,44$; $1,3^2=1,69$; $1,4^2=1,96$; $1,5^2=2,25$. Акнун баръало равшан аст, ки $1,96 < 2 < 1,25$, яъне $1,4^2 < 2 < 1,5^2$. Аз ин нобаробарӣ боз мувофиқи ҳамон хосияти решаи квадратии арифметикӣ бармеояд: $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$. Пас

$$\sqrt{2} = 1,4 \dots$$

Ададҳои 1,4 ва 1,5 қиматҳои тақрибии $\sqrt{2}$ мувофиқан бо норасоӣ ва барзиёдӣ бо саҳеҳии то 0,1 ном доранд.

Барои ёфтани рақами садякӣ касрҳои даҳии 1,41; 1,42;...-ро пай дар пай ба квадрат мебардорем. Азбаски $1,41^2=1,9881$ ва $1,42^2=2,0164$ аст, пас адади $\sqrt{2}$ аз 1,41 калон ва аз 1,42 хурд мебошад. Яъне

$$\sqrt{2} = 1,41 \dots$$

Адади 1,41 қимати тақрибии $\sqrt{2}$ бо норасоӣ ва адади 1,42-бо барзиёдӣ бо саҳеҳии то 0,01 мебошанд. Ин протсессро давом дода мебинем, ки қимати тақрибии $\sqrt{2}$ то саҳеҳии 0,001 адади 1,414 аст, яъне